VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

DERDE REEKS.

ZESDE DEEL.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1889.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

ZESDE DEEL

DER

DERDE REEKS.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

DERDE REEKS.

ZESDE DEEL.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1889.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

ZESDE DEEL

DER

DERDE REEKS.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

VERSLAGEN.

MEDEDEELINGEN.

VERBETERING.

Pag. 221 reg. 9 v. o. *staat:* weers componente

Hiervoor te *lezen:* westelijke componente

RAPPORT

OVER DE

VERHANDELING VAN Dr. J. DE VRIES.

„OVER VLAKKE POLYEDRALE CONFIGURATIES".

DOOR

D. BIERENS DE HAAN EN F J. VAN DEN BERG.

(Uitgebracht in de Vergadering van 24 November 1888).

Volgens uwe opdracht hebben wij rapport uit te brengen over deze nieuwe verhandeling, die zich aan vroegere van denzelfden schrijver aansluit. Wij willen daaraan voldoen, hoezeer wij het niet mogelijk achten dit te volbrengen dan door het aanhalen van verkregen formulen en stellingen, die wel verstaanbaar kunnen worden, wanneer zij gelezen worden, maar bij het hooren zeker zeer raadselachtig zullen blijven. Wij zullen ons echter tot het voornaamste uit den overvloedigen, belangrijken oogst beperken.

Wanneer men een volledigen ruimte-n-hoek door een willekeurig vlak snijdt, ontstaan er $\binom{n}{2}$ snijpunten met de ribben en $\binom{n}{3}$ doorsneden met de vlakken. Deze vormen eene regelmatige configuratie $\left(\binom{n}{2}_{n-2}, \binom{n}{3}_3\right) = \pi_n$, die *polyedrale configuratie* heet. Wanneer i, k, l, getallen voorstellen van 1 tot n, dan komt elk punt ik voor in $2\binom{n-2}{2}$

elke lijn $i\,k\,l$ in $3\,(n-3)$ conf. driehoeken, die dus ten getale van $\frac{1}{6}\,n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)$ in de configuratie voorkomen.

De restfiguren van het punt 12 bestaat uit de punten $i\,k$, en de lijnen $i\,k\,l$, voor $i=3$ tot n, $k=4$ tot n, $l=5$ tot n: zij is dus eene π_{n-2}. Het punt 12 is het collineatiecentrum, de lijnen van de π_{n-2} zijn de collineatie-assen voor de paren driehoeken ($1\,i$, $1\,k$, $1\,l$) en ($2\,i$, $2\,k$, $2\,l$).

Met aanhaling van een opstel »Ueber gewisse ebene Configurationen", door schrijver in de *Acta Mathematica*, Tom. 12 geplaatst, bewijst hij, dat elke π_6 uit twee drietallen volledige zeshoeken bestaat, maar door een zoodanig drietal volkomen bepaald is, waarbij de twee lijnen, $i\,k\,l$, $j\,m\,n$, die ieder de gemeenschappelijke zijde van een der beide bijeen behoorende drietallen vierzijden zijn, den naam van *geassocieerde lijnen* dragen.

Eene π_n is evenzoo bepaald door $n-3$ volledige vierzijden, die drie collineaire hoekpunten gemeen hebben. De geassocieerde lijnen van eene zelfde lijn van π_n ten aanzien van de verschillende π_6, waartoe deze lijn behoort, vormen eene π_{n-3}. De π_n kan gesplitst worden in eene π_{n-1} en eene conf. $\left((n-1)_{n-2},\ \binom{n-1}{2}_3\right)$, en dat wel op n verschillende wijzen.

Eene π_{2n} bevat groepen van n onderling gescheiden punten, waarvan elk paar tot eene π_4 behoort; men kan dus eene π_{2n} beschouwen als het zamenstel van eene conf. $\left(4\binom{n}{2}_{2n-4},\ 8\binom{n}{3}_3\right)$ met eene groep van $\binom{n}{2}$ conf. π_4; en dit wel op $1^{n\,3}$ wijzen.

Wanneer men in eene π_n eene uit gescheiden lijnen gevormde groep kan maken, zoodat hare afscheiding tot eene nieuwe conf. voert, dan heet zulk eene groep, *hoofd-veelzijde*, en deze figuur speelt in het vervolg een groote rol. Zij kan eerst voorkomen, als $n \geqq 7$ is, en wel voor $n=6\,m+1$ of $=6\,m+3$. Zulk eene hoofd-veel-zijde

bestaat dus uit $\frac{1}{6}n(n-1)$ conf. lijnen; en de π_n bestaat behalve haar uit een conf. $\left(\binom{n}{2}_{n-3}, \frac{1}{6}n(n-1)(n-3)_3\right)$.

Had de schrijver in het eerste gedeelte van zijn opstel reeds π_5, π_6 en π_7 beschouwd, thans in § 5 gaat hij over tot de discussie der π_9. Elke conf. lijn komt daar voor in 2160 hoofd-twaalf-zijden; in de conf. komen 15120 groepen voor van twaalf onderling gescheiden lijnen. Zondert men één hoofd-twaalf-zijde af, dan ontstaat er de conf. $(36_6, 72_3)$; laat men eene tweede weg, die met de eerste eene lijn gemeen heeft, dan blijft er een conf. $(36_5, 60_3)$ over.

Bij eene π_{13} vindt hij hoofd-26-zijden met de notatie $(13_6, 26_3)$.

Bij de π_{15} komen hoofd-35-zijden voor met de notatie $(15_7, 35_3)$, en daarvan heeft elke lijn tot restfiguur eene $(12_4, 16_3)$ *A* (zie schrijvers opstel over vlakke configuraties); de hoofd-35-zijde kan herleid worden tot zeven hoofd-vijf-zijden, die geene lijn gemeen hebben.

Na de discussie der restfiguur eener π_7, en de afleiding van eenige eigenschappen, zondert schrijver uit eene π_{2n+1} de daarin begrepen π_n en $\frac{2}{3}(n+1)n(n-1)$ niet tot de π_n behoorende lijnen af, en verkrijgt alsdan de conf. $\left(\frac{3}{2}n(n+1)_n, \frac{1}{2}n^2(n+1)_3\right)$, gevormd door $n+1$ groepen van n punten $1\,i$, $2\,i$ tot $n\,i$, $(i = n+1, n+2$, tot $2n+1)$, met $\binom{n+1}{2}$ punten $i\,k$ (voor $i = n+1$ tot $2n+1$, $k = n+2$ tot $2n+1$), ten opzichte waarvan die groepen paarswijze perspectivisch liggen, en de $n\binom{n+1}{2}$ perspectiviteitsstralen. De genoemde conf. bevat n volkomene $(n+1)$-hoeken, dus $\frac{1}{6}(n+1)n^2(n-1)$ conf. driehoeken, die geen der perspectiviteits-centra bevatten.

Door discussie der congruentie $2^x \equiv \pm 1 \pmod{2n+1}$

komt schrijver tot het aantal $(2n + 1)$-hoeken, waaruit eene π_{2n+1} kan worden samengesteld, en wel voor $n = 2$ tot $n = 12$, met de daarbij behoorende kleinste waarde van x. Voor deze x bevat π_{2n+1} een aantal $2\,n! : 2\,x$ conf. $(2n+1)_{x_3}$, welke ieder uit x $(2n + 1)$-hoeken zijn samengesteld. Voor $n = 3$ komt elk punt der 21_3 in twee conf. driehoeken voor; voor $n > 3$ bestaan er geen conf. driehoeken. Zulke conf. zonder conf. driehoeken zijn de

$$\left(\binom{3p}{p}_{\binom{2p-1}{p-2}}, \left(\frac{(3p)!}{6\,(p!)^3}\right)_3\right).$$

Thans gaat schrijver over tot eene afzonderlijke behandeling der volledige vierzijde π_4, en voert een punt kl/i in, dat op eene lijn ikl met de punten ik, il en kl harmonisch gelegen is. Hij vindt dan, dat de zes punten ik en de twaalf punten ik/l met de zes lijnen lij, kl/i, kl/j en de twaalf lijnen $(ij, ik/l, jk/l)$ eene 18_3 samenstellen, waarvoor de zijden ikl der vierzijde zespuntige diagonalen zijn. Deze 18_3 bevat vier configuratiedriehoeken, en vijf hoofd-zeszijden: neemt men van deze laatste ééne weg, dan ontstaat de conf. $(18_2, 12_3)$. De lijnen der 18_3 komen drie aan drie in twaalf punten samen: worden deze twaalf nieuwe punten aan de figuur toegevoegd, dan ontstaat er eene conf. $(30_3, 18_5)$; en worden hierin de punten ik weggelaten, dan komt er eene conf. $(24_3, 18_4)$.

Eene andere 18_3 ontstaat er uit de zes punten ik der π_4, en de twaalf punten ikl, met de zes lijnen $(ij, kl/i, kl/j)$ en de twaalf lijnen $(ij, ik/l, jk/l)$. Deze 18_3 verschilt van de vorige alleen door het ontbreken der zespuntige diagonalen. De evenvermelde conf. $(24_3, 18_4)$ is het zamenstel van de beide $(12_3, 18_2)$, welke door afzondering van de punten ik uit de beide (18_3) ontstaat. Zij heeft acht conf. driehoeken, namelijk de beide stellen, die door schrijver A, B, C, D en A', B', C', D' worden genoemd, en verschilt dus in zamenstelling van de harmonische conf. $(24_3, 18_4)$, welke 24 conf. driehoeken bevat.

Deze beide 18_3 hebben de conf. lijnen en de zes conf. punten *ik*, dus eene hoofd-zes-zijde gemeen; te samen vormen zij de vermelde (30_3, 18_5). Elk punt *ik* ligt met de punten *lil* en *lkl*, en evenzeer met de punten *mim* en *mkm* op eene rechte lijn; deze twaalf nieuwe lijnen vormen, met de zes punten *ik* en de twaalf punten *lil*, eene conf. (18_2, 12_3) met vier conf. driehoeken, die schrijver A'', B'', C'', D'' noemt. Worden deze twaalf lijnen aan de tweede der beide zoo even beschouwde conf. 18_3 toegevoegd, dan ontstaat er eene conf. (18_5, 30_3). De punten *ik* en *iki* bepalen met de lijnen *ikli* die de punten *ik*, *lil*, *lkl* bevat, en *ik*/*lm*, dat is (*ik*, *lm*/*i*, *lm*/*k*), eene 18_3 met vier conf. driehoeken, en die gelijksoortig is met de laatstgenoemde 18_3. Te samen behooren deze beide 18_3 tot eene conf (18_5, 30_3), waaruit men, de hoofd-zes-zijde met de lijnen *ik*/*lm* afzonderende, eene conf. (18_4, 24_3) vormen kan.

De twaalf punten *ij*/*k*, welke elk punt der π_4 harmonisch scheiden van de beide paren punten, waarmede het collineair ligt, bepalen achttien lijnen, die zes aan zes door de drie diagonaalpunten der π_4 gaan. Deze achttien lijnen kunnen gerangschikt worden in drie zestallen, dat elk de twaalf punten *ij*/*k* bevat, en waarvan er een de hoofd-zes-zijde vormt, die de drie straks gevonden conf. 18_3 gemeen hebben. Evenzeer worden de twaalf punten *ikk* paarswijze verbonden door achttien lijnen, die zes aan zes door de diagonaalpunten der π_4 gaan, en waarvan er weder zes tot de genoemde hoofd-zes-zijde behooren.

De driehoeken A, B, C, D, en evenzeer de stellen driehoeken A', B', C', D' en A'', B'', C'', D'', liggen paarsgewijze perspectief ten opzichte van een der diagonaalpunten van de π_4 en van een der punten *ik*. De driehoeken A, A' en A'', en evenzeer de stellen driehoeken B, B', B'', C, C', C'', D, D', D'', hebben één der zijden van de π_4 tot collineatie-as; en daaruit volgt nog: wanneer drie driehoeken $a_1 b_1 c_1$, $a_2 b_2 c_2$, $a_3 b_3 c_3$ zoodanig in een driestraal $A\ B\ C$ beschreven zijn, dat de zijden A_1, A_2, A_3 in een punt a, de zijden B_1, B_2, B_3 in een punt b, en de zijden C_1, C_2, C_3 in een punt c samenkomen; dan vormen de twaalf punten en

twaalf lijnen eene conf. 18_3; de punten *a*, *b*, *c* komen elk in zes, de overige punten elk in vijf conf. driehoeken voor.

De π_5 bevat vijf volledige vierzijden: hare vijftien diagonaalpunten liggen twee aan twee in dertig lijnen ij/kl, die drie aan drie in de punten der π_5 samenkomen en vier aan vier door die diagonaalpunten gaan. Wanneer men de punten eener π_5 harmonisch scheidt van de met hen collineair gelegen conf. punten, verkrijgt men dertig punten; voegt men daarbij de vijftien diagonaalpunten der π_4, die in π_5 begrepen zijn, dan vormen deze met zestig niet tot π_5 behoorende lijnen eene conf. $(45_4, 60_3)$; zij heeft tot driepuntige diagonalen, die ieder door een punt der π_5 gaan, de dertig lijnen van vijftien hoofd-zes-zijden, behoorende bij vijf conf. 18_3: worden deze dertig lijnen in de conf. opgenomen, dan ontstaat er eene nieuwe conf. $(45_6, 90_3)$. In de eerste conf. vormen de 45 punten vijftien onderling gelijkwaardige drietallen. Dezelfde eigenschap bestaat ook bij de conf. $(45_4, 60_3)$, gevormd door de 45 nevenhoekpunten van een in eene kegelsnede beschreven zeshoek en de zestig Pascallijnen; deze conf. bevat vijftien zespuntige diagonalen, de vorige conf. $(45_4, 60_3)$ daarentegen dertig driepuntige. Bij deze Pascalconf. kan men nu de 45 diagonaalpunten van de vijftien in haar begrepen π_4, en de 180 punten *h* opnemen, die de conf. punten harmonisch scheiden van de met hen collineair gelegen paren van punten: er ontstaat dan, door toevoeging van 360 lijnen, de conf. $(270_4, 360_3)$: deze heeft zestig zespuntige diagonalen en negentig vierpuntige diagonalen. Ook nog op andere wijze kan men eene conf. $(270_4, 360_3)$ van dezelfde soort verkrijgen.

Langs denzelfden weg kan men nog meer samengestelde conf. uit het vroeger gevondene afleiden.

Wanneer men ten slotte dezelfde behandelingswijzen op de π_4 toepast, verkrijgen wij het volgende.

Door elk punt ik gaan $3\binom{n-2}{2}$ lijnen, die elk twee punten ik/l of twee diagonaalpunten bevatten; door elk punt ik/l gaan $4\,(n-3)$ lijnen, die ieder een punt ik of een diagonaalpunt en bovendien steeds een tweede punt ik/l

bevatten; door elk diagonaalpunt gaan acht lijnen, die elk een tweede diagonaalpunt met een punt *ik*, of wel twee punten *ik/l* bevatten. Men kan daaruit geen conf. samenstellen.

En ten slotte: behoort in eene conf. (p_n, $2q_3$) elke lijn tot twee vierzijden, dan vormen de $3q$ diagonaalpunten van de q in haar begrepen vierzijden, — de $6q$ punten h, — en $12q$ nieuwe lijnen een conf. ($9q_4$, $12q_3$); deze heeft $3q$ vierzijden, waarbij elk conf. punt tot twee, elke conf. lijn tot één dezer vierzijden behoort; de $9q$ punten dezer nieuwe conf., hare $36q$ punten h, en de $9q$ diagonaalpunten vormen met $72q$ nieuwe lijnen eene conf. ($54q_4$, $72q_3$).

Daar deze verhandeling en wegens de merkwaardigheid der uitkomsten, en wegens de behandeling de opname in uwe werken ten volle verdient, aarzelen wij geenszins u daartoe aan te raden.

Leiden en Hilversum,
November 1888.

D. BIERENS DE HAAN,
F. J. VAN DEN BERG.

OVER VLAKKE POLYEDRALE CONFIGURATIES.

DOOR

J. DE VRIES.

1. De $\binom{n}{2}$ snijpunten der ribben en de $\binom{n}{3}$ doorsneden der vlakken van een volledigen ruimte-n-hoek met een willekeurig vlak vormen eene regelmatige configuratie $\left(\binom{n}{2}_{n-2}, \binom{n}{3}_{3}\right)$ *), welke door JUNG †) onderzocht en met den naam van »polyedrale" configuratie bestempeld is. Worden de hoekpunten van den ruimte-n-hoek door de getallen 1 tot n, zijne ribben en vlakken achtereenvolgens door de combinaties der tweede en derde klasse dezer getallen aangeduid, dan ligt et voor de hand, deze notatie der ribben en vlakken ook te bezigen voor hunne doorgangen, dus voor de punten en lijnen der $\left(\binom{n}{2}_{n-2}, \binom{n}{3}_{3}\right)$; dan bevat de lijn $i\,k\,l$ dezer cf. de punten $i\,k$, $k\,l$, $i\,l$, terwijl het cf.-punt $i\,k$ alle cf.-lijnen draagt, waarvan de notatie de getallen i en k met een der overige $(n - 2)$ bevat. Elk punt dezer cf., welke ik door

*) De in dit opstel gebezigde terminologie is besproken in „Over vlakke configuraties" (*Versl. en Meded.* 3[de] reeks, deel V, bl. 105) en „Ueber gewisse ebene Configurationen" (*Acta Mathematica* 12).

†) Sopra una classe di configurazioni d'indice 3. (*Rendiconti di R. Ist. Lombardo*, Ser. 2, tomo XVIII).

het teeken π_n zal voorstellen *), komt voor in $2\binom{n-2}{2}$, elke lijn in $3(n-3)$ cf.-driehoeken; π_n heeft dus $4\binom{n}{4}$ driehoeken. De restfiguur van het punt 12 bestaat uit de punten ik ($i=3$ tot n, $k=4$ tot n) en de lijnen ikl ($i=3$ tot n, $k=4$ tot n, $l=5$ tot n); zij is dus eene π_{n-2}. Hare lijnen zijn de collineatieassen der paren van driehoeken ($1\,i$, $1\,k$, $1\,l$) en ($2\,i$, $2\,k$, $2\,l$), waarvoor 12 het collineatiecentrum is: de polyedrale configuraties behooren dus tot de groep $\left(\binom{m+n-1}{n}_n, \binom{m+n-1}{n-1}_m\right)$, welke door KANTOR †) is opgemerkt.

»Eene π_n is door twee perspectief gelegen $(n-2)$ — hoeken volkomen bepaald."

In mijn opstel »Ueber gewisse ebene Configurationen" heb ik aangetoond §), dat eene π_6 op tien wijzen kan beschouwd worden als het samenstel van twee drietallen van volledige vierzijden π_4, die zoodanig geplaatst zijn, dat de π_4 van elk drietal drie collineaire toppen gemeen hebben, terwijl hunne overige negen hoekpunten tot beide drietallen behooren. De lijnen ikl en jmn, welke ieder de gemeenschappelijke zijde van een dier drietallen zijn, heb ik »geassocieerde" lijnen genoemd; wordt een van hen als gemeenschappelijke collineatieas van drie cf. driehoeken beschouwd, dan draagt de andere de overeenkomstige collineatiecentra; π_6 is dus door *een* drietal vierzijden bepaald.

In π_n behoort elke lijn tot $(n-3)$ volledige vierzijden, dus tot $\binom{n-3}{3}$ cf. π_6; de $\binom{n-3}{3}$, in ieder van deze π_6 met de beschouwde lijn geassocieerde, lijnen vormen eene π_{n-3}, die voor de lijn 123 uit de punten ik ($i=4$ tot n,

---

*) Hier beteekent n dus eene vaste benaming in tegenstelling met de in den aanhef van het opstel in de *Acta Mathematica* voorkomende notatie p_π.

†) Ueber eine Gattung von Configurationen (*Sitz. Wiener Akad.* Bd. 80).

§) *Acta Math.* 12. bl. 70

$k = 5$ tot n) en de lijnen $i\,k\,l$ ($i = 4$ tot n, $k = 5$ tot n, $l = 6$ tot n) is samengesteld.

»Eene π_n is volkomen bepaald door (n—3) volledige vierzijden, welke drie collineaire toppen gemeen hebben".

De $(n-1)$ punten $1\,i$ ($i = 2$ tot n) vormen met de $\binom{n-1}{2}$ lijnen $1\,i\,k$ ($i = 2$ tot n, $k = 3$ tot n) eenen volledigen (n—1) — hoek, waarvan elke zijde een punt der π_{n-1} bevat, welke door afscheiding van den (n—1)—hoek uit π_n ontstaat; deze splitsing der π_n in eene π_{n-1} en eene $\left((n-1)_{n-2}, \binom{n-1}{2}_2\right)$ kan blijkbaar op n verschillende wijzen uitgevoerd worden *).

2. Daar de punten $i\,k$ en $l\,m$ niet door eene lijn der cf. π_n verbonden zijn, bezit elke polyedrale cf. π_{2m} van even orde groepen van m onderling gescheiden punten. Elk paar punten van zulk eene groep vormt een paar overstaande toppen eener in de cf. begrepen π_4; immers $i\,k$ en $l\,m$ behooren tot de volledige vierzijde, welke uit den ruimtevierhoek $i\,k\,l\,m$ voortkomt. De $\binom{m}{2}$ cf. π_4, waartoe elke groep van m onderling gescheiden punten aanleiding geeft, hebben blijkbaar geene zijde gemeen; wordt zulk een »nevenveelhoek" †) met de zijden der overeenkomstige vierzijden afgezonderd, dan verliezen de overblijvende punten der π_{2m} ieder twee van de door hen gedragen cf. lijnen, vormen dus met de overblijvende lijnen eene nieuwe cf.

Worden b. v. van $\pi_8 \equiv (28_6, 56_3)$ de vier punten 12, 34, 56, 78 benevens de 24 lijnen

---

*) Voor π_5 (de cf. van DESARGUES) werd dit reeds door KANTOR opgemerkt. (»Die Conf. $(3,3)_{10}$" *Wiener Sitz.* Bd. 84).

†) Deze benaming voor eene groep van gescheiden cf. punten, welke samen slechts met een gedeelte der cf. lijnen incident zijn, bezig ik in navolging van MARTINETTI, die in zijne verhandeling »Sopra alcune configurazioni piane" (*Ann. di Mat.* Ser. IIa, tomo XIV) groepen van gescheiden cf. lijnen door de uitdrukkingen *n-latero principale* en *n-latero non principale* onderscheidt, naar gelang de lijnen van zulk eene groep samen *alle* cf. punten of slechts een deel van hen dragen.

123	125	127	345	347	567
124	126	128	346	348	568
134	156	178	356	378	578
234	256	278	456	478	678

. . . . . (I)

afgezonderd, dan vormen de overige 24 punten met de overige 32 lijnen eene $(24_4, 32_3)$. In deze nieuwe cf. behoort het punt 13 tot de vierzijden 1357, 1358, 1367 en 1368 *), terwijl de lijn 135 de gemeenschappelijke zijde van 1357 en 1358 is.

In eene π_{2m} behoort elk punt van eenen neven-m-hoek tot $(m-1)$ volledige vierzijden; elk der overige $\binom{2m}{2} - m = 4\binom{m}{2}$ punten is incident met $(2m-4)$ van de $\binom{2m}{3} - 4\binom{m}{2} = 8\binom{m}{3}$ niet tot die vierzijden behoorende lijnen der π_{2m}. Wordt de neven-m-hoek 12, 34, 56, ... , $(2m-1)\,2m$ met de door zijne punten gedragen cf. lijnen uit π_{2m} verwijderd, dan komt het punt 13 in de nieuwe cf. voor in de $\binom{2m-4}{2} - (m-2) = 4\binom{m-2}{2}$ vierzijden $13\,k\,l$, waar k en l de getallen > 4 voorstellen, voor zoover zij geen tot den neven-m-hoek behoorende combinatie vormen. De nieuwe cf. bezit dus $16\binom{m}{4}$ vierzijden, en elke harer lijnen komt in $2\,(m-3)$ dezer π_4 voor.

Het aantal verschillende neven-m-hoeken der π_{2m} is blijkbaar gelijk aan het aantal wijzen, waarop men $2m$ elementen in m paren kan verdeelen.

»Elke π_{2m} kan op $(2m)!:(2^m.\,m!)$ verschillende wij-»zen beschouwd worden als het samenstel van eene

---

*) Door het teeken $iklm$ duid ik de vierzijde aan, die door de lijnen ikl, ikm, ilm, klm wordt begrensd.

» $\left(4\binom{m}{2}_{2m-4}, 8\binom{m}{3}_{3}\right)$ met eene groep van $\binom{m}{2}$ volledige » vierzijden".

3. In eene π_n is de lijn $i\,j\,k$ van elke lijn $i\,l\,m$ en van elke lijn $l\,m\,n$ gescheiden; π_4 bezit dus geene gescheiden lijnen, π_5 heeft paren van gescheiden lijnen, b. v. 123, 145; bij π_6 komen viertallen van zulke lijnen voor, b. v. 123, 145, 256, 346, welke samen twaalf cf. punten dragen, terwijl de overige drie (in dit geval 16, 24, 35) gescheiden liggen. Eerst bij π_7 doet zich het geval voor, dat eene uit onderling gescheiden lijnen bestaande groep *alle* punten der cf. bevat, zoodat hare afscheiding tot eene nieuwe cf. leidt; zulk eene uit m onderling gescheiden lijnen samengestelde groep noem ik, wederom in navolging van MARTINETTI (l. c.) eene „hoofd-m-zijde."

De (21_5, 35_3), welke door het teeken π_7 wordt aangeduid bevat o. m. de volgende hoofdzevenzijde:

123, 145, 167, 246, 257, 347, 356 . . . . (a).

Worden deze zeven lijnen uit de π_7 verwijderd, dan ontstaat eene regelmatige (21_4, 28_3), waarin elk punt tot acht, elke lijn tot zes cf. driehoeken behoort, of, zooals ik ter bekorting zal zeggen: eene cf. met »oktotrigonische" punten en met »hexatrigonische" lijnen.

In π_7 komt elke lijn $i\,k\,l$ voor in zes hoofdzevenzijden, die door onderlinge permutatie der getallen i, k, l in elkander overgaan; bij gevolg bevat π_7 dertig zoodanige groepen. Van de zes hoofdzevenzijden, waartoe de lijn 124 behoort, hebben alleen de beide volgende geene lijn met de groep (a) gemeen.

124, 136, 157, 237, 256, 345, 467 . . . . (b)
124, 137, 156, 235, 267, 346, 457 . . . . (c).

Wordt eene dezer beide groepen tegelijk met (a) weggelaten, dan vormen de overige 21 lijnen der π_7 met hare 21 punten eene regelmatige 21_3, waarop ik in § 7 zal terugkomen. Elke hoofdzevenzijde kan op deze wijze met acht

andere samengesteld worden tot acht verschillende $(21_2, 14_3)$; immers elke der 28 lijnen, die niet in eene bepaalde hoofdzevenzijde voorkomen, geeft aanleiding tot twee paren van groepen, die geen lijn gemeen hebben; daar op deze wijze elk paar zeven maal in rekening wordt gebracht, bedraagt het aantal paren $28 \times 2 : 7 = 8$. De 30 verschillende hoofdzevenzijden leveren derhalve $30 \times 8 : 2 = 120$ cf. $(21_2, 14_3)$, dus evenzoovele cf. 21_3.

4. Eene π_n zal slechts dan hoofdveelzijden bezitten, wanneer het aantal cf. punten $\binom{n}{2}$ door 3 deelbaar, dus n van den vorm $3m$ of $(3m + 1)$ is. In de tabel voor de $\frac{1}{6}n(n-1)$ lijnen eener gescheiden groep komen verder alle getallen van 1 tot n, wegens de regelmatigheid van π_n, even vaak voor; $\frac{1}{2}n(n-1)$ moet dus door n deelbaar derhalve $(n-1)$ even zijn, d. w. z. $n \equiv 1$ of $n \equiv 3$ (mod. 6). Beschouwt men in de bedoelde tabel elk getal als de notatie van een punt, dan stelt zij tevens eene regelmatige $\left(n_{\frac{1}{2}(n-1)}, \frac{1}{6}n(n-1)_3\right)$ voor, waarin alle punten met elkander verbonden zijn; laat men dus *een* punt en de daarmede incidente lijnen uit deze cf. weg, dan ontstaat eene $\left((n-1)_{\frac{1}{2}(n-3)}, \frac{1}{6}(n-1)(n-3)_3\right)$ met $\frac{1}{2}(n-1)$ paren van onderling gescheiden punten. Wordt van de laatste cf. zulk een paar punten met de door hen gedragen lijnen afgezonderd, dan verliest elk der overblijvende punten twee lijnen, en er ontstaat eene $\left((n-3)_{\frac{1}{2}(n-7)}, \frac{1}{6}(n-3)(n-7)_3\right)$, waarin elk punt met $(n-7)$ punten verbonden, dus van 3 punten gescheiden is; deze 3 punten zullen in het algemeen niet onderling gescheiden zijn, omdat de punten der uit den aard der zaak regelmatige cf. dan in viertallen konden gerangschikt worden, hetgeen alleen voor $n \equiv 3$ (mod. 4) mogelijk is. Door deze beschouwing wordt de bepaling

der tabel voor eene hoofdveelzijde in elk geval teruggebracht tot de bepaling der notatie voor eene cf., die $\frac{1}{6}n(n-1) - \frac{1}{6}(n-3)(n-7) = \frac{1}{2}(3n-7)$ lijnen minder telt dan de hoofdveelzijde.

»Eene π_n kan, als $n = 6m + 1$ of $n = 6m + 3$ is, »hoofdveelzijden bezitten, die uit $\frac{1}{6}n(n-1)$ lijnen zijn samen»gesteld. De afscheiding van zulk eene hoofdveelzijde levert »eene regelmatige $\left(\binom{n}{2}_{n-3}, \frac{1}{6}n(n-1)(n-3)_3\right)$."

5. De tabel voor eene hoofdtwaalfzijde der π_9 kan door de in § 4 uiteengezette handelwijze uit de notatie der reeds door Möbius *) opgemerkte, onbestaanbare, 8_3 gevonden worden. Stellen de cijfers 1 tot 8 de punten dezer 8_3 voor, dan zijn hare lijnen aangewezen door de volgende groepen van 3 cijfers †).

123	478
145	368
167	258
246	357

. . . . (II)

Door toevoeging van vier lijnen, die elk een paar gescheiden punten der 8_3 vereenigen en door een punt 9 gaan, volgt nu uit (II) de tabel (III) der, evenzeer onbestaanbare, $(9_4, 12_3)$; zij is de bekende cf. der buigpunten eener kromme der derde orde (Hesse).

---

*) *Gesammelte Werke* Bd. 1, S. 445. (Vgl. Schröter »Ueber lineare Konstructionen," *Göttinger Nachrichten* n°. 9, 1888).

†) Zie Schröter l.c. of Martinetti »Sulle conf. piane μ_3" (*Ann. di Mat.* Ser. IIa, tomo XV, pag. 4).

123	478	569	
145	279	368	. . . . (III)
167	258	349	
189	246	357	

De lijnen dezer tot π_9 behoorende hoofdtwaalfzijde zijn in tabel (III) zoo gerangschikt, dat elke horizontale rij alle cijfers van 1 tot 9 bevat. Door onderlinge permutatie van 4, 7, 8 en van 5, 6, 9 ontstaat uit (III) eene groep van 6^3 hoofdtwaalfzijden, die de nevendriezijde 123, 478, 569 gemeen hebben. Daar verder 4, 5, 6, 7, 8, 9 op 10 wijzen tot twee drietallen kunnen gerangschikt worden, komt de lijn 123, dus elke der $\binom{9}{3} = 84$ lijnen van π_9, in $6^3 \times 10 = 2160$ hoofdtwaalfzijden voor; π_9 bezit derhalve $2160 \times 84 : 12 = 15120$ hoofdtwaalfzijden, die ieder aanleiding geven tot eene regelmatige $(36_6, 72_3)$.

Door het weglaten van eene tweede, van de bovenstaande onafhankelijke, hoofdtwaalfzijde ontstaat uit de $(36_6, 72_3)$ eene $(36_5, 60_3)$. De mogelijkheid van zulk eene afscheiding blijkt o. a. uit tabel (IV), welke met (III) geene lijn gemeen heeft.

124	379	568	
136	289	457	. . . . (IV)
178	235	469	
159	267	348	

De regelmatige $(13_6, 26_3)$, welke door de tabel eener hoofdveelzijde der π_{13} wordt voorgesteld, hangt, volgens de algemeene beschouwing, af van eene 10_3 met drie onderling onafhankelijke groepen, die elk 5 paren van gescheiden punten bevatten.

Uit de tabellen, die door Martinetti voor de beide regelmatige 10_3 zijn opgesteld *), volgt gemakkelijk, dat alleen

*) t. a. p. bl. 17. De overige acht cf. 10_3 zijn onregelmatig.

de door KANTOR $10_3 A$ genoemde cf. hier in aanmerking kan komen; zij bezit de volgende vijftallen van gescheiden puntenparen:

18	19	1(10)
25	2(10)	27
37	35	36
4(10)	47	49
69	68	58

. . . . (V)

Onderstelt men, dat de lijnen, welke de eerste vijf paren verbinden, in een punt (11), de lijnen door de paren der tweede groep in een punt (12) samenkomen, dan ontstaat door toevoeging dezer 10 lijnen aan de 10_3 eene $(12_5, 20_3)$ met zes gescheiden paren van punten, n.l. de vijf paren der derde groep van (V) benevens het paar (11) (12).

Uit deze cf. volgt dan de gewenschte $(13_6, 26_3)$ door de genoemde zes paren collineair te onderstellen met een punt (13). Hierdoor verkrijgt men de volgende hoofdzesentwintigzijde der π_{13}.

1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3
2	4	6	8	9	10	4	5	7	8	10	4	5
3	5	7	10	12	13	6	11	13	9	12	8	12
3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	7	11
6	7	9	7	9	10	6	7	8	8	9	8	12
13	11	10	12	13	11	10	9	13	12	11	10	13

. . (VI)

Bij het bepalen eener hoofdvijf-en-dertigzijde der π_{15} kan gebruik gemaakt worden van de tabel der $(12_4, 16_3)$ A, welke in mijn opstel »Over vlakke configuraties" *) voorkomt. Worden de vier gescheiden kwadrupels dezer cf. door de getallen 1, 2, 3, 4; 5, 6, 7, 8; 9, 10, 11, 12 aangeduid, dan gaat de bedoelde tabel over in:

---

*) t. a. p. bl. 107, tabel (B).

1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	
5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	. . (VII)
9	10	11	12	10	9	12	11	11	12	9	10	12	11	10	9	

De 18 paren van gescheiden punten dezer cf. kunnen tot de volgende 3 onderling onafhankelijke zestallen gebracht worden

1, 2	3, 4	5, 6	7, 8	9, 10	11, 12	
1, 3	2, 4	5, 7	6, 8	9, 11	10, 12	. . (VIII)
1, 4	2, 3	5, 8	6, 7	9, 12	10, 11	

Wordt tabel (VII) aangevuld met de lijnen

1	3	5	7	9	11	1	2	5	6	9	10	
2	4	6	8	10	12	3	4	7	8	11	12	. . (IX)
13	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	14	

dan ontstaat de notatie eener (14_6, 28_3) met 7 gescheiden paren van punten, n.l. het derde zestal van (VIII) benevens het paar 13, 14. Hieruit volgt dan de tabel eener (15_7, 35_3), tevens die eener hoofdvijfendertigzijde der π_{15}, door toevoeging van de lijnen

1	2	5	6	9	10	13	
4	3	8	7	12	11	14	. . . (X)
15	15	15	15	15	15	15	

In de genoemde (15_7, 35_3) heeft elke lijn tot restfiguur eene (12_4, 16_3) A: elke der acht hoofdvierzijden dezer cf. vormt dus met de bedoelde lijn eene hoofdvijfzijde der(15_7, 35_3). Met het oog hierop zijn de 35 lijnen der gevonden hoofdveelzijde van π_{15} gerangschikt in de volgende 7 groepen, die elk alle getallen van 1 tot 15 bevatten.

12 (13)	35 (11)	489	(10) (12) (14)	67 (15)	
13 (14)	269	47 (10)	58 (15)	(11) (12) (13)	
14 (15)	25 (10)	36 (12)	78 (13)	9 (11) (14)	
159	27 (12)	38 (10)	46 (11)	(13) (14) (15)	..(XI)
16 (10)	28 (11)	34 (13)	57 (14)	9 (12) (15)	
17 (11)	23 (15)	45 (12)	68 (14)	9 (10) (13)	
18 (12)	24 (14)	379	56 (13)	(10) (11) (15)	

6. In eene π_7 bestaat de restfiguur der lijn 123 uit 22 lijnen en 18 punten; worden daaruit de lijnen 456, 457, 467 en 567 weggelaten, dan ontstaat eene cf. 18_3 met de lijnen:

145	146	147	156	157	167	
245	246	247	256	257	267	. . . (XII)
345	346	347	356	357	367	

Zij bestaat uit vier drietallen van punten $1\,i$, $2\,i$, $3\,i$, ($i = 4, 5, 6, 7$), die paarsgewijze perspectief liggen t. o. v. zes punten $i\,k$ ($i = 4$ tot 7, $k = 5$ tot 7), en de achttien perspectiviteitsstralen.

Tot deze cf. behooren drie volledige vierhoeken met de toppen $i\,4$, $i\,5$, $i\,6$, $i\,7$ ($i = 1, 2, 3$), dus 12 cf. driehoeken; de zes perspectiviteitscentra komen in geen dier driehoeken voor, de overige twaalf punten elk in drie driehoeken.

»Na afzondering van eene der in π_{2n+1} begrepen π_n en »van $4\binom{n+1}{3}$ niet tot deze π_n behoorende lijnen ontstaat

»eene $\left(3\binom{n+1}{2}_n, n\binom{n+1}{2}_3\right)$, bestaande uit $(n+1)$
»groepen van n punten $1\,i$, $2\,i$, $3\,i$, ... $n\,i$ $(i = n + 1$
»tot $2\,n + 1)$ met $\binom{n+1}{2}$ punten $i\,k$ $(i = n + 1$
»tot $2\,n + 1$, $k = n + 2$ tot $2\,n + 1)$ ten opzichte
»waarvan die groepen paarsgewijze perspectief liggen, en de
»$n\binom{n+1}{2}$ perspectiviteitsstralen. De nieuwe cf. bevat n
volledige $(n+1)$ hoeken, dus $n\binom{n+1}{3}$ driehoeken; geen
»der perspectiviteitscentra behoort tot zulk een driehoek, ter-
»wijl elk der overige punten in $\binom{n}{2}$ driehoeken voorkomt".

Eene met de bovengevonden 18_3 gelijksoortige cf. kan aldus geconstrueerd worden: In een door de lijnen $\overline{4}$, $\overline{5}$, $\overline{6}$, $\overline{7}$ gevormden vierstraal beschrijft men twee vierhoeken met de hoekpunten (14, 15, 16, 17) en (24, 25, 26, 27), bepaalt de snijpunten $i\,k$ der homologe zijden $(1\,i, 1\,k)$ en $(2\,i, 2\,k)$ en brengt door deze zes punten de zijden van een derden vierhoek, waarvan de hoekpunten 34, 35, 36, 37 achtereenvolgens op $\overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}$ liggen. Deze 18_3 onderscheidt zich van de uit π_7 afgeleide cf. enkel door het bezit van de vier naar een punt convergeerende driepuntige diagonalen $\overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}$.

Op dergelijke wijze kan eene cf. gevonden worden, die van de boven vermelde $\left(3\binom{n+1}{2}_n, n\binom{n+1}{2}_3\right)$ alleen door het voorkomen van $(n+1)$ door een punt gedragen n-puntige diagonalen verschilt.

7. De cf. π_5, welke door twee homologe driehoeken met hun centrum en as gevormd wordt, kan op zes verschillende wijzen beschouwd worden als het samenstel van twee in elkander beschreven vijfhoeken *). De toppen de beide vijfhoeken kunnen b. v. zijn:

*) Volgens SCHRÖTER (t. a. p.) reeds door CAYLEY opgemerkt. (CRELLE XXXI, blz. 215).

12, 23, 34, 45, 51; . . . . (1)
13, 35, 52, 24, 41 . . . . (2)

Beschouwt men hier 123 als eerste, 234 als tweede zijde van vijfhoek (1), 135 als eerste, 352 als tweede zijde van (2), dan ligt het i^{de} hoekpunt van (2) blijkbaar op de $(2\,i-1)^{ste}$ zijde van (1), het i^{de} hoekpunt van (1) daarentegen op de $(1-2\,i)^{de}$ zijde van (2), mits men zorg drage, de door dezen regel gevonden getallen door hunne positieve resten mod. 5 te vervangen *).

Bij π_7 vormen de 21 cf. punten met 21 bepaalde cf. lijnen eene uit 3 zevenhoeken samengestelde cf., die door SCHRÖTER †) is aangewezen. Voor de toppen dezer zevenhoeken kan men b. v. de volgende cf. punten nemen:

(*a*) 12, 23, 34, 45, 56, 67, 71;
(*b*) 13, 35, 57, 72, 24, 46, 61; . . . (XIII)
(*c*) 15, 52, 26, 63, 37, 74, 41.

Hier ligt het i^{de} hoekpunt van (*b*) op de $(2\,i-1)^{ste}$ zijde van (*a*), het i^{de} hoekpunt van (*c*) op de $(2\,i-1)^{ste}$ zijde van (*b*), het i^{de} hoekpunt van (*a*) op de $(2\,i-1)^{ste}$ zijde van (*c*), met dien verstande, dat de door dezen regel bepaalde getallen door hunne positieve resten mod. 7 worden vervangen; de wijze van samenstelling dezer 21_3 komt dus niet geheel overeen met die der boven beschouwde 10_3 §).

Elke willekeurige volgorde der cijfers 1 tot 7 kan voor (*a*) worden aangenomen; men vindt dan de voor (*b*) in acht te nemen volgorde door, uitgaande van het eerste getal, telkens één over te slaan, die voor (*c*) door evenzoo te han-

---

*) Ook de bovenvermelde cf. 10_3 A is het samenstel van 2 in elkander beschreven vijfhoeken; de plaatsing is evenwel anders.

†) Ueber das Fünfflach und Sechsflach, CRELLE C. bl. 237, noot.

§) SCHÖNFLIES heeft aangetoond, dat er twee soorten van regelmatige cf. bestaan, welke uit eene reeks van in elkander beschreven veelhoeken zijn samengesteld. Deze 21_3 behoort tot de eerste, gene 10_3 tot de tweede soort. (*Math. Ann.* XXXI bl. 61).

delen ten opzichte van (b); past men hetzelfde toe op de getallen, waaruit (c) dan is samengesteld, zoo komt de oorspronkelijke volgorde weder te voorschijn, terwijl bij π_5 de cijfers der eerste reeks in tegengestelde orde terugkomen. De π_7 bevat blijkbaar $7!: (7 \times 2 \times 3) = 120$ verschillende 21_3, overeenkomende met de 120 boven aangewezen (21_2, 14_3), die elk eene 21_3 tot π_7 aanvullen.

Bij π_9 wordt eene 27_3 gevormd door de volgende negenhoeken.

$$\begin{array}{ll} (a) & 12,\ 23,\ 34,\ 45,\ 56,\ 67,\ 78,\ 89,\ 19; \\ (b) & 13,\ 35,\ 57,\ 79,\ 29,\ 24,\ 46,\ 68,\ 18; \\ (c) & 15,\ 59,\ 49,\ 48,\ 38,\ 37,\ 27,\ 26,\ 16. \end{array} \quad \ldots \text{(XIV)}$$

Hier ligt het i^{de} hoekpunt van (b) resp. (c) op de $(2i - 1)^{ste}$ zijde van (a) resp. (b), maar, in tegenstelling met de 21_3 bij π_7, het i^{de} hoekpunt van (a) op de $(1 - 2i)^{de}$ zijde van (c).

8. Voor elk oneven aantal getallen der natuurlijke rij kunnen de volgende reeksen opgeschreven worden, waar alle getallen grooter dan $(2n + 1)$ door hunne positieve resten mod. $(2n + 1)$ moeten vervangen worden.

$$\left.\begin{array}{l} 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ldots,(1 + t),\ \ldots (2n + 1); \\ 1,\ 3,\ 5,\ \ldots\ldots,(1 + 2t),\ldots (2n); \\ 1,\ 5,\ 9,\ \ldots\ldots,(1 + 4t),\ldots (2n - 2); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1,\ 1 + 2^x,\ 1 + 2^x 2,\ \ldots,(1 + 2^x t),\ \ldots (1 + 2^x 2n). \end{array}\right\} \ldots \text{(XV)}$$

Nu is, volgens eene bekende eigenschap der getallen, $2^{\tau(2n+1)} - 1 \equiv 0 \pmod{2n + 1}$, waar $\tau(2n + 1)$ de door Sylvester ingevoerde notatie is voor het „totient," d. i. het aantal getallen kleiner dan en onderling ondeelbaar met $(2n + 1)$. Bijgevolg is $2^{\frac{1}{2}\tau(2n+1)} \equiv 1$ of $\equiv -1 \pmod{2n + 1}$. In de congruentie $2^x \equiv 1$ of $\equiv -1 \pmod{2n + 1}$ is x dus, met het oog op de maximumwaarde

$2n$ van $\pi(2n+1)$, hoogstens gelijk aan n, maar kan natuurlijk ook een deeler van n zijn. Voor de kleinste waarde van x, die, wanneer aan $2^x \equiv -1$ niet kan voldaan worden, $2^x \equiv 1$ maakt, is $1 + 2^x \equiv 2$, zoodat de laatste der opgeschreven reeksen geheel met de eerste overeenkomt. Dan zijn

$$\left.\begin{array}{l} 12,\ 23,\ 34,\ \ldots\ (2n)(2n+1), (2n+1)1; \\ 13,\ 35,\ 57,\ \ldots\ (2n-2)(2n), (2n)1; \\ 15,\ 59,\ 9(13), \ldots (2n-6)(2n-2), (2n-2)1; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1(n+2), (n+2)2, \ldots (2n+1)(n+1), (n+1)1; \end{array}\right\} \ldots (XVI)$$

de hoekpunten van x tot eene cf. $(2n+1)x_3$ vereenigde $(2n+1)$ hoeken in zoodanige ligging, dat het i^{de} hoekpunt van den k^{den} veelhoek op de $(2i-1)^{ste}$ zijde van den $(k-1)^{sten}$ veelhoek is geplaatst. Het aantal cf. van deze soort, begrepen in eene π_{2n+1}, bedraagt blijkbaar $(2n+1)! : 2x(2n+1)$.

Kan aan de congruentie $2^x \equiv -1$ voldaan worden, dan is voor de kleinste waarde van den exponent $1 + 2^x \equiv 2n+1$ (mod. $2n+1$), zoodat de laatste reeks van getallen met de reeks $1, 2n+1, 2n, 2n-1, \ldots\ldots 3,2$ overeenkomt. In dit geval zijn

$$\left.\begin{array}{l} 12,\ 23,\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2n+1)1; \\ 13,\ 35,\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2n)1; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1(n+1), (n+1)(2n+1),\ \ldots\ (n+2)1; \end{array}\right\} \ldots (XVII)$$

de punten van eene in π_{2n+1} begrepen $(2n+1)x_3$, die van de boven gevonden cf. alleen daarin verschilt, dat de eerste $(2n+1)$ hoek ten opzichte van den laatsten zoo is geplaatst, dat het i^{de} hoekpunt op de $(1-2i)^{de}$ zijde ligt.

De volgende tabel bevat de uitkomsten van het onderzoek naar de waarde van x voor de eerste tien oneven getallen > 5.

π_7	$2^3 \equiv 1$	3 zevenhoeken	21_3
π_9	$2^3 \equiv -1$	3 negenhoeken	27_3
π_{11}	$2^5 \equiv -1$	5 elfhoeken	55_3
π_{13}	$2^6 \equiv -1$	6 dertienhoeken	78_3
π_{15}	$2^4 \equiv 1$	4 vijftienhoeken	60_3
π_{17}	$2^4 \equiv -1$	4 zeventienhoeken	68_3
π_{19}	$2^9 \equiv -1$	9 negentienhoeken	171_3
π_{21}	$2^6 \equiv 1$	6 eenentwintighoeken	126_3
π_{23}	$2^{11} \equiv 1$	11 drieëntwintighoeken	253_3
π_{25}	$2^{10} \equiv -1$	10 vijfentwintighoeken	250_3

. . (XVIII)

9. In elke tot eene π_{2n+1} behoorende $(2n+1)x_3$ is het punt 12 incident met de lijnen 123, $12(2n+1)$ en $12(n+2)$. Van de 6 op die lijnen gelegen punten 13, 23, $1(2n+1)$, $2(2n+1)$, $1(n+2)$, $2(n+2)$ kunnen alleen het eerste, derde en vijfde onderling verbonden zijn; evenzoo het tweede, vierde en zesde dezer punten. Nu kunnen ik en il alleen dan tot eene lijn der $(2n+1)x_3$ behooren, wanneer i, k, l in eenige volgorde genomen en zoo noodig door getallen vervangen, die met hen $\equiv$ zijn mod. $(2n+1)$, eene rekenkundige reeks vormen. Het onderzoek der verschillende hierbij mogelijke gevallen leert nu, dat voor $2n+1 > 7$ geene verbinding door cf. lijnen tusschen de genoemde zes punten bestaat, terwijl bij π_5 de punten $1i$ evenals de punten $2i$ onderling verbonden zijn, en bij π_7 25 met 27, 13 met 15 door eene cf. lijn is vereenigd.

»Stelt x de kleinste waarde voor, welke aan $2^x \equiv -1$ »(mod. $2n+1$), of, zoo dit niet mogelijk is, aan $2^x \equiv 1$ »(mod. $2n+1$) voldoet, dan kan men uit eene π_{2n+1} op »$(2n)! : (2x)$ verschillende wijzen eene cf. $(2n+1)x_3$ »afleiden, welke uit x tot π_{2n+1} behoorende $(2n+1)$ hoe»ken zoodanig is samengesteld, dat de k^{de} veelhoek in den

»$(k-1)^{sten}$, de eerste in den laatsten is beschreven. Naar »gelang $2^x \equiv 1$ of $\equiv -1$ (mod. $2n+1$) is $(2n+1)x_3$ "eene cf. der *eerste* of *tweede* soort (Schoenflies). Met uit- "zondering van de ditrigonische 21_3 zijn deze cf. *atrigonisch*".

Atrigonische configuraties, d. w. z. cf. zonder driehoeken, zijn het eerst beschouwd door MARTINETTI *); hij toonde aan, dat eene $(27_5, 45_3)$, eene 15_3, eene 17_3 en vier verschillende 18_3 deze eigenschap bezitten. De bedoelde eigenaardigheid heb ik ook opgemerkt bij eene $(84_{10}, 280_3)$, waarvan de punten door de combinaties 3 aan 3 van de cijfers van 1 tot 9 kunnen voorgesteld worden, en elke lijn drie punten bevat, die geen cijfer gemeen hebben; algemeen bij de cf.

$$\left(\binom{3p}{p}_{\binom{2p-1}{p-1}}, \frac{(3p)!}{6(p!)^3}_3\right)$$

waarvan de punten door de combinaties p aan p van $3p$ getallen worden aangewezen, en drie punten collineair zijn, als zij geen getal gemeen hebben; $p=2$ geeft de cf. 15_3 van MARTINETTI, $p=3$ de zooeven vermelde $(84_{10}, 280_3)$.

10. Wordt op de lijn $i\,k\,l$ der volledige vierzijde π_4 het door de punten $i\,k$ en $i\,l$ van $k\,l$ harmonisch gescheiden punt, door $k\,l/i$ voorgesteld, dan gaat de lijn, welke $k\,l/i$ en $k\,l/j$ verbindt, door het punt ij. Immers de harmonische groepen $i\,k$, $i\,l$; $k\,l$, $k\,l/i$ en $j\,k$, $j\,l$; $k\,l$, $k\,l/j$ hebben het punt $k\,l$ gemeen: de lijn $(k\,l/i,\ k\,l/j)$ gaat dus door het snijpunt der lijnen $(i\,k,\ j\,k)$ en $(i\,l, j\,l)$. Om dezelfde reden komen in $i\,j$ de lijnen $(i\,k/l,\ j\,k/l)$ en $(i\,l/k,\ j\,l/k)$ samen.

"De 6 punten $i\,k$ en de 12 punten $i\,k/l$ vormen met de "6 lijnen $i\,j/k\,l \equiv (i\,j, k\,l/i, k\,l/j)$ en de 12 lijnen $\overline{i\,j/k} \equiv$ "$(i\,j, i\,k/l, j\,k/l)$ eene 18_3, voor welke de zijden $i\,k\,l$ der "vierzijde zespuntige diagonalen zijn".

---

*) Sopra alcune cf. piane. (*Ann di Mat.*, Serie IIa, tomo XIV). MARTINETTI schijnt niet opgemerkt te hebben dat de restfiguur van elke lijn der bovengenoemde $(27_5, 45_3)$ eene *atrigonische* $(24_4, 32_3)$ is.

De volgende tabel geeft de verdeeling der punten dezer 18_3 over hare lijnen.

L.		P.		L.		P.		L.		P.		
12/34	12	34/1	34/2	12/3	12	13/4	23/4	23/1	23	21/4	31/4	
13/24	13	24/1	24/3	12/4	12	14/3	24/3	23/4	23	24/1	34/1	
14/23	14	23/1	23/4	13/2	13	12/4	32/4	24/1	24	21/3	41/3	..(XIX)
23/14	23	14/2	14/3	13/4	13	14/2	34/2	24/3	24	23/1	43/1	
24/13	24	13/2	13/4	14/2	14	12/3	42/3	34/1	34	31/2	41/2	
34/12	34	12/3	12/4	14/3	14	13/2	43/2	34/2	34	32/1	42/1	

Uit dit overzicht blijkt gemakkelijk, dat de cf. 5 hoofdzeszijden en 5 hoofdvijfhoeken bevat; de afzondering van elk dezer zestallen van onderling gescheiden lijnen of punten geeft eene $(18_2, 12_3)$ of eene $(12_3, 18_2.)$

Deze hoofdzeszijden zijn:

12/34	12/34	12/34	13/24	14/23	
13/24	13/24	23/14	23/14	24/13	
14/23	14/23	24/13	34/12	34/12	. . . (XX)
23/14	23/1	13/2	12/3	12/4	
24/13	24/1	14/2	14/3	13/4	
34/12	34/1	34/2	24/3	23/4	

De gevonden 18_3 bevat vier cf. driehoeken:

Δ	Hoekpunten.			Zijden.			
A	23/1	24/1	34/1	34/2	23/4	24/3	
B	13/2	14/2	34/2	34/1	13/4	14/3	
C	12/3	14/3	24/3	24/1	12/4	14/2	. . (XXI)
D	12/4	13/4	23/4	23/1	12/3	13/2	

Geen der punten *i k* behoort tot een cf. driehoek; de overige 12 punten komen elk in een driehoek voor.

11. De driehoeken *A*, *B*, *C*, *D* liggen twee aan twee perspectief t. o. v. de punten *i k*. De hoekpunten van *A* en *B* zijn b. v. paarsgewijze met de lijnen 123, 124 en 12/34 incident; de snijpunten van $\overline{14/3}$ met $\overline{24/3}$ en van $\overline{13/4}$ met $\overline{23/4}$ zijn dus collineair met het snijpunt 34 van $\overline{34/1}$ en $\overline{34/2}$. Nu zijn 12, 34 en het snijpunt van $\overline{13/4}$ met $\overline{23/4}$, dat ik door 343 zal aanduiden, de nevenhoekpunten van een volledigen vierhoek, die tot toppen heeft 13, 23, 34/1, 34/2 en tot zijden 123, 12/34, 134, 234, $\overline{13/4}$ en $\overline{23/4}$; de verbindingslijn der nevenhoekpunten 34, 343 bepaalt dus op 123 het door 13 en 23 van 12 harmonisch gescheiden punt 12/3. De collineatieas 34/12 van *A* en *B* bevat dus de 5 punten 34, 12/3, 12/4, 343, 344. Algemeen bevat elke der 6 lijnen *ij*/*kl* het snijpunt *iji* van $\overline{ik/j}$ met $\overline{il/j}$ en het snijpunt *ijj* van $\overline{jk/i}$ met $\overline{jl/i}$.

Hier volgen de 12 punten *iji* en de drietallen van lijnen der 18_3, met welke zij eene $(12_3, 18_2)$ vormen.

P.	L.			P.	L.		
121	12/34	13/2	14/2	232	23/14	12/3	24/3
122	12/34	23/1	24/1	233	23/14	13/2	34/2
131	13/24	12/3	14/3	242	24/13	12/4	23/4
133	13/24	23/1	34/1	244	24/13	14/2	34/2
141	14/23	12/4	13/4	343	34/12	13/4	23/4
144	14/23	24/1	34/1	344	34/12	14/3	24/3

..(XXII)

»De lijnen der harmonisch in π_4 beschreven 18_3 komen »3 aan 3 in 12 punten samen. Worden deze 12 punten »aan de configuratie toegevoegd, dan ontstaat eene $(30_3, 18_5)$, »die na weglating van de punten *i k* overgaat in eene »$(24_3, 18_4)$"

Tabel der $(30_3, 18_5)$.

Lijnen.	Punten.				
12/34	12	34/1	34/2	121	122
13/24	13	24/1	24/3	131	133
14/23	14	23/1	23/4	141	144
23/14	23	14/2	14/3	232	233
24/13	24	13/2	13/4	242	244
34/12	34	12/3	12/4	343	344
12/3	12	13/4	23/4	131	232
12/4	12	14/3	24/3	141	242
13/2	13	12/4	23/4	121	233
13/4	13	14/2	34/2	141	343
14/2	14	12/3	24/3	121	244
14/3	14	13/2	34/2	131	344
23/1	23	12/4	13/4	122	133
23/4	23	24/1	34/1	242	343
24/1	24	12/3	14/3	122	144
24/3	24	23/1	34/1	232	344
34/1	34	13/2	14/2	133	144
34/2	34	23/1	24/1	233	244

. . . (XXIII)

Worden de 3[de] en 4[de] kolom uit deze tabel gelicht, dan ontstaat de notatie voor eene 18_3 met de 4 cf. driehoeken;

Δ	Hoekpunten.			Zijden.		
A'	122	133	144	23/1	34/1	24/1
B'	121	233	244	13/2	34/2	14/2
C'	131	232	344	12/3	24/3	14/3
D'	141	242	343	12/4	23/4	13/4

. . (XXIV)

»De 6 punten $i\,k$ eener π_4 en de 12 punten $i\,k\,k$ vormen »met de 6 lijnen $i\,j/k\,l$ en de 12 lijnen $\overline{i\,j/k}$ eene 18_3, welke »van de harmonisch in π_4 beschreven 18_3 alleen door de »afwezigheid van zespuntige diagonalen verschilt".

De beide 18_3 hebben de cf. lijnen en de 6 cf. punten $i\,k$ gemeen; samen vormen zij de bovengenoemde $(30_3, 18_5)$, terwijl de daaruit afgeleide $(24_3, 18_4)$ het samenstel is van de beide $(12_3, 18_2)$, welke door afzondering van de punten $i\,k$ uit de beide 18_3 ontstaan. Daar geen der punten $i\,k$ tot een cf. driehoek eener 18_3 behoort, kunnen door hunne afscheiding geen driehoeken verloren gaan, en bevat de bedoelde $(24_3, 18_4)$ acht cf. driehoeken, te weten A, B, C, D; A', B', C', D', zoodat zij in samenstelling verschilt van de »harmonische" $(24_3, 18_4)$, welke 24 cf. driehoeken bezit *).

De beide 18_3 hebben de eerste hoofdzeszijde van tabel (XX) gemeen; worden deze 6 lijnen uit de bovengenoemde $(30_3, 18_5)$ verwijderd, dan blijft eene $(30_2, 12_5)$, welke blijkbaar uit twee $(18_2, 12_3)$ †) met de 6 gemeenschappelijke punten $i\,k$ bestaat.

12. De lijnen 123, 124; 134, 34/2; 14/23, 13/24 zijn drie paren overstaande zijden van een volledigen vierhoek met de hoekpunten 13, 14, 23/1, 24/1 en de nevenhoek-

*) »Over vlakke configuraties" § 6, of »Over de harm. cf. $(24_3, 18_4)$" (*Versl. en Med.*, 3e reeks, deel V, bl. 210).

†) § 10 van dit opstel.

punten 12, 34 en (14/23, 13/24); de lijn, die het laatste punt met 12 verbindt, ontmoet derhalve 134 in het punt 34/1, dat door 13 en 14 van 34 harmonisch is gescheiden: de lijnen 14/23, 13/24, 12/34 gaan dus door één punt, dat ik door 121314 zal aanduiden. De lijnen der aan de beide 18_3 gemeenschappelijke hoofdzeszijde (§ 11) vormen derhalve een volledigen vierhoek met de hoekpunten 121314, 212324, 313234, 414243.

Daar de lijnen 13/24 en 14/23 in 121314, $\overline{23/1}$ en $\overline{24/1}$ in 122, $\overline{12/3}$ en $\overline{12/4}$ in 12 samenkomen, en deze drie punten tot de lijn 12/34 behooren, liggen de driehoeken (131, 133, 13/4) en (141, 144, 14/3) perspectief en gaat de lijn 1341 $\equiv$ (131, 141) door het snijpunt 34 der lijnen $\overline{34/1} \equiv$ (133, 144) en 134 $\equiv$ (13/4, 14/3). Elk punt *ik* ligt dus met de punten *ijj* en *kjj* in eene rechte *jikj*, en met de punten *ill* en *kll* in eene rechte *likl*.

De 12 door deze beschouwing geleverde lijnen vormen met de 6 punten *ik* en de 12 punten *ijj* eene $(18_2, 12_3)$ met de cf. driehoeken:

Δ	Hoekpunten.			Zijden.		
A″	121	131	141	1231	1341	1241
B″	122	232	242	2132	2342	2142
C″	133	233	343	3123	3243	3143
D″	144	244	344	4124	4234	4134

. . (XXV)

Worden de 12 nieuwe lijnen van (XXV) toegevoegd aan de 18_3, waarvoor tabel (XXIII), na afscheiding van de 3de en 4de kolom, de notatie bevat, dan ontstaat de door tabel (XXVI) voorgestelde $(18_5, 30_3)$.

L.	P.		
12/34	12	121	122
13/24	13	131	133
14/23	14	141	144
23/14	23	232	233
24/13	24	242	244
34/12	34	343	344

(α) . . . . . . (XXVI)

L.	P.				L.	P.			
12/3	12	131	232		1341	34	131	141	
12/4	12	141	242		2342	34	232	242	
13/2	13	121	233		1241	24	121	141	
13/4	13	141	343		3243	24	233	343	
14/2	14	121	244		1231	23	121	131	
14/3	14	131	344	(β)	4234	23	244	344	γ)
23/1	23	122	133		3123	12	133	233	
23/4	23	242	343		4124	12	144	244	
24/1	24	122	144		2132	13	122	232	
24/3	24	232	344		4134	13	144	344	
34/1	34	133	144		2142	14	122	242	
34/2	34	233	244		3143	14	133	343	

Hier vormen de groepen (α) en (β) samen de notatie voor de 18_3 van tabel (XXIII) met de cf. driehoeken A', B', C', D', terwijl (α) en (γ) eene 18_3 van dezelfde soort met de cf. driehoeken A'', B'', C'', D'' en (β) met (γ) eene (18_4, 24_3) voorstellen.

»De punten $i\,k$ en $i\,k\,k$ bepalen met de lijnen $j\,i\,k\,j$ en »$i\,j/k\,l$ eene 18_3 met 4 cf. driehoeken, welke gelijksoortig »is met de 18_3, welke dezelfde punten met de lijnen $j\,i/k$ »en $i\,j/k\,l$ vormen. Samen behooren deze beide cf. tot eene »(18_5, 30_3), waaruit, na afzondering der hoofdzeszijde met »de lijnen $i\,j/k\,l$, eene (18_4, 24_3) ontstaat".

13. De beide harmonische groepen 12, 12/3; 13,23 en 34, 34/2; 24,23 hebben het punt 23 gemeen: de lijn, welke 12/3 met 34/2 verbindt, gaat dus door het snijpunt der diagonalen (12,34) en (13,24) dat ik door 1213 zal aanduiden. Door hetzelfde punt gaan dan de lijnen (12/4, 34/1), (24/1, 13/4), (24/3, 13/2), (14/2, 14/3) en (23/1, 23/4).

»De 12 punten ij/k, welke elk der punten eener π_4 har»monisch scheiden van de beide paren, waarmede het col»lineair ligt, bepalen 18 lijnen, die 6 aan 6 door de 3 »diagonaalpunten van π_4 gaan."

Deze 18 lijnen kunnen gerangschikt worden in 3 zestallen, zoodat elk zestal 12 punten ij/k bevat.

1213	14/2	14/3	1213	12/3	34/2	1213	13/2	24/3
1213	23/1	23/4	1213	12/4	34/1	1213	13/4	24/1
1214	13/2	13/4	1214	14/2	23/4	1214	12/3	34/1
1214	42/1	24/3	1214	14/3	23/1	1214	12/4	34/2
1314	12/3	12/4	1314	13/2	24/1	1314	14/2	23/1
1314	34/1	34/2	1314	13/4	24/3	1314	14/3	23/4

. . . .(XXVII).

De eerste zes dezer lijnen vormen de hoofdzeszijde, welke de drie cf. 18_3 der §§ 10, 11, 12 gemeen hebben. Uit tabel (XXVII) volgt, dat de driehoeken A, B, C, D en A', B', C', D', (tab. XXI en XXIV) twee aan twee perspectief liggen ten opzichte van 1213, 1214, 1314 als centra.

De harmonische groepen 24/1, 24; 14, 12 en 24/3, 24; 23, 34 worden achtereenvolgens uit de punten 34 en 12 op de lijnen 23/14 en 14/23 geprojecteerd in de harmonische groepen, 233,23; 14/3, 1213 en 141, 14; 23/1, 1213; daar deze het punt 1213 gemeen hebben, komen de lijnen ($\overline{141, 233}$) ($\overline{14, 23}$) en ($\overline{14/3, 23/1}$) in een punt samen, d. w. z. de lijn ($\overline{141, 233}$) gaat door 1214. De punten ikk worden dus paarsgewijze verbonden door 18 lijnen, die 6 aan 6 door de diagonaal punten van π_4 gaan; zes dier lijnen behooren weder tot de bovengenoemde hoofdzeszijde (tabel XXVI, α); de overige 12 lijnen zijn

1213	131	244	1213	121	344	
1213	133	242	1213	122	343	
1214	121	343	1214	141	233	..(XXVIII)
1214	122	344	1214	144	232	
1314	141	232	1314	131	242	
1314	144	233	1314	133	244	

Elke dezer beide zestallen van lijnen bevat blijkbaar alle punten *ikk*. De 18 zooeven gevonden lijnen dragen de hoekpunten der driehoeken A'', B'', C'', D'', (tab. XXV.) zoodat deze 2 aan 2 de diagonaalpunten van π_4 tot perspectiviteitscentra hebben.

„De driehoeken A, B, C, D liggen paarsgewijze perspectief „ten opzichte van een der punten en tevens ten opzichte „van een der diagonaalpunten van π_4. Hetzelfde geldt voor A', B', C', D' en voor A'', B'', C'', D''."

Tabel der 9 *perspectiviteitscentra.*

Paren.		Paren.		Paren.		Centra.		
A	B	A'	B'	A''	B''	12	1314	
A	C	A'	C'	A''	C''	13	1214	
A	D	A'	D'	A''	D''	14	1213	..(XXIX)
B	C	B'	C'	B''	C''	23	1213	
B	D	B'	D'	B''	D''	24	1214	
C	D	C'	D'	C''	D''	34	1314	

Hierbij valt op te merken, dat 12 niet het gemeenschappelijke perspectiviteitscentrum van A, A', A'' of van B, B', B'' is. De tabellen (XXIII) en (XXVI) bewijzen, dat de hoekpunten van A, A', A'' rusten op de drie in 121314 samen-

komende lijnen 12/34, 13/24, 14/23, terwijl hunne homologe zijden drie aan drie met de punten 23, 34, 24 incident zijn, zoodat de zijde 234 van π_4 hunne gemeenschappelijke collineatieas is.

Drietallen.			Centra.	Assen.	Snijp. hom. z.			
A	A'	A''	121314	234	23	34	24	
B	B'	B''	212324	134	13	34	14	...(XXX)
C	C'	C''	313234	124	12	24	14	
D	D'	D''	414243	123	12	23	13	

De hoekpunten en zijden der driehoeken A, A', A'' vormen met de snijpunten 23, 34, 24 hunner homologe zijden en de perspectiviteitsstralen 12/34, 13/24, 14/23 eene 12_3.

»Wanneer drie driehoeken $a_1\,b_1\,c_1$, $a_2\,b_2\,c_2$, $a_3\,b_3\,c_3$ zoo»danig in een driestraal A, B, C beschreven zijn, dat de »zijden $A_1\,A_2\,A_3$ in een punt a, de zijden $B_1\,B_2\,B_3$ in een »punt b en de zijden $C_1\,C_2\,C_3$ in een punt c samenkomen, »dan behooren de genoemde 12 punten en 12 lijnen tot »eene 12_3, waar a, b, c elk in 6, de overige punten elk in »5 cf.-driehoeken voorkomen".

De cf. is met zichzelf reciprook; zij geeft aanleiding tot de volgende tabel:

A	a_1	a_2	a_3	B	b_1	b_2	b_3	C	c_1	c_2	c_3	
A_1	a	b_1	c_1	B_1	b	c_1	a	C_1	c	a_1	b_1	...(XXXI)
A_2	a	b_2	c_2	B_2	b	c_2	a_2	C_2	c	a_2	b_2	
A_3	a	b_3	c_3	B_3	b	c_3	a_3	C_3	c	a_3	b_3	

14. Eene π_5 wordt gevormd door twee perspectief gelegen driehoeken (13, 14, 15) en (23, 24, 25) met hun centrum 12 en as $345 \equiv (34, 45, 35)$. Van de eveneens ten opzichte van 12 perspectief gelegen driehoeken (13, 15, 24) en (23, 25, 14) gaat de as door het punt 35 en bevat de

snijpunten der homologe zijden (13, 24) en (14, 23), (15, 24) en (14, 25); ik zal deze as door het teeken $\overline{35/12}$ voorstellen. Nu kan π_5 ook beschouwd worden als het samenstel van twee t. o. v. 14 perspectief geplaatste driehoeken met hunne door 35 loopende as; 35 zal dus ook incident zijn met de lijn $\overline{35/14}$, die het snijpunt der cf. diagonalen $(\overline{13,24})$ en $(\overline{12,34})$ benevens het snijpunt van $(\overline{15,24})$ met $(\overline{12,45})$ bevat; eindelijk behoort 35 nog tot de lijn $\overline{35/24}$ met de snijpunten $(\overline{12,34}; \overline{14,23})$ en $(\overline{12,45}; \overline{14,25})$.

»De 15 diagonaalpunten der 5 tot eene π_5 behoorende »volledige vierzijden liggen paarsgewijze in 30 lijnen $\overline{ij/kl}$, »welke drie aan drie door de punten van π_5 gaan en vier »aan vier in die diagonaalpunten samenkomen".

Door elk punt ik van π_5 gaan de lijnen $\overline{ik/lm}$, $\overline{ik,ln}$ en $\overline{ik,mn}$, door elk diagonaalpunt $(\overline{ik,lm}; \overline{im,lk})$ de lijnen $\overline{ji/km}$, $\overline{jk,il}$, $\overline{jl,km}$ en $\overline{jm,il}$.

In eene π_n behoort elk punt ik tot $\binom{n}{2}$ cf. π_5 en tot $\binom{n-2}{2}$ lijnen $\overline{ik/lm}$, waar l en m alle getallen van 1 tot n, (i en k uitgezonderd) kunnen voorstellen. De 3 $\binom{n}{4}$ diagonaalpunten der $\binom{n}{4}$ tot π_n behoorende π_4 liggen dus paarsgewijze in $\binom{n}{2}\binom{n-2}{2} = 6\binom{n}{4}$ lijnen $\overline{ik/lm}$, die in viertallen met de diagonaalpunten incident zijn.

Elk punt ik van π_n komt voor in $\binom{n-2}{2}$ cf. π_4, is dus met 2 $\binom{n-2}{2}$ lijnen $\overline{ik,l}$ incident, die elk twee punten ik/l dragen. Daar verder elke lijn van π_n tot $(n-3)$ cf. π_4 behoort, gaan door elk der 3$\binom{n}{3}$ punten ik/l 2$(n-3)$ lijnen $\overline{kl}$ (§ 10).

Verder is (§ 13) elk diagonaalpunt eener tot π_n behoorende π_4 met 4 lijnen incident, welke elk twee punten ik/l

bevatten. (De eerste zes lijnen van tabel (XXVII) blijven hier buiten beschouwing, omdat zij elk vier punten, n.l. ook een punt *i k*, dragen). Elk punt *i k/l* bevat daarentegen $2(n-3)$ door diagonaalpunten getrokken lijnen.

»In eene π_n gaan door elk punt *i k* $3\binom{n-2}{2}$ lijnen, die »elk 2 punten *i k/l* of 2 diagonaalpunten $(\overline{ik, lm}; \overline{im, lk})$ »bevatten; door elk punt *i k/l* $(4n-3)$ lijnen, elk een punt »*i k* met een tweede punt *i k/l*, of een diagonaalpunt met »een tweede punt *i k/l* dragende; door elk diagonaalpunt »8 lijnen, die elk een tweede diagonaalpunt met een punt »*i k*, of twee punten *i k/l* bevatten. Daar nu de getallen »$\frac{3}{2}(n-2)(n-3)$, $4(n-3)$ en 8 voor geen waarde van n »even groot zijn, is het niet mogelijk uit de genoemde »punten en lijnen eene cf. samen te stellen."

15. Door elk diagonaalpunt d eener tot π_5 behoorende π_4 gaan 4 lijnen, die elk nog 2 punten *i k/l* bevatten, terwijl elk der punten *i k/l*, omdat de lijn $\overline{i\,k\,l}$ tot twee cf. π_4 behoort, met 4 lijnen incident is, die een tweede punt *i k/l* benevens een diagonaalpunt dragen.

»De 30 punten, welke de punten eener π_5 harmonisch »scheiden van de met hen collineair gelegen cf. punten en »de 15 diagonaalpunten d der 5 in π_5 begrepen cf. π_4 »vormen met 60 niet tot π_5 behoorende lijnen eene $(45_4, 60_3)$, »waarvoor de 30 lijnen *i k/l m* van 5 in de 5 cf. 18_3 be»grepen hoofdzeszijden driepuntige diagonalen zijn, die elk »een punt van π_5 dragen; worden deze 30 lijnen in de cf. »opgenomen, dan ontstaat eene $(45_6, 90_3)$."

In de bedoelde $(45_4, 60_3)$ is het punt $(\overline{12,34}; \overline{13,24})$ in 2 volledige vierzijden het overstaande hoekpunt der punten $(\overline{12,34}; \overline{14,23})$ en $(\overline{13,24}; \overline{14,23})$; daar de beide laatstgenoemde punten overstaande hoekpunten eener mede tot de cf. behoorende vierzijde zijn, vormen de drie genoemde diagonaalpunten eene gesloten groep. Geheel op dezelfde wijze blijkt, dat de punten 12/3, 12/4 en 12/5, twee aan twee

genomen, overstaande hoekpunten van 3 in de cf. begrepen vierzijden zijn. De 45 cf. punten vormen dus 15 onderling gelijkwaardige drietallen. Dezelfde eigenschap heb ik opgemerkt bij de $(45_4, 60_3)$, welke uit de 45 nevenhoekpunten van een in eene kegelsnede beschreven zeshoek en de 60 Pascallijnen is samengesteld. Worden de hoekpunten door 1, 2, 3, 4, 5, 6, de zijden door ik ($i = 1$ tot 6, $k = 2$ tot 6), de nevenhoekpunten door 12/45 enz. voorgesteld, dan bevat deze cf. o. m. de volgende lijnen.

12/45	23/56	34/16	15/42	23/56	13/46	14/25	35/16	34/26
12/45	35/26	13/46	15/42	35/26	34/16	14/25	13/56	23/46
12/45	35/16	23/46	15/42	13/26	34/56	14/25	13/26	35/46
12/45	13/56	34/26	15/42	16/23	35/46	14/25	16/23	34/56

Uit deze tabel blijkt, dat 12/45, 14/25 en 15/42 een gesloten groep vormen op dezelfde wijze als b. v. de punten 12/3, 12/4, 12/5 der eerst genoemde $(45_4, 60_3)$; de beide cf. zijn dus gelijksoortig; in elk van hen komt elk punt in twee vierzijden, elke lijn in eene vierzijde voor. In een opzicht is de cf. der Pascallijnen van meer bizonderen aard; zij bezit in de 15 lijnen ik evenzoovele zespuntige diagonalen, terwijl de andere cf. 30 driepuntige diagonalen telt *).

16. De boven besproken $(45_4, 60_3)$ geeft aanleiding tot nieuwe cf., wanneer de 45 diagonaalpunten der 15 in haar begrepen π_4 en de 180 punten h, welke de cf. punten van de met hen collineair gelegen paren van cf. punten har-

*) De 60 Pascallijnen vormen met de 60 Kirkmanpunten 6 cf. π_5 (de stelsels π van VERONESE); door toevoeging van de 20 Steinerpunten worden deze 6 cf. vereenigd tot eene $(80_3, 60_4)$, door toevoeging van de 20 Cayleylijnen daarentegen tot eene $(60_4, 80_3)$, door toevoeging van de Steinerpunten en de Cayleylijnen ontstaat dus eene 80_4. Eene volledige opgave der litteratuur over dit onderwerp en eene gemakkelijke notatie vindt men in „The Pascal hexagram" by Miss CHRISTINE LADD (*Amer. J. of Math.* Vol. II, 1, 1879).

monisch scheiden, in de beschouwing worden opgenomen. Door elk cf. punt gaan dan vier lijnen, die elk twee punten *h* bevatten, n.l. twee voor elke π_4, waarin dat cf. punt voorkomt; door elk diagonaalpunt *d* gaan vier lijnen, elk met twee punten *h*; door elk punt *h* vier lijnen, welke elk een tweede punt *h* met een cf. punt of een diagonaalpunt *d* dragen.

»De Pascalcf. $(45_4, 60_3)$ levert eene door hare 45 cf. »punten, hare 180 punten *h* en hare 45 punten *d* met 360 »niet tot de cf. behoorende lijnen gevormde $(270_4, 360_3)$, »welke 60 zespuntige diagonalen (de lijnen der $(45_4, 60_3)$) »en 90 vierpuntige diagonalen (de lijnen der 15 tot de 15 »cf. π_4 behoorende hoofdzeszijden $ij|kl$) bezit".

Blijkbaar wordt eene $(270_4, 360_3)$ van dezelfde soort bepaald door de 15×12 tot de 15 cf. π_4 behoorende punten $i\,k\,k$ (§ 11) met de 45 diagonaalpunten *d*, de 45 cf. punten, de 15×12 lijnen $i\,k\,l\,i$ (§ 12) en de 15×12 lijnen van tabel (XXVIII).

De beschouwingen van deze § gelden voor alle cf. waarin elk punt tot twee, elke lijn tot eene π_4 behoort. Zoo vindt men uit de $(12_4, 16_3)$ *B*, welke ik in mijn opstel »Over vlakke cf." heb beschreven, eene uit 12 cf. punten, 4×3 diagonaalpunten en 48 punten *h* samengestelde $(72_4, 96_3)$ en eene daarmede gelijksoortige cf., waarin de 48 punten *h* door 48 punten $i\,k\,k$ zijn vervangen.

In de $(12_4, 16_3)$ *A*, welke in hetzelfde opstel voorkomt, behoort elk punt tot 6, elke lijn tot 3, elk diagonaalpunt (als snijpunt van 3 cf. diagonalen) tot 3 vierzijden, zoodat hier op dergelijke wijze eene nieuwe cf. kan worden samengesteld.

»De 12 cf. punten en 48 punten *h* eener $(12_4, 16_3)$ A »en de 12 punten der geassocieerde cf. behooren tot eene »$(72_{12}, 288_3)$ met 16 zespuntige en 72 vierpuntige diago- »nalen; elke der laatste bevat een punt der oorspronkelijke »cf., een punt der geassocieerde cf. en twee punten *h*."

Uit het in de §§ 15 en 16 behandelde volgt algemeen:

»Behoort elke lijn eener $\left(\left(\frac{6q}{n}\right)_n, 2q_3\right)$ tot twee vierzijden,

»dan vormen de $3q$ diagonaalpunten der q in haar begrepen »vierzijden met de $6q$ punten h en $12q$ nieuwe lijnen eene »$(9q_4, 12q_3)$, welke uit $3q$ vierzijden zoodanig is samenge»steld, dat elk cf. punt tot twee, elke cf. lijn tot eene »dezer vierzijden behoort. De $9q$ punten der nieuwe cf., »hare $36q$ punten h en hare $9q$ diagonaalpunten, bepalen »met $72q$ nieuwe lijnen eene $(54q_4, 72q_3)$."

RAPPORT

OVER DE

VERHANDELING VAN Dr. **J. DE VRIES**.

„OVER EENE GROEP VAN REGELMATIGE VLAKKE CONFIGURATIES".

DOOR

D. BIERENS DE HAAN EN **F. J. VAN DEN BERG.**

(Uitgebracht in de Vergadering van 24 November 1888).

Nog is ons opgedragen over de bovenstaande verhandeling van denzelfden schrijver rapport uit te brengen; en daaromtrent gelden dezelfde opmerkingen, die bij het voorgaande rapport gemaakt zijn.

De in de vorige verhandeling behandelde Polyedrale configuratien zoowel als die, welke de tweede ondergeteekende (VAN DEN BERG) afleidde bij de graphische oplossing van een stelsel lineaire vergelijkingen, behooren tot de conf. $\left(\binom{p+q}{q}_q, \binom{p+q}{q-1}_{p+1}\right)$; deze ontstaat bij p volledige q-hoeken, die paarsgewijze ten opzichte van een bepaald punt perspectivisch gelegen zijn.

Schrijver wil vooreerst bewijzen, dat deze conf. eene regelmatige is. Hij neemt drie driehoeken, die op drie in één punt zamenkomende rechten, een driestraal, rusten, en vindt dat de drie collineatie-assen in één punt zamenkomen, en dus tot de conf. $(20_3, 15_4)$ aanleiding geven, die nu re-

gelmatig is. Voor het snijpunt van drie rechten der configuratie het punt *jmn*, en voor het snijpunt der drie bijbehoorende collineatie-assen het punt *ikl* nemende, noemt hij deze *geassociëerde punten*, in overeenstemming met de »geassociëerde lijnen" der polyedrale conf. $(15_4, 20_3)$, die met de vorige reciprook verwant is.

In een vierstraal, waarin drie volledige vierhoeken zijn beschreven, noemt schrijver het middelpunt *complementair* met de lijn, die de vier geassociëerde punten van dit middelpunt in vier conf. $(20_3, 15_4)$ blijkt te bevatten. Die complementaire lijn voltooit de gegeven figuur met de conf. $(20_3, 15_4)$ tot eene conf. 35_4, en wordt hier door c_1 aangeduid.

Deze conf. 35_4 is regelmatig: zij ontstaat ook bij drie volledige vierzijden, die ten opzichte van vier collineaire punten in *lineale* ligging zijn; dat is, waarbij de *n* snijpunten van homologe zijden op ééne rechte lijn liggen.

In een vijfstraal, waarop drie volledige vijfhoeken rusten, komt schrijver op eene regelmatige conf. $(56_5, 70_4)$, die ook ontstaat uit vier volledige vierzijden, die lineaal gelegen zijn ten opzichte van vier collineaire punten. Hare lijnen kunnen in 35 tweetallen worden verdeeld, die *geassociëerde paren der tweede orde* worden genoemd, en door a_2 worden aangeduid.

Wordt bij den vierstraal het centrum door vier letters aangeduid, en draagt hij vier volledige vierhoeken, dan verkrijgt men, door zamenvoeging van vier in de figuur begrepen conf. 35_4, eene conf. $(70_4, 56_5)$, die met de voorgaande reciprook verwant is. Vier vijfhoeken, beschreven in een vijfstraal, geven aanleiding tot vijf conf. $(70_4, 56_5)$. De vijf punten a_2, die in deze vijf conf. bij het middelpunt daarvan behooren, liggen in eene rechte, die *de complementaire lijn der tweede orde* wordt genoemd, en door c_2 aangegeven wordt; zij vult de genoemde conf. aan tot een conf. 126_5; deze is regelmatig, elk punt kan dus weder als centrum worden beschouwd.

Het voorgaande wettigt het vermoeden, dat ook $(p-1)$ p-hoeken, die twee aan twee perspectivisch gelegen zijn ten

opzichte van een door $(p-1)$ letters voorgesteld punt, aanleiding geven tot eene regelmatige conf. $\binom{2p-1}{p}_p$; deze zoude dan $\binom{p-1}{i+2}\binom{p}{i+2}$ punten a_1 en $\binom{p-1}{i+2}\binom{p}{i+3}$ lijnen c_1 bevatten voor $i = 1, 2, 3 \ldots p-3$; waarvan elke lijn c_1 incident is met $(i+3)$ punten a_1. Deze stelling wordt door schrijver bewezen, en daaruit verder afgeleid, dat, wanneer men p volledige q-hoeken in een q-straal beschrijft, deze aanleiding geven tot $\left(\binom{p+q}{q}_q, \binom{p+q}{q-1}_{p+1}\right)$, eene regelmatige configuratie.

Schrijver gaat terug tot de vroeger behandelde regelmatige conf. 35_4. Deze bevat groepen van zeven gescheiden punten, die nu *neven-zeven-hoeken* vormen, in tegenstelling met de »hoofd-veel-hoeken" die wij in het vorige opstel leerden kennen. De complementaire lijnen van zeven gescheiden punten leveren ook eene *neven-zeven-zijde*. Zondert men zeven gescheiden punten en hunne complementaire lijnen uit de conf. 35_4 af, dan ontstaat er eene 28_3, die nu echter noch conf. driehoeken bevat, noch als de conf. $(9_2, 6_3)$ Δ samengesteld is uit twee drietallen van onderling gescheiden lijnen, welke laatste door de letter Δ zal worden voorgesteld.

In de conf. $\left(\binom{m}{3}_{m-3}, \binom{m}{4}_4\right)$ vormen alleen voor $m = 6k+1$ en $m = 6k+3$, de lijnen, die in $\frac{1}{6}m(m-1)$ onderling gescheiden punten samenkomen, met de overige conf. punten eene conf. $\left(\frac{1}{6}m(m-1)(m-3\right)_3$, die geene conf. driehoeken, en evenmin figuren (Δ) bevat. De overige lijnen van de oorspronkelijke conf. vormen met dezelfde punten eene conf. $\left(\frac{1}{6}m(m-1)(m-3)_{m-6}, \frac{1}{24}m(m-1)(m-3)(m-6)_4\right)$.

Opdat onze conf. $\left(\binom{m}{3}_{m-6}, \binom{m}{4}_4\right)$ hoofd veel-zijden kunne bevatten, moet m van den vorm $6k+2$ of $6k+4$ zijn;

alsdan bestaan die hoofd-veel-zijden uit $\frac{1}{4}\binom{m}{3}$ lijnen. Wordt nu zulk een groep weggenomen, dan verkrijgt men eene conf. $\left(\binom{m}{3}_{m-4}, \frac{m-4}{4}\binom{m}{3}_4\right)$, waarin elk punt tot $3\binom{m-4}{2}$ conf. driehoeken behoort; terwijl er in de oorspronkelijke conf. voor elk punt $3\binom{m-3}{2}$ conf. driehoeken bevat zijn.

Voor enkele, bepaalde waarden van m zal deze laatste conf. een neven-veel-hoek bezitten; het wegnemen van deze geeft tot eene splitsing der conf. aanleiding. Derhalve bezit de conf. (56_4) — die uit de conf. $(56_5, 70_4)$ ontstaan is door het wegnemen eener hoofd-veertien-zijde — neven-achthoeken; laat men een daarvan weg, zoo valt de conf. uiteen in twee andere $(48_2, 32_3)$ en $(48_2, 24_4)$. Evenzoo bevat de conf. $(120_6, 180_4)$ — ontstaan uit de weglating van eene hoofd-dertig-zijde uit de conf. $(120_7, 210_4)$ — neven-twaalf-hoeken; laat men daarvan eene weg, zoo valt de conf. uiteen in de conf. $(108_2, 72_3)$ en de conf. (108_4).

De vroeger verkregen configuratie

$$\left(\frac{1}{6}\,m(m-1)(m-3)_{m-6}, \frac{1}{24}\,m(m-1)(m-3)(m-6)_4\right)$$

kan eene configuratie

$$\left(\frac{1}{6}\,m(m-1)(m-3)_{m-7}, \frac{1}{24}\,m(m-1)(m-3)(m-7)_4\right)$$

leveren door de afscheiding van $\frac{1}{24}\,m(m-1)(m-1)$ gescheiden lijnen.

De configuratie

$$\left(\binom{2p}{3}_{2p-3}, \binom{2p}{4}_4\right)$$

bevat de configuratie

$$\left(4\binom{p+1}{3}_{p-1}, (p-1)\binom{p+1}{3}_4\right),$$

die samengesteld is uit de hoekpunten van $\binom{p+1}{2}$ $(p-1)$-

hoeken, die drie aan drie op $\binom{p+1}{3}$ $(p-1)$-stralen rusten, en uit hunne $\binom{p+1}{3}$ collineatie-centra en hunne collineatie-stralen; worden die centra weggenomen, dan valt de conf. uiteen in $(p-1)$ polyedrale conf. $\left(\binom{p+1}{3}_{p-1}, \binom{p+1}{3}_3\right)$.

En ten slotte nog algemeener. De configuratie

$$\left(\binom{m}{n-1}_{m-n+1}, \binom{m}{n}_n\right)$$

kan door $(n-1)$ volledige $(m-n+1)$-hoeken bepaald worden, die in een $(m-n+1)$-straal beschreven worden. Zoodra $m-n$ even en $\binom{m}{n-1}$ door $m-n$ deelbaar is, levert zij, na afscheiding van eene hoofd-$\left[\binom{n+2}{n-1}:n\right]$-zijde, eene conf. $\left(\binom{m}{n-1}_{m-n}, \frac{m-n}{n}\binom{m}{n-1}_n\right)$.

Wanneer $m-n$ oneven is, en $\binom{m}{n-2}$ door m en $n-1$ deelbaar is, bezit zij neven-veel-hoeken; wordt er zulk eene afgescheiden, dan wordt zij gesplitst in de twee configuratiën

$$\left(\frac{m-n+1}{m-1}\binom{m}{n-2}\right)_{n-1}$$

en

$$\left(\frac{m-n+1}{m-n+2}\binom{m}{n-1}_{m-2n+1}, \frac{m-2n+2}{m-n+2}\binom{m}{n}_n\right)$$

Voor elke even waarde van $m-n$ levert zij configuratiën van den vorm

$$\left(n\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}_{\frac{1}{2}(m-n+2)}, \frac{m-n+2}{2}\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}_m\right):$$

elke daarvan valt na afscheiding van $\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}$ mid-

delpunten der daarbij voorkomende $\frac{1}{2}(m - n + 2)$-stralen, uiteen in $\frac{1}{2}(m - n + 2)$ configuratiën

$$\left(\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-2}_{\frac{1}{2}(m-n+2)}, \binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}_{n-1}\right);$$

deze zijn gelijksoortig met de oorspronkelijke configuratie

$$\left(\binom{m}{n-1}_{m-n+1}, \binom{m}{n}_{n}\right).$$

Ook de plaatsing van deze verhandeling in uwe werken durven uwe Rapporteurs, wegens hare belangrijkheid, zoowel wat uitkomsten als wat methode aangaat, gerustelijk aanraden.

Leiden en Hilversum.
November 1888.

D. BIERENS DE HAAN.
F. J. VAN DEN BERG.

OVER EENE GROEP VAN REGELMATIGE VLAKKE CONFIGURATIES,

DOOR

JAN DE VRIES.

In een kort opstel „Ueber eine Gattung von Configurationen"*) toonde KANTOR aan, dat p paarsgewijze ten opzichte van een zelfde punt perspectief gelegen volledige q-hoeken aanleiding geven tot eene cf. $\left(\binom{p+q}{q}_q, \binom{p+q}{q-1}_{p+1}\right)$.

Onlangs heeft Prof. VAN DEN BERG †) bewezen, dat de graphische oplossing van een stelsel van lineaire vergelijkingen tot configuraties leidt, die tot de door KANTOR ontdekte groep behooren.

In de volgende bladzijden zal ik aantoonen, dat KANTOR's cf. regelmatig zijn en eigenschappen bezitten overeenkomende met die der vlakke polyedrale cf. §), welke mede tot de bedoelde groep moeten gerekend worden.

1. Drie driehoeken met de hoekpunten (124, 125, 126), (134, 135, 136), (234, 235, 236), welke op drie in een

*) *Sitz. ber. d. Wiener Akad.* Bd. 80.

†) „Over de graphische oplossing van een stelsel lineaire vergelijkingen" (*Versl. en Med.* 3de reeks, Deel IV, bl. 196) en „De constructiefiguur voor de oplossing van een stelsel lineaire vergelijkingen, beschouwd als configuratie" (*Versl. en Med.* 3de reeks, Deel V, bl. 267).

§) Zie mijn opstel „Over vlakke polyedrale configuraties" (*Versl. en Med.* 3de reeks, Deel VI bl. 8).

punt 123 samenkomende rechten 1234, 1235, 1236 rusten, bepalen drie collineatieassen $i\,456$ ($i = 1, 2, 3$) met de snijpunten $i\,45$, $i\,56$, $i\,46$ der paren van homologe zijden ($ik\,4$, $ik\,5$) en ($il\,4$, $il\,5$), ($ik\,5$, $ik\,6$) en ($il\,5$, $il\,6$), ($ik\,4$, $ik\,6$) en ($il\,4$, $il\,6$). Nu is 124 het snijpunt van (145, 245) met (146, 246), 234 van (245, 345) met (246, 346), 134 van (345, 145) met (346, 146): de lijn 1234, welke 124, 234 en 134 draagt, is dus de collineatieas der driehoeken (145, 245, 345) en (146, 246, 346) zoodat de lijnen 1456, 2456, 3456, die de homologe hoekpunten vereenigen, in een punt 456 samenkomen, dat de beschouwde figuur tot eene cf. $(20_3, 15_4)$ *) aanvult.

1234	123	124	134	234
1235	123	125	135	235
1236	123	126	136	236
1245	124	125	145	245
1345	134	135	145	345
2345	234	235	245	345
1256	125	126	156	256
1356	135	136	156	356
2356	235	236	256	356
1246	124	126	146	246
1346	134	136	146	346
2346	234	236	246	346
1456	145	146	156	456
2456	245	246	256	456
3456	345	346	356	456

. . . (A)

*) De 20 Steinerpunten en de 15 Plückerlijnen van eenen in eene K_2 beschreven volledigen zeshoek vormen zulk eene $(20_3, 15_4)$, terwijl de 15 Salmonpunten met de 20 Cayleylijnen tot de reciproke $(15_4, 20_3) \equiv \pi_6$ vereenigd zijn.

Uit tabel A blijkt, dat de gevonden $(20_3, 15_4)$ regelmatig is, zoodat elk punt $i\,k\,l$ kan beschouwd worden als het snijpunt van de collineatieassen behoorende tot drie driehoeken, waarvan de hoekpunten op drie in het punt $j\,m\,n$ samenkomende lijnen rusten; de beide punten $i\,k\,l$ en $j\,m\,n$ zal ik „geassocieerde" punten der eerste orde (a_1) noemen in overeenstemming met de geassociëerde lijnen der polyedrale cf. $\pi_6 \equiv (15_4, 20_3)$, *) welke met de beschouwde $(20_3, 15_4)$ reciprook verwant is.

2. Zijn in een vierstraal 1234, 1235, 1236, 1237 met middelpunt 123 drie volledige vierhoeken met de hoekpunten $i\,k\,4$, $i\,k\,5$, $i\,k\,6$, $i\,k\,7$ $(i, k = 1, 2, 3)$ beschreven, dan is 123 achtereenvolgens in 4 cf. $(20_3, 15_4)$ geassociëerd met de punten 456, 457, 467, 567. Nu gaan de zijden der driehoeken $1\,i\,7$, $2\,i\,7$, $3\,i\,7$, $(i = 4, 5, 6)$ door de met 1237 incidente punten 127, 137, 237; de 3 door die driehoeken bepaalde collineatiecentra 457, 467, 567 behooren dus met de genoemde 12 punten tot eene polyedrale $(15_4, 20_3)$ waarin de door 457, 467 en 567 getrokken lijn 4567 met 1237 is geassociëerd †). In eene tweede $(15_4, 20_3)$ is de lijn 1236 geassociëerd met eene rechte, welke de punten 456, 476 en 576 draagt: de vier punten 456, 457, 467, 567 zijn derhalve collineair.

De lijn 4567 vormt nu met de elementen der reeds voorhanden figuur eene cf. 35_4, welke uit het centrum 123, de 12 hoekpunten der 3 volledige vierhoeken, de 18 snijpunten van homologe zijden en de 4 met 123 geassociëerde punten bestaat, welke elk incident zijn met 4 der volgende 35 lijnen: de 4 stralen door 123, de 18 zijden der 4hoeken, de 12 collineatieassen, welke tot de 12 paren van driehoeken behooren, en de complementaire lijn 4567; elk hoekpunt

---

*) „Over vlakke polyedrale conf." en „Ueber gewisse ebene Configurationen" (*Acta Math.* 12 bl. 70).

†) Deze notatie der bedoelde $(15_4, 20_3)$ wordt uit de in mijn opstel „Over vlakke polyedrale cf." gebezigde gevonden door achter elke combinatie der 2de en 3de klasse van de cijfers 1, 2, 3, 4, 5, 6 het cijfer 7 te plaatsen.

is n.l. met een straal en 3 zijden, elk homoloog snijpunt met 2 zijden en 2 assen, elk met 123 geassociëerd punt met 3 assen en de lijn 4567 incident. Daar de elementen dezer 35_4 door de combinaties der 3[de] en 4[de] klasse van 7 cijfers worden voorgesteld, is de cf. regelmatig, en vormen hare punten en lijnen 35 paren »complementaire" elementen $i\,j\,k$ en $l\,m\,n\,p$. Dezelfde cf. ontstaat blijkbaar uit 3 volledige vierzijden, die ten opzichte van 4 collineaire punten in lineale *) ligging verkeeren. †) Het complementaire element (der eerste orde) van een punt of lijn der 35_4 zal steeds door c_1 worden aangeduid.

3. Worden drie volledige vijfhoeken met de hoekpunten $i\,k\,4$, $i\,k\,5$, $i\,k\,6$, $i\,k\,7$, $i\,k\,8$ $(i, k = 1, 2, 3)$ op 5 door het punt 123 getrokken lijnen $123\,i (i = 4, 5, 6, 7, 8)$ geplaatst, dan is 123 in 5 cf. 35_4 complementair tot evenzoovele lijnen 4567, 4568, 4578, 4678, 5678, welke paarsgewijze met de punten $i\,k\,l$ $(i, k, l = 4, 5, 6, 7, 8)$ incident zijn, en met hen eene volledige vijfzijde vormen. Het punt 123, de 15 hoekpunten, de 30 homologe snijpunten en de 10 met 123 geassociëerde punten zijn nu elk met 5 lijnen incident, en wel elk hoekpunt met een straal en 4 zijden, elk homoloog snijpunt met 2 zijden en 3 assen, elk geassociëerd punt met 3 assen en 2 complementaire lijnen, terwijl de 5 stralen, de 30 zijden, de 30 assen en de 5 complementaire lijnen elk 4 der voornoemde punten dragen. De door deze punten en lijnen gevormde $(56_5, 70_4)$, waarvan de regelmatigheid uit hare notatie volgt, ontstaat ook uit 4 ten opzichte van 4 collineaire punten lineaal ge-

---

*) Twee n-zijden liggen »lineaal," wanneer de n snijpunten van overeenkomstige zijden op eene rechte geplaatst zijn. (Zie SCHRÖTER, Ueber das Fünfflach und Sechsflach, CRELLE C., bl. 238).

†) De 35_4, welke door de 15 Salmonpunten, de 20 Steinerpunten, de 15 Plückerlijnen en de 20 Cayleylijnen van den volledigen Pascalzeshoek wordt gevormd, is met de gevonden cf. gelijksoortig; zij kan gesplitst worden in de boven aangehaalde $(20_3, 15_4)$ der Steinerpunten en Plückerlijnen en de $(15_4, 20_3)$ der Salmonpunten en Cayleylijnen.

plaatste vierzijden. Hare lijnen kunnen in 35 paren *i k l m*, *n o p q* gerangschikt worden, welke ik geassociëerde paren der 2[de] orde zal noemen; waar het noodig is, duid ik *n o p q* aan als de a_2 van *i k l m*.

4. Draagt de vierstraal 12345, 12346, 12347, 12348 met centrum 1234 vier volledige vierhoeken met de hoekpunten *i k l* 5, *i k l* 6, *i k l* 7, *i k l* 8 (i, k, l = 1, 2, 3, 4), dan komt 1234 in 4 cf. 35_4 voor. De punten 1238, 1248, 1348, 2348 zijn resp. met de zijden 1238 *i*, 1248 *i*, 1348 *i*, 2348 *i*, (i = 5, 6, 7) van 3 volledige vierzijden incident en bepalen met deze eene in de geconstrueerde figuur begrepen 35_4, waarin de lijn 12348 complementair is tot het snijpunt 5678 der lijnen 15678, 25678, 35678, 45678 *), welke juist complementair zijn met het punt 1234 in de 4 cf. 35_4, waartoe dit punt behoort. Door samenvoeging van deze 4 cf. ontstaat dus eene figuur met 70 punten (1234, 16 hoekpunten, 36 homologe snijpunten, 16 punten a_1 en het punt 5678, dat ik, in overeenstemming met het slot van § 3, het geassociëerde punt a_2 der tweede orde van 1234 noem) en 56 lijnen (4 stralen, 24 zijden, 24 assen, 4 complementaire lijnen), dus eene (70_4, 56_5), die blijkbaar reciprook verwant is met de (56_5, 70_4) van § 3.

Vier vijfhoeken met de hoekpunten *i k l p*, waar i, k, l = 1, 2, 3, 4 en p = 5, 6, 7, 8, 9, geven aanleiding tot 5 cf. (70_4, 56_5), wanneer zij beschreven zijn in den vijfstraal 1234 *i* (i = 5, 6, 7, 8, 9); bij 1234, het middelpunt van den vijfstraal, behooren dus 5 punten a_2, nl. 5678, 5679, 5689, 5789, 6789. De punten 1239, 1249, 1349, 2349 liggen op de zijden 1239 *i*, 1249 *i*, 1349 *i*, 2349 *i* (i = 5, 6, 7, 8) van 4 tot de figuur behoorende volledige vierzijden, waarmede zij blijkbaar eene, eveneens in de geconstrueerde figuur begrepen, (56_5, 70_4) bepalen, en waarin de punten 5679, 5689, 5789, 6789 met de a_2 van 12349 incident zijn †).

---

*) De notatie dezer 35_4 wordt gelijk aan de in § 2 gebruikte, wanneer men het cijfer 8 weglaat.

†) Achtervoeging van eene 9 doet de schrijfwijze voor deze cf. uit die van § 3 ontstaan.

Daar in eene andere $(56_5, 70_4)$ de punten 5678, 5698, 5798, 6798 op de a_2 van 12348 liggen, zijn de 5 bij 1234 behoorende punten a_2 incident met eene rechte 56789, welke ik de complementaire lijn der tweede orde van het punt 1234 noem en door het teeken c_2 aanduid. Zij vult de door samenstelling van de 5 cf. $(70_4, 56_5)$ gevormde figuur aan tot eene 126_5 met 1 centrum, 20 hoekpunten, 60 homologe snijpunten, 40 punten a_1, 5 punten a_2, benevens 5 stralen, 40 zijden, 60 assen, 20 lijnen c_1 en 1 lijn c_2. Daar hare elementen door de combinaties der 4de en 5de klasse van 9 getallen voorgesteld worden, is zij regelmatig en kan elk punt als centrum beschouwd worden; zijn c_2 wordt dan aangeduid door de 5 cijfers, welke in de notatie van het punt ontbreken.

5. Het voorafgaande wettigt het vermoeden, dat $(p-1)$ ten opzichte van een door het teeken $1234\ldots.(p-1)$ voorgesteld punt paarsgewijze perspectief gelegen p-hoeken aanleiding geven tot eene cf. $\binom{2p-1}{p}_p$ met $\binom{p-1}{i+2}\binom{p}{i+2}$ punten a_i en $\binom{p-1}{i+2}\binom{p}{i+3}$ lijnen c_i $(i=1, 2, 3, \ldots.(p-3))$, waarbij elke lijn c_i met $(i+3)$ punten a_i incident is; dit vermoeden wordt zekerheid, wanneer aangetoond wordt, dat uit de gemaakte onderstelling het bestaan eener $\binom{2p+1}{p+1}_{p+1}$ volgt, welke bepaald is door p perspectief gelegen $(p+1)$-hoeken.

Worden $(p-1)$ volledige $(p+1)$-hoeken paarsgewijze perspectief geplaatst ten opzichte van het punt $1234\ldots.(p-1)$, dan is het laatste in $(p+1)$ cf. $\binom{2p-1}{p}_p$ aan evenzoovele lijnen c_{p-3} toegevoegd, die met de op hen gelegen punten a_{p-3} eene volledige $(p+1)$zijde vormen. Zoo ontstaat eene $\left(\binom{2p}{p+1}_{p+1}, \binom{2p}{p}_p\right)$, waarvan de lijnen in $\frac{1}{2}\binom{2p}{p}$ paren kunnen gerangschikt worden, zoodat de

lijnen van elk paar samen de $2p$ tot aanduiding der elementen gebezigde getallen bevatten, en als geassociëerde lijnen a_{p-2} aan elkander zijn toegevoegd. Immers de nieuwe figuur bevat $1 + (p-1)(p+1) + \binom{p-1}{2}\binom{p+1}{2} + \binom{p-1}{3}\binom{p+1}{3} + \ldots \binom{p-1}{p-1}\binom{p+1}{p-1} = \binom{2p}{p-1} = \binom{2p}{p+1}$ punten *) en $(p+1) + (p-1)\binom{p+1}{2} + \binom{p-1}{2}\binom{p+1}{3} + \ldots \binom{p-1}{p-1}\binom{p+1}{p} = \binom{2p}{p}$ lijnen, die elk p der genoemde punten dragen en in $(p+1)$-tallen in hen samenkomen.

Elke lijn dezer cf. kan met de p volledige p-zijden, welke ten opzichte van haar in lineale ligging verkeeren, tot bepaling der cf. dienen; de bij haar behoorende lijn a_{p-2} bevat de p punten c_{p-3}, welke in evenzoovele $\binom{2p-1}{p}_p$ aan haar zijn toegevoegd.

Is verder $123\ldots p$ het gemeenschappelijke collineatiecentrum van p volledige p-hoeken met de hoekpunten

$$\left.\begin{array}{l} i_1\, i_2\, i_3 \ldots i_{p-1}\ (p+1) \\ i_1\, i_2\, i_3 \ldots i_{p-1}\ (p+2) \\ i_1\, i_2\, i_3 \ldots i_{p-1}\ (p+3) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ i_1\, i_2\, i_3 \ldots i_{p-1}\ 2p \end{array}\right\} (i_1, i_2 \ldots i_{p-1} = 1, 2, 3, \ldots p)$$

dan geeft de constructie der punten a_i en lijnen c_i eene figuur waarin $123\ldots.p$ in p cf. $\binom{2p-1}{p}_p$ complementair is met de volgende p lijnen c_{p-3}:

*) Eene handelwijze om dergelijke sommaties te verrichten vindt men in het boven aangehaalde opstel van Prof. VAN DEN BERG („De constructiefiguur enz." bl. 278, 279).

$$\left.\begin{array}{l} 1, p+1, p+2, \ldots\ldots 2p \\ 2, p+1, p+2, \ldots\ldots 2p \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ p, p+1, p+2, \ldots\ldots 2p \end{array}\right\}$$

Daar de $\binom{2p-1}{p}_p$, waarvan het bestaan ondersteld is, ook kan voortgebracht worden door $(p-1)$ ten opzichte van p collineaire punten lineaal geplaatste volledige p-zijden, en de zooeven genoemde lijnen c_{p-3} b. v. tot de $\binom{2p-1}{p}_p$ behooren, welke door de p collineaire punten $(i_1\, i_2\, i_3 \ldots. 2p)$ en de met hen incidente lijnen bepaald is, komen die p lijnen c_{p-3} samen in een punt $(p+1,\ p+2, \ldots 2p)$, dat als c_{p-2} aan de lijn $(123\ldots.p,\ 2p)$ is toegevoegd, en het met $(123\ldots.\,p)$ geassociëerde punt a_{p-2} kan genoemd worden. De figuur bevat nu

$$1 + p^2 + \binom{p}{2}^2 + \ldots. + \binom{p}{i}^2 + \ldots. + p^2 + 1 = \binom{2p}{p}$$

punten en

$$p + p\binom{p}{2} + \binom{p}{2}\binom{p}{3} + \ldots + \binom{p}{i}\binom{p}{i+1} + \ldots + p = \binom{2p}{p-1}$$

lijnen, en daar elk dezer punten met p der lijnen, elke lijn met $(p+1)$ punten incident is, vormen zij eene

$$\left(\binom{2p}{p}_p, \binom{2p}{p-1}_{p+1}\right).$$

Rusten eindelijk de hoekpunten

$$\left.\begin{array}{l} i_1\, i_2\, i_3 \ldots i_{p-1} \quad p+1 \\ i_1\, i_2\, i_3 \ldots i_{p-1} \quad p+2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ i_1\, i_2\, i_3 \ldots i_{p-1} \quad 2p+1 \end{array}\right\} (i_1\, i_2 \ldots i_{p-1} = 1, 2, 3 \ldots p)$$

van p perspectief geplaatste $(p+1)$-hoeken op den $(p+1)$-straal $123 \ldots . pi$ $(i=p+1,\ p+2, \ldots 2p+1)$, dan is het centrum $123 \ldots p$ in $(p+1)$ cf. $\left(\binom{2p}{p}_p, \binom{2p}{p-1}_{p+1}\right)$ toegevoegd aan $(p+1)$ punten a_{p-2}. n.l. $k_1, k_2, k_3 \ldots k_p$ $(k_i = p, p+1, \ldots 2p+1)$. Nu gaan de zijden van p volledige tot de figuur behoorende p-zijden door de punten $(i_1\ i_2 \ldots .\ i_{p-1}\ 2p+1)$ der rechte $(123 \ldots p,\ 2p+1)$ en bepalen met deze eene mede in de figuur begrepen $\left(\binom{2p}{p-1}_{p+1}, \binom{2p}{p}_p\right)$, waarin de punten $(i_1\ i_2 \ldots .\ i_{p-1}, 2p+1)$, $(i_k = p+1, p+2, \ldots . 2p)$, op de aan $(123 \ldots . p, 2p+1)$ toegevoegde lijn a_{p-2} liggen. Hieruit volgt dat de $(p+1)$ bovengenoemde punten a_{p-2} in p-tallen collineair, dus allen op eene rechte $(p+1, p+2, \ldots . 2p+1)$ geplaatst zijn, welke als c_{p-2} bij $123 \ldots . p$ behoort. Het aantal punten der figuur bedraagt nu $1+p(p+1)+\binom{p}{2}\binom{p+1}{2}+, \ldots = \binom{2p+1}{p}$, het aantal lijnen $(p+1)+p\binom{p+1}{2}+\binom{p}{2}\binom{p+1}{3}+ \ldots . = \binom{2p+1}{p+1} = \binom{2p+1}{p}$, en daar elk dezer elementen met $(p+1)$ elementen incident is, vormen zij eene $\binom{2p+1}{p}_{p+1}$.

Op dergelijke wijze als in § 3 is gehandeld kan nu met behulp van het voorafgaande bewezen worden, dat p volledige in een q-straal beschreven q-hoeken tot eene $\left(\binom{p+q}{q}_q, \binom{p+q}{q-1}_{p+1}\right)$ aanleiding geven, welke regelmatig is, en waarvan de punten en lijnen door de combinaties der p^{de} en $(p+1)^{ste}$ klasse van $(p+q)$ getallen kunnen voorgesteld worden.

6. Daar elk der cijfers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 met 3 paren tot drietallen kan samengevoegd worden, welke onderling gescheiden punten aanduiden, bezit de boven gevonden 35_4 groepen van 7 gescheiden punten, welke ik »nevenzeven-

hoeken" noem, in tegenstelling met een hoofdveelhoek, waarvan de punten samen met alle cf. lijnen incident zijn *). Uit de volgende tabel blijkt, dat de complementaire lijnen van 7 onderling gescheiden punten der 35_4 eene »nevenzevenzijde" vormen.

Nevenzevenhoek.	Nevenzevenzijde.	
123	4567	
145	2367	
167	2345	. . . . (B)
246	1357	
257	1346	
347	1256	
356	1247	

De 28 met een nevenzevenhoek incidente lijnen der 35_4 dragen elk, behalve het punt der gescheiden groep, nog 3 cf.punten; zij gaan dus 3 aan 3 door de 28 overige cf.punten, die in 4tallen op de lijnen der nevenzevenzijde gelegen zijn. Door afzondering der elementen van (B) ontstaat uit 35_4 eene 28_3, waarin het punt 124 op de lijnen 1234, 1245, 1246 met de paren 134, 234; 125, 245; 126, 146 collineair is; van deze 6 punten zijn in de 35_4 de paren 234, 245; 134, 146; 125, 126 resp. door de niet in 28_3 voorkomende lijnen 2345, 1346, 1256 verbonden; van de beide andere lijnen, waarmede elk dezer 6 punten in 35_4 incident is, gaat eene naar een punt der afgezonderde lijn 1247 en eene naar een der afgescheiden punten 123, 145,

*) Nevenveelhoeken en hoofdveelzijden komen ook voor bij vlakke polyedrale cf. (Vgl. het aangehaalde opstel over dit onderwerp, § 2 en § 3).

246. De 28_3 is dus atrigonisch, d. w. z. zij bevat geen cf. driehoeken.

Tabel (C) bevat de 6 in 28_3 met 1234 verbonden lijnen met de op hen gelegen punten; de punten tusschen boogjes behooren niet tot de 28_3.

1245	124	125	245	(145)	
1345	134	135	345	(145)	
1246	124	126	146	(246)	
2346	234	236	346	(246)	. . . (C)
1347	134	137	147	(347)	
2347	234	237	247	(347)	

Van de 12 punten, welke behalve 124, 234, 134 op deze 6 lijnen gelegen zijn, worden er geen drie door eene lijn der 28_3 vereenigd: de cf. bevat dus geen uit 2 drietallen van onderling gescheiden lijnen samengestelde $(9_2, 6_3)$, *) waaraan ik den naam van »bitripel" geef, die ook voor de reciproke $(6_3, 9_2)$ past; de bedoelde 12 punten rusten paarsgewijze op 6 lijnen der 28_3, welke elk een derde niet in (C) voorkomend, punt dragen.

»Door afscheiding van een nevenzevenhoek en de com-»plementaire nevenzevenzijde ontstaat uit de regelmatige 35_4 »eene atrigonische regelmatige 28_3 zonder bitripels."

---

*) Deze, na de cf. n_3, eenvoudigste atrigonische cf. wordt door MARTINETTI aangeduid door het teeken (△). („Sopra alcune cf. piane" (*Ann. di Mat.*, Serie IIa, Deel XIV, bl. 164). Dezelfde $(9_2, 6_3)$ heb ik in mijn opstel „Over vlakke cf." (bl. 118) door het teeken A onderscheiden van de tweede mogelijke $(9_2, 6_3)$, welke twee cf. driehoeken bezit en o. a. uit de polyedrale 10_3 door afscheiding van het punt *ik* en de lijnen *ikl*, *ikm*, *ikn* en *lmn* ontstaat.

7. De lijnen der regelmatige $\left(\binom{m}{3}_{m-3}, \binom{m}{4}_4\right)$, welke met x onderling gescheiden punten incident zijn, komen drie aan drie in de overige $\binom{m}{3} - x$ punten samen, zoodra $x\,(m-3) = \binom{m}{3} - x$, dus $x = \frac{1}{6}\,m\,(m-1)$ is. Deze waarde kan x evenwel slechts voor oneven waarden van m verkrijgen, omdat dan in de tabel voor den neven—x—hoek elk der m getallen, waarvan de combinaties der 3[de] en 4[de] klasse de elementen der cf. voorstellen, met $\frac{1}{2}\,(m-1)$ uit de overige getallen gevormde paren tot de notatie voor evenveel onderling gescheiden punten kan verbonden worden, terwijl voor even waarde van m slechts $\frac{1}{2}\,(m-2)$ drietallen een bepaald getal kunnen gemeen hebben, waardoor het maximum van x dan $\frac{1}{6}\,m\,(m-2)$ wordt. Daar $\frac{1}{6}\,m\,(m-1)$ voor $m = 3\,k + 2$ geen geheel getal voorstelt, en m oneven moet zijn, vormen alleen voor $m = 6\,k + 1$ of $m = 6\,k + 3$ de lijnen der $\left(\binom{m}{3}_{m-3}, \binom{m}{4}_4\right)$, welke in $\frac{1}{6}\,m\,(m-1)$ onderling gescheiden punten samenkomen, met de overige cf. punten eene cf. $\left(\frac{1}{6}\,m\,(m-1)\,(m-3)\right)_3$, terwijl de overige lijnen der oorspronkelijke cf. met diezelfde overige punten eene cf.

$$\left(\frac{1}{6}\,m\,(m-1)\,(m-3)_{m-6}, \frac{1}{24}\,m\,(m-1)\,(m-3)\,(m-6)_4\right)$$

bepalen.

Om de hierna volgende tabel (D) voor een neventwaalfhoek der $(84_6, 126_4)$ te verkrijgen, kan men de 4 drietallen, welke het cijfer 1 gemeen hebben, willekeurig aannemen, b.v. 123, 145, 168, 179; daarna kiest men de

3 paren, welke behalve 13 met het cijfer 2 tot drietallen moeten vereenigd worden, zoo, dat de nieuwe groepen met geen der eerst aangenomen drietallen meer dan een cijfer gemeen hebben; nu is er reeds een drietal dat het cijfer 3 bevat: er moeten dus nog 3 aan toegevoegd worden, enz. Op overeenkomstige wijze is de tabel (*E*) samengesteld; daarbij blijkt, dat het niet mogelijk is te bewerken, dat de tabellen (*D*) en (*E*) meer dan de 4 drietallen 123, 145, 246, 347 met tabel (*B*) gemeen hebben.

Neventwaalfhoek der (84_6, 126_4).

123	246	347	
145	259	358	. . . (D)
168	278	369	
179	489	567	

Neven-zes-en-twintig-hoek der (286_{10}, 715_4).

123	246	347	4 8 (12)	
145	259	35 (12)	4 9 (10)	
168	27 (11)	36 (13)	4 (11) (13)	
179	28 (13)	3 8 9	5 6 (10)	. . . . (E)
1 (10) (13)	2 (10) (12)	3 (10) (11)	5 7 (13)	
1 (11) (12)	6 7 (12)	7 8 (10)	5 8 (11)	
	6 9 (11)	9 (12) (13)		

Wordt de notatie voor den nevenveelhoek steeds zoo gekozen, dat hij de punten 123, 145, 246, 347 bevat, zooals in de tabellen (*B*), (*D*) en (*E*) het geval is, dan is in de

cf. $\left(\frac{1}{6}\, m\,(m-1)\,(m-3)\right)_3$ het punt 124 collineair met de paren 134, 234; 125, 245; 126, 146. Geen der lijnen 1256, 1346, 2345, die in de oorspronkelijke cf. de paren 125, 126; 134, 146; 234, 245 vereenigen, bevat een punt van den nevenveelhoek, daar geen der punten 156, 256; 136, 346; 235, 345, welke die lijnen achtereenvolgens nog bevatten, van de punten 123, 145, 246 gescheiden is: de genoemde drie lijnen behooren niet tot de $\left(\frac{1}{6}\, m\,(m-1)(m-3)\right)_3$, zoodat deze atrigonisch is. Verder blijkt uit tabel (C), die ook hier van kracht is, dat de nieuwe cf. evenmin als de 28_3 ($m=7$) lijnen bevat, welke drie der twaalf met 124, 134, 234 verbonden punten dragen: zij heeft dus geen bitripels.

»Worden van eene $\left(\binom{6k+1}{3}_{6k-2}, \binom{6k+1}{4}_4\right)$ de punten »van een neven-$(6k^2+k)$-hoek afgezonderd, dan valt de »cf. uiteen in eene atrigonische $\left((6k^2+k)(6k-2)_3\right)$ en »eene $\left((6k^2+k)(6k-2)_{6k-5}, \frac{1}{4}(6k^2+k)(6k-2)(6k-5)_4\right)$

»Voor eene $\left(\binom{6k+3}{3}_{6k}, \binom{6k+3}{4}_4\right)$ levert evenzoo de »afscheiding der punten van een neven-$(2k+1)(3k+1)$-»hoek eene $((6k^2+3k)(6k+2))_3$ zonder cf. driehoeken »benevens eene

$$\left((6k^2+3k)(6k+2)_{6k-3}, \frac{1}{4}(6k^2+3k)(6k+2)(6k-3)_4\right).\text{'}$$

De afscheiding van de punten der tabel (D) geeft eene atrigonische 72_3 en eene $(72_3, 54_4)$ met 72 cf. driehoeken; in de laatste cf. is n.l. het punt 124 verbonden met de drietallen 127, 147, 247; 128, 148, 248; 129, 149, 249; van de zijden der 3 driehoeken, welke in de oorspronkelijke cf. door deze 9 punten gevormd worden, behooren er 6 tot

de 72_3, omdat zij elk met een der punten 179, 278, 489 van (D) incident zijn; de overige drie lijnen, n.l. 1289, 1478, 2479 komen in de (72_3, 54_4) voor: hare punten zijn dus tritrigonisch, hare lijnen tetratrigonisch.

8. Zal eene $\left(\binom{m}{3}_{m-3}, \binom{m}{4}_4\right)$ hoofdveelzijden bezitten, dan moet het aantal punten $\binom{m}{3}$ door 4 deelbaar zijn, dus $m = 2k$ of $m = 8k + 1$. Het laatste moet verworpen worden, omdat voor m oneven elk paar der getallen van 1 tot m slechts met $\frac{1}{2}(m - 3)$ paren tot viertallen kan vereenigd worden, waardoor het aantal onderling gescheiden cf. lijnen $\frac{1}{24} m (m - 1) (m - 3)$ zou worden, terwijl eene hoofdveelzijde er $\frac{1}{24} m (m - 1) (m - 2)$ moet bevatten. Voor $m = 2k$ kunnen uit de m getallen $\frac{1}{24} m (m - 1) (m - 2)$ viertallen gevormd worden, als $\frac{1}{6} m (m - 1) (m - 2)$ door m, dus $(m - 1) (m - 2)$ door 6 deelbaar is; immers in de tabel der hoofdveelzijde moeten wegens de regelmatigheid der cf., alle getallen even vaak voorkomen; alleen voor $m \equiv 2$ of $m \equiv 4 \pmod{6}$ kunnen de bedoelde cf. hoofdveelzijden bezitten.

De samenstelling der tabel voor eene hoofdveelzijde kan aldus geschieden: men vormt uit de getallen 2, 3, 4 .... m op de wijze, in § 7 omschreven, eene tabel van $\frac{1}{6}(m-1)(m-2)$ drietallen, waarin deze getallen alle even vaak voorkomen, en twee drietallen niet meer dan een getal gemeen hebben; uit de groepen dezer tabel welke elk door het cijfer 1 tot viertallen worden aangevuld, kiest men de $\frac{1}{2}(m - 2)$ groepen, die het cijfer 2 bevatten, laat dit cijfer weg en vult deze

$\frac{1}{2}(m-2)$ drietallen tot eene uit de getallen $1, 3, 4 \ldots . m$ samengestelde groep van $\frac{1}{6}(m-1)(m-2)$ drietallen aan, daarbij zorg dragende, dat geen der viertallen, welke door toevoeging van het cijfer 2 uit deze drietallen ontstaan, met een viertal der eerste groep meer dan twee elementen gemeen heeft. Zoo voortgaande vult men de gevonden groepen aan met de viertallen, welke nog het cijfer 3, 4, ... moeten bevatten, totdat er $\frac{1}{24}m(m-1)(m-2)$ lijnen verkregen zijn. De beide volgende hoofdveertienzijden der $(56_5, 70_4)$ zijn op deze wijze bepaald:

1234	5678	
1256	3478	
1278	3456	
1357	2468	. . . (F)
1368	2457	
1458	2367	
1467	2358	

1235	4678	
1247	3568	
1268	3457	
1348	2567	. . . (G)
1367	2458	
1456	2378	
1578	2346	

(F) en (G) bestaan elk uit 7 paren geassocieërde lijnen a_2, en hebben geen lijn gemeen; het is niet moeielijk om na te gaan, dat uit de 42 niet tot (F) of (G) behoorende cf. lijnen geen derde hoofdveertienzijde kan gevormd worden.

Wordt uit de $(56_5, 70_4)$ eene hoofd-14-zijde weggelaten, dan ontstaat eene 56_4, waarin elk punt tot 18 cf. driehoeken behoort, in tegenstelling met de $(56_5, 70_4)$, waar dit aantal 30 bedraagt. Door afzondering van twee, evenals (F) en (G) onafhankelijke, hoofdveertienzijden komt eene $(56_3, 42_4)$ te voorschijn met 9 cf. driehoeken in elk punt.

Voor eene regelmatige $(120_7, 210_4)$ kunnen hoofddertigzijden aangewezen worden; de afzondering van zulk eene groep levert eene $(120_6, 180_4)$ met 45 cf. driehoeken in elk punt, tegen 63 in de oorspronkelijke cf.

Hoofd-dertig-zijde der $(120_7, 210_4)$.

1234	1389	2358	257(10)	378(10)	
1256	1458	236(10)	2689	456(10)	
1278	1469	2379	3457	4789	....(H)
129(10)	147(10)	2459	3468	5678	
135(10)	1579	2467	349(10)	589(10)	
1367	168(10)	248(10)	3569	679(10)	

»Eene $\left(\binom{6k+2}{3}_{6k-1}, \binom{6k+2}{4}_4\right)$ bezit hoofdveelzijden, »bestaande uit $\frac{1}{4}\binom{6k+2}{3}$ lijnen; de afscheiding van zulk »eene groep levert eene $\left(\binom{6k+2}{3}_{6k-2}, \frac{3k-1}{2}\binom{6k+2}{3}_4\right)$ »waarin elk punt tot $3\binom{6k-2}{2}$ cf. driehoeken behoort, »terwijl dit aantal voor elk punt der oorspronkelijke cf. »$3\binom{6k-1}{2}$ bedraagt.

»Evenzoo ontstaat uit eene $\left(\binom{6k+4}{3}_{6k+1}, \binom{6k+4}{4}_4\right)$

»door afzondering van eene uit $\frac{1}{4}\binom{6k+4}{3}$ lijnen gevormde

»hoofdveelzijde een $\left(\binom{6k+4}{3}_{6k}, \frac{3k}{2}\binom{6k+4}{3}_4\right)$ met $3\binom{6k}{2}$

»cf. driehoeken in elk punt in plaats van $3\binom{6k+1}{2}$ in

»elk punt der oorspronkelijke cf."

9. De cf. 56_4, welke in de $(56_5, 70_4)$ begrepen is. bezit nevenachthoeken. Immers door het vervallen van de lijnen 1234, 5678 der hoofdveertienzijde zijn de punten 123, 124, 134, 234, 567, 568, 578, 678 in de 56_4 onderling gescheiden; de overige 48 punten worden dubbel geteld, als elke der 32 in deze 8 punten samenkomende lijnen met 3 punten incident gerekend wordt; zij bepalen dus met die 32 lijnen eene $(48_2, 32_3)$, terwijl de overige lijnen der 56_4 met dezelfde punten eene $(48_2, 24_4)$ vormen.

Evenzoo valt de $(120_6, 180_4)$, welke door afzondering van eene hoofddertigzijde uit $(120_7, 210_4)$ ontstaat, door het weglaten van den uit de punten 123, 124, 134, 234, 157, 159, 179, 579, 168, 16(10), 18(10), 68(10) samengestelden neventwaalfhoek, uiteen in eene $(108_2, 72_3)$ en eene 108_4.

Zal de cf. $\left(\binom{m}{3}_{m-4}, \frac{m-4}{4}\binom{m}{3}_4\right)$, waartoe de cf. 56_4 en $(120_6, 180_4)$, als bizondere gevallen behooren, eene neven-x-hoek bezitten, welke tot eene splitsing der cf. aanleiding geeft, dan moet $3x(m-4) = 2\left(\binom{m}{3} - x\right)$ zijn, dus $x = m(m-1)(m-2):3(3m-10)$. Nu volgt uit $81x = 9m^2 + 3m + 28 + 280 : (3m-10)$ dat $(3m-10)$ een deeler van 280 moet wezen, die $\equiv 2 \pmod 3$ is; aan deze voorwaarde voldoen de deelers 2, 5, 8, 14, 20, 35, 56, 140, waardoor $m = 4, 5, 6, 8, 10, 15, 22$ of 50 en tevens x een geheel getal wordt. Maar m moet $\equiv 2$ of $\equiv 4 \pmod 6$ zijn, en daar $m = 4$ hier vervalt, kan de bedoelde

splitsing alleen uitgevoerd worden, wanneer $m = 8$, 10, 22 of 50 is. *)

10. Eene hoofdveelzijde der cf.

$$\left(\frac{1}{6} m(m-1)(m-3)_{m-6}, \frac{1}{24} m(m-1)(m-3)(m-6)_4\right),$$

welke, zoodra $m \equiv 1$ of $\equiv 3$ (mod. 6) is, door splitsing uit de $\left(\binom{m}{3}_{m-3}, \binom{m}{4}_4\right)$ (§ 7) ontstaat, moet uit $m(m-1)(m-3):24$ lijnen bestaan, die in hun notatie samen elk der getallen van 1 tot m even vaak bevatten, zoodat $\frac{1}{6}(m-1)(m-3)$ een geheel getal moet zijn, en dit is het geval voor de zooeven genoemde waarden van m. De mogelijkheid voor zulk eene hoofdveelzijde blijkt verder uit het feit, dat m getallen $\binom{m}{2}$ paren vormen en elk paar met $\frac{1}{2}(m-3)$ uit de overige getallen samengestelde paren kan verbonden worden, waardoor het aantal lijnen $\frac{1}{24} m(m-1)(m-3)$ wordt. Het vervaardigen der tabellen voor de hier bedoelde hoofdveelzijden, waarbij de opmerking, in § 8 gemaakt, geldig blijft, wordt daardoor eenigzins bemoeilijkt, dat de viertallen niet uit alle combinaties der 4[de] klasse van m getallen kunnen gekozen worden, daar immers een deel dezer combinaties de notatie voor de lijnen der $\left(\frac{1}{6} m(m-1)(m-3)\right)_3$ vormt. Bij het opmaken der volgende tabel, welke eene hoofdachttienzijde der $(72_3, 54_4)$ voorstelt, die door het weglaten van den neven-12-hoek (D) uit de $(84_6, 126_4)$ ontstaat, kwamen b v. de lijnen van de vormen $123a$, $145b$, $168c$, $179d$, $246e$,

---

*) Ten gevolge van eene rekenfout had ik de beide laatste waarden over het hoofd gezien; Prof. VAN DEN BERG had de welwillendheid mijne aandacht hierop te vestigen.

259*f*, 278*g*, 489*h*, 347*i*, 358*j*, 369*k*, 567*l* niet in aanmerking, omdat deze 72 lijnen de cf. 72_3 bepalen.

Hoofd-achttien-zijde der (72_3, 54_4).

1247	1469	2679
1256	1578	3456
1289	2349	3789 . . . (I)
1348	2357	4579
1359	2368	4678
1367	2458	5689

Door verwijdering van dit achttiental ontstaat uit de bedoelde (72_3, 54_4) eene atrigonische (72_3, 36_4); immers van de lijnen 1289, 1489, 2489, welke de in (84_6, 126_4) met 124 verbonden punten 128, 129; 148, 149; 248, 249 dragen, is de eerste als lijn van groep (I) vervallen, terwijl de beide overige tot de 72_3 behooren.

»Door afscheiding van $\left(\frac{1}{24}m\,(m-1)\,(m-3)\right)$ onderling »gescheiden lijnen kan uit de

»$\left(\frac{1}{6}m\,(m-1)\,(m-3)_{m-6},\ \frac{1}{24}m\,(m-1)(m-3)(m-6)_4\right)$,

»($m = 6k + 1$ of $m = 6k + 3$) eene cf.

»$\left(\frac{1}{6}m\,(m-1)\,(m-3)_{m-7},\ \frac{1}{24}m\,(m-1)(m-3)(m-7)_4\right)$

»worden afgeleid." *)

11. De lijnen 1 *i k l*, 2 *i k l*, 3 *i k l*, ($i, k, l = 4, 5, 6, 7, 8$) bepalen met de op hen geplaatste punten 1 *i k*, 2 *i k*,

---

*) Op dergelijke wijze levert de uit de polyedrale cf. π_{2m} gevormde $\left(4\binom{m}{2}_{2m-4},\ 8\binom{m}{3}_3\right)$ (*Over vl. pol. cf.* bl. 12) door afscheiding eener hoofdveelzijde eene eenvoudigere cf., mits $m \equiv o$ of $\equiv 1$ (mod. 3) zij.

$3\,ik$, ikl eene in de $(56_5, 70_4)$ begrepen $(40_3, 30_4)$, welke geacht kan worden te bestaan uit de hoekpunten van 10 drie aan drie in 10 driestralen beschreven driehoeken $(1\,ik, 2\,ik, 3\,ik)$ met hun 10 collineatriecentra en 30 stralen. De nieuwe cf. bevat 3 polyedrale cf. $\pi_5 \equiv 10_3$, waarvan de punten door $1\,ik$ (resp. $2\,ik$, $3\,ik$), de lijnen door $1\,ikl$ (resp. $2\,ikl$, $3\,ikl$) worden voorgesteld; zij bezit dus 60 cf. driehoeken, die geen der 10 centra tot hoekpunt hebben.

Evenzoo kan uit de lijnen $1\,ikl$, $2\,ikl$, $3\,ikl$, $4\,ikl$ en de punten $1\,ik, 2\,ik, 3\,ik, 4\,ik, ikl\,(i,k,l = 5,6,7,8,9,10)$ eene 80_4 samengesteld worden, die deel uitmaakt van eene $(120_7, 210_4)$ en bepaald is door de hoekpunten, collineatiecentra en stralen van 15 drie aan drie in 20 vierstralen beschreven vierhoeken; na verwijdering van de 20 centra ontaardt zij in 4 polyedrale $\pi_6 \equiv (15_4, 20_3)$.

»De lijnen

»$jikl$ $(j = 1, 2, 3, \ldots, p-1$ en $i, k, l = p, p+1, \ldots 2\,p)$

»vormen met de punten jik en ikl eene in de

»$\left(\binom{2p}{3}_{2p-3}, \binom{2p}{4}_4\right)$ begrepen $\left(4\binom{p+1}{3}_{p-1}, (p-1)\binom{p+1}{3}_4\right)$

»welke uit de hoekpunten van $\binom{p+1}{2}$ drie aan drie op

»$\binom{p+1}{3}$ $(p-1)$ stralen rustende $(p-1)$-hoeken met hunne

»collineatiecentra en stralen is samengesteld, en na afschei-

»ding van $\binom{p+1}{3}$ centra in $p-1$ polyedrale $\pi_{p+1} \equiv$

»$\left(\binom{p+1}{2}_{p-1}, \binom{p+1}{3}_3\right)$ uiteen valt."

12. De beschouwingen der voorgaande §§ kunnen gemakkelijk worden uitgebreid tot alle cf. $\left(\binom{m}{n-1}_{m-n+1}, \binom{m}{n}_n\right)$, die de eigenschap bezitten, dat hunne punten en lijnen door

de combinaties der $(n - 1)^{ste}$ en n^{de} klasse der getallen van 1 tot m kunnen voorgesteld worden, waarmede samenhangt dat elk punt met de hoekpunten der $(n - 1)$ volledige $(m - n + 1)$-hoeken, waarmede het verbonden is, de cf. volkomen bepaalt.

Zal zulk eene cf. hoofdveelzijden bezitten, dan moet in de eerste plaats $\binom{m}{n-1}$, het aantal harer punten, door n deelbaar zijn, daar elke cf. lijn n punten draagt; ten tweede moet $\binom{m}{n-1}$ ook een veelvoud van m zijn, daar immers de tabel der hoofdveelzijde $\binom{m}{n-1}$ getallen, en elk der m getallen even vaak, bevat; ten derde moet $(m - n)$ even wezen, want twee gescheiden lijnen kunnen hoogstens $(n - 2)$ getallen gemeen hebben, en elke der $\binom{m}{n-2}$ groepen van $(n - 2)$ getallen vormt met $\frac{m - n + 2}{2}$ of $\frac{m - n + 1}{2}$ uit de overige getallen samengestelde paren n-tallen, zoodat het aantal onderling gescheiden lijnen slechts voor even waarden van $(m - n + 2)$ gelijk wordt aan het vereischte getal $\binom{m}{n-1} : n$.

Eene $\left(\binom{m}{n-1}_{m-n+1}, \binom{m}{n}_{n}\right)$ van de bedoelde soort zal door het afscheiden van x onderling gescheiden punten in twee cf. ontaarden, wanneer de in x zoodanige punten samenkomende lijnen in $(n - 1)$-tallen met de overige $\binom{m}{n-1} - x$ punten incident zijn, zoodat $(m - n + 1)x = \binom{m}{n-1} - x$ en $x = \binom{m}{n-1} : (m - n + 2) = \binom{m}{n-2} : (n - 1)$ wordt.
Daar in de tabel voor den nevenveelhoek elk der m voor de notatie der cf. gebezigde getallen even dikwijls voorkomt,

moet$\binom{m}{n-2}$ ook door m deelbaar zijn. Ten slotte kan evenals boven aangetoond worden, dat alleen voor even waarden van $(m-n+3)$ een $\left(\binom{m}{n-2} : n-1\right)$-tal punten kan gevonden worden, die niet meer dan $(n-3)$ getallen gemeen hebben.

Is $(m-n)$, dus ook $(m+n)$ even, dan vormen de $\frac{m-n+2}{2}\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}$ lijnen met de notatie $i\, k_1\, k_2 \ldots k_{n-1}$, (waar $i = 1, 2, 3, \ldots \frac{1}{2}(m-n+2)$ en $k_1, k_2, \ldots k_{n-1}$ uit de getallenreeks $\frac{m-n+4}{2}, \frac{m-n+6}{2}, \ldots m$ gekozen worden), met de $\frac{1}{2}(m-n+2)\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-2}$ punten $i\, k_1\, k_2 \ldots k_{n-2}$ en de $\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}$ punten $k_1 k_2 \ldots k_{n-1}$ eene cf., die uit de hoekpunten van $\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-2}$ in $(n-1)$-tallen op $\frac{1}{2}(m-n+2)$-stralen rustende $\frac{1}{2}(m-n+2)$-hoeken, de middelpunten dier veelstralen en de genoemde stralen bestaat. Door het wegnemen van deze middelpunten valt deze cf. uiteen in $\frac{1}{2}(m-n+2)$ cf., waarvan de punten en lijnen, na weglating van het getal i uit hunne notatie, door de combinaties der $(n-2)^{de}$ resp. $(n-1)^{ste}$ klasse van $\frac{1}{2}(m+n-2)$ getallen worden voorgesteld, zoodat zij tot de groep van cf. behooren, waarover dit opstel handelt.

De uitkomsten der beschouwingen van deze § kunnen aldus samengevat worden:

»De regelmatige $\left(\binom{m}{n-1}_{m-n+1}, \binom{m}{n}_n\right)$, welke door $(n-1)$ »in een $(m-n+1)$-straal beschreven volledige $(m-n+1)$-»hoeken bepaald is, levert door afzondering van eene hoofd-»veelzijde eene $\left(\binom{m}{n-1}_{m-n}, \frac{m-n}{n}\binom{m}{n-1}_n\right)$, zoodra $(m-n)$ »even en $\binom{m}{n-1}$ door m en door n deelbaar is.

» Zij kan na de verwijdering van een nevenveelhoek in twee » cf., nl. eene $\left(\frac{m-n+1}{n-1}\binom{m}{n-2}\right)_{n-1}$ en eene

» $\left(\frac{m-n+1}{m-n+2}\binom{m}{n-1}_{m-2n+2}, \frac{m-2n+2}{m-n+2}\binom{m}{n}_n\right)$

» gesplitst worden, wanneer $(m-n)$ oneven en $\binom{m}{n-2}$ door » m en $(n-1)$ deelbaar is.

» Voor elke even waarde van $(m+n)$ geeft zij aanleiding tot » cf. $\left(n\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}_{\frac{1}{2}(m-n+2)}, \frac{m-n+2}{2}\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}_n\right)$, » die elk, na afzondering van $\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}$ punten, in » $\frac{1}{2}(m-n+2)$ cf. $\left(\binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-2}_{\frac{1}{2}(m-n+2)}, \binom{\frac{1}{2}(m+n-2)}{n-1}_{n-1}\right)$ » ontaarden, welke met de oorspronkelijke $\left(\binom{m}{n-1}_{m-n+1}, \binom{m}{n}_n\right)$ » gelijksoortig zijn."

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 29 December 1888.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, SCHOUTE, KAPTEYN, BIERENS DE HAAN, HOFFMANN, HOEK, ZEEMAN, ZAAIJER, BAEHR, MARTIN, VAN RIEMSDIJK, FRANCHIMONT, MAC GILLAVRY, STOKVIS, LORENTZ, ENGELMANN, PLACE, J. A. C. OUDEMANS, VAN DER WAALS, HUBRECHT, GRINWIS, MULDER, FORSTER, RAUWENHOFF, PEKELHARING, BEHRENS, KAMERLINGH ONNES en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris; van de Letterkundige Afdeeling de Heeren: BEETS, BOOT, CHANTEPIE DE LA SAUSSAYE en DE LOUTER.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. de gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwarden, 29 November 1888; 2°. J. WILLEMS, te Leuven, 26 November 1888; 3°. den Secretaris der Société mathématique de France te Parijs, 22 November 1888; 4°. den Secretaris der Société philomatique te Parijs, 24 November 1888; 5°. den Secretaris der Académie des Sciences, Arts et belles-Lettres te Dyon, 24 November 1888; 6°. A. DAYREMONT, Secretaris der Société pour l'encouragement des Sciences.

des Lettres et des Arts te Duinkerken, 1888; 7°. J. G. Tait, Secretaris der royal Society te Edinburg, 2 November 1888; 8°. H. Strebel, Archivaris van het naturwissenschaftlicher Verein te Hamburg, 1888; 9°. C. Messer, Secretaris van het naturwissenschaftlicher Verein te Bremen, 1888; 10°. H. Bruns, Bibliothecaris van de astronomische Gesellschaft te Leipzig, 20 November 1888; 11°. I. Auwers, Blibliothecaris van de kön..bayerische Akademie der Wissenschaften te München, 22 November 1888; 12°. de Redactie van Petermann's geographische Mitteilungen te Gotha, 22 November 1888; 13°. Conwentz, Secretaris van de naturforschende Gesellschaft te Danzig, 23 November 1888; 14°. Ruppel, Secretaris van het Nassauischer Altertumsverein te Wiesbaden, 24 November 1888; 15°. Landauer, Voorzitter van het Verein für Naturwissenschaft te Brunswijk, 28 November 1888; 16°. W. Valentiner, Directeur van de grossherzogliche Sternwarte te Karlsruhe, 29 November 1888; 17°. Richter, Bibliothekaris van het Verein für Erdkunde te Dresden, 30 November 1888; 18°. W. Heyd, Bibliothecaris van de königliche Bibliothek te Stuttgart, 1 December 1888; 19°. Barack, Bibliothecaris van de kais. Universitäts- und Landes-Bibliothek te Straatsburg, 4 December 1888; 20°. I. E. A. Martin, Secretaris van het Verein für Thüringische Geschichte und Altertumskunde te Jena, 9 December 1888; 21°. J. von Sachs, Würzburg, 1888; 22°. Th. Nöldeke, Straatsburg, 29 November 1888; 23°. H. Graf, Bibliothecaris van de Schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften te Bern, 18 December 1888; 24°. Schiaparelli, Secretaris der regia Lyncearum Academia te Rome, 4 December 1888; 25°. den Secretaris van het Institut royal des Sciences et Lettres te Milaan, 1 December 1888; 26°. I. Bassa, Secretaris der Académie royale des Sciences te Turijn, 3 December 1888; 27°. D. Chiloni, Directeur van de Biblioteca nazionale centrale te Florence, 3 December 1888; 28°. H. Gylden, Stockholm, 28 November 1888; 29°. E. de Regel, Directeur van den Jardin impérial de Botanique te St. Petersburg, 29 November 1888; 30°. M. Barcena, Directeur van het Observatorio

meteorologico central te Mexico, 23 October 1888; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 28 December 1888; 2°. het Ministerie van Waterstaat, Handel en Nijverheid te 's Gravenhage, 15 December 1888; 3°. den Directeur van het magnetisch en meteorologisch Observatorium te Batavia, September 1888; 4°. L. F. von Eberstein, Berlijn, 24 November 1888; 5°. Forstemann, Archivaris van de kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 1 September 1888; 6°. J. C. Pilling, Directeur van de U. S. geological Survey te Washington, 29 September 1888; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— De Heeren Schols en van Diesen hebben zich schriftelijk over hunne afwezigheid verontschuldigd.

— Is ingekomen een opstel van den Heer Dr. Jan de Vries: »Over de desmische configuratie 9_3," ter opneming in de werken der Akademie. — Op verzoek van den Voorzitter, zullen daarover in de Januari-vergadering rapport uitbrengen de Heeren Bierens de Haan en van den Berg.

— Wordt gelezen een concept-antwoord, op verzoek des Voorzitters buitenstijds opgesteld door de Heeren Bosscha, van der Waals en Lorentz, op een schrijven van Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken, over het plaatsen van bliksemafleiders op de Abdij te Middelburg. — Het antwoord wordt goedgekeurd en zal in afschrift aan den Minister worden meêgedeeld.

— De Heeren J. A. C. Oudemans en Kamerlingh Onnes brengen verslag uit over de verhandeling van den Heer Dr. van Rijckevorsel: »Magnetic Survey of the eastern part of Brazil". — Hulde doende aan den belangloozen ijver en de

RAPPORT

OVER EEN

BRIEF DES MINISTERS VAN BINNENLANDSCHE ZAKEN,

HANDELEND OVER

HET PLAATSEN VAN BLIKSEMAFLEIDERS OP DE ABDIJ TE MIDDELBURG.

(Uitgebracht in de Vergadering van 29 December 1888)

Door den Voorzitter dezer Afdeeling werd in onze handen gesteld een brief van den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken, d.d. 28 November 1888, N⁰. 2403 Afd. K. W., waarbij de Akademie verzocht wordt hare meening te doen kennen over de plaatsing van bliksemafleiders op de Abdij te Middelburg.

Uit den inhoud van den brief en de daarbij gevoegde bescheiden blijkt, dat Gedeputeerde Staten van Zeeland wenschelijk achten de Abdij, voor zooverre zij Rijksgebouwen bevat, voor het inslaan van den bliksem te beveiligen, en voorstellen daartoe *twee* bliksemafleiders te plaatsen. De Rijksbouwkundige voor de gebouwen van onderwijs, enz., acht dit aantal onvoldoende en meent dat *twaalf* opvangstangen met onderlinge verbinding langs de nokken en *vier* afzonderlijke grondleidingen noodig zijn, een en ander aan te brengen op de plaatsen, aangeduid op twee teekeningen (een grondplan en een ontwikkelden opstand). Hij gaat daarbij uit van de bekende leer, volgens welke door een afleider de ruimte beveiligd wordt, welke onder de spits begrepen is binnen een rechten cirkelvormigen kegel, waarvan de spits des afleiders de top en een rechte hoek de tophoek is.

De Minister stelt de vraag of, nu die gebouwen niet

merkbaar boven hunne omgeving uitsteken en de zeer hooge Abdijtoren van een afleider voorzien is, het aanbrengen van meerdere afleiders wel dringend noodzakelijk is.

De Ondergeteekenden achten de beantwoording der vraag, of een gebouw door bliksemafleiders moet beschermd worden, grootendeels afhankelijk van de waarde, welke de gebouwen bezitten of bevatten; van de kansen dat door het inslaan van den bliksem een brand kan ontstaan, die niet aanstonds bedwongen wordt, en van de mogelijkheid dat grootere rampen, zooals ontploffingen, daarvan het gevolg zijn. Twee hunner hadden reeds vroeger de eer, hieromtrent hunne meening te doen kennen. (Zie het Verslag over bliksemafleiders op Rijksgebouwen te Delft, uitgebracht in de Zitting van 29 November 1879. *Versl. en Meded.* Tweede Reeks, Deel XV, bladz. 33). Naardien voor grootere rampen in dit geval wel geene vrees zal zijn, hangt de beslissing van de vraag, of het aanbrengen van bliksemafleiders hier wenschelijk is, geheel en al af van de waarde, die aan het behoud der Abdij moet worden toegekend, en van de kans, dat een door bliksem ontstane brand, door onvoldoend toezicht of onvoldoenden toestand der bluschmiddelen, eenige uitbreiding erlange.

De Ondergeteekenden meenen dat zij, die met het beheer dezer gebouwen belast zijn, het best in staat zijn hierover te oordeelen. Zij moeten alleen verklaren, dat, naar hunne meening, het minder hoog uitsteken der gebouwen boven de omgeving, bij het hieromtrent te nemen besluit slechts een zeer gering gewicht in de schaal mag leggen.

Aannemende evenwel, dat het beschermen der Abdij tegen bliksemgevaar wenschelijk wordt geacht, meenen zij dat de inrichting, door den Rijksbouwkundige voorgesteld, zonder eenigszins beteekenende vermindering der veiligheid, aanmerkelijk kan worden vereenvoudigd.

Aan den hierboven genoemden bekenden regel, die op geene voldoende gegevens der ervaring berust, kan geenszins eene zoo alles beheerschende beteekenis gehecht worden, dat men dien slechts blindelings heeft toe te passen om zeker te zijn het juiste te treffen, zonder in overdrijving te vervallen.

Trouwens, reeds volgens den regel zelven kan men hier met minder volstaan dan wordt voorgesteld. Immers, de over de nokken der daken te leggen verbindingskabel moet als een met den grond verbonden geleider worden aangemerkt, die eveneens zijn beveiligingskegel heeft en, reeds daardoor alleen, eenige der voorgestelde opvangstangen overbodig maakt. Men kan toch moeilijk een grond aanwijzen, waarom de bescherming, die eenig punt van den horizontalen kabel verleent, minder zou zijn dan die van den top der vangstang.

Het schijnt ons dan ook toe, dat het aanbrengen van een koperdraadkabel over de nokken der gebouwen, zooals in de teekeningen is aangeduid, — te beginnen ongeveer waar hij, in de doorsnede over AB, door den beschermingskegel van den Abdijtoren wordt gesneden, d. i. bij de eerste der reeks van elf vangstangen, tot even voorbij de doorsnede ST —, als eene voldoende bescherming kan gelden, en dat slechts twee vangstangen en twee afleiders met grondgeleidingen noodig zijn, namelijk de beide uiterste der door den Rijksbouwkundige voor dit deel der gebouwen voorgestelde. Het torentje bij E schijnt ons toe geene bijzondere voorziening te vereischen; het behoeft niet met een afleider te worden gewapend.

Haarlem, *Amsterdam*, *Leiden*,
20 December 1888.

J. BOSSCHA.
J. D. v. d. WAALS.
H. A. LORENTZ.

RAPPORT

OVER DE

VERHANDELING VAN Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL,

GETITELD:

MAGNETIC SURVEY OF THE EASTERN PART OF BRAZIL.

(Uitgebracht in de Vergadering van 29 December 1888.)

De verhandeling, of liever het verslag van den Heer Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL, getiteld: Magnetic Survey of the Eastern part of Brazil, kan als een vervolg beschouwd worden op de drie verslagen van denzelfden geleerde, aan Zijne Exc. den Minister van Koloniën, betreffende zijne magnetische waarnemingen van den Oost-Indischen Archipel, welke in de jaren 1879 en 1880 in de Verhandelingen dezer Akademie zijn opgenomen. De rapporten over deze drie Verslagen zijn uitgebracht in de vergadering van 1 Februari 1879 door de HH. BUYS BALLOT en STAMKART, in die van 25 October 1879 door dezelfde Heeren, en in die van 27 Maart 1880 door de Heeren BUYS BALLOT en den eerst ondergeteekende van dit rapport.

Het eerste verslag bevatte alleen de inclinatie-bepalingen, het tweede die van het magnetisch moment en de horizontale intensiteit, het derde die van de magnetische declinatie.

Dr. RIJCKEVORSEL had in die verhandeling zelf vermeld, dat en waarom het werk niet tot die volmaaktheid had gebracht kunnen worden, welke hij zich zelf ten doel had

gesteld. Ook Rapporteurs konden de aandacht vestigen op enkele zaken, die door den Schrijver waren over het hoofd gezien. Zij voegden er echter uitdrukkelijk bij dat hunne opmerkingen in geenen deele afbreuk deden aan de verdiensten, die Dr. RIJCKEVORSEL zich met zooveel opoffering verworven had. Aan zijne begeerte om de wetenschap te dienen toch dankt de Afdeeling het voorrecht, dat zij eene voldoende magnetische beschrijving van onzen Indischen Archipel van de hand van een landgenoot onder hare werken telt.

Na het afdrukken van de genoemde verhandelingen besloot Dr. RIJCKEVORSEL eene 2de bijdrage tot de kennis van het aardmagnetisme te leveren, en werd hem, zoo wij ons niet bedriegen, door ons geacht medelid BUYS BALLOT eene opneming van Oost-Braziliё voorgesteld. De thans aangeboden omvangrijke verhandeling bevat al de uitkomsten van dit onderzoek, waaraan Dr. RIJCKEVORSEL, worstelende met moeilijkheden van allerlei aard, vier jaren heeft gewijd.

De heer RIJCKEVORSEL kwam in December 1880 te Rio-Janeiro aan, vergezeld van Jhr. W. VAN ALPHEN, civiel ingenieur, die zich aan de sterrewacht te Utrecht voor het uitvoeren der sterrekundige waarnemingen had voorbereid, dit toch was een der werkzaamheden, die Dr. VAN RIJCKEVORSEL aan zijn assistent wilde opdragen.

De eerste reis geschiedde met een stoomschip, dat de Braziliaansche regeering daartoe goedgunstig had afgestaan, van Rio af langs de kust tot nabij Pará. Daar strandde het stoomschip, dat reddeloos verloren was, terwijl de opvarenden en instrumenten gered werden. Hierop volgde een gedwongen verblijf te Pará, doch ongelukkig werd hier VAN ALPHEN het slachtoffer van het klimaat.

Dr. RIJCKEVORSEL ondernam nu, alleen vergezeld van een hollandschen bediende, twee reizen naar de binnenlanden, de eene langs de rivier Itapicuru, de andere van Amaracão af, langs de Parnahyba. Die rivieren werden met stoomgelegenheid opgevaren, maar in eene boot of op een vlot weder afgevaren, en bij die afvaart werden verschillende punten bezocht.

Te Pará in Mei 1882 teruggekomen, werd Dr. RIJCKEVORSEL

door malaria gedwongen, zoo spoedig mogelijk naar Europa de wijk te nemen; doch in 1883 was hij weer terug, thans vergezeld door den heer E. Engelenburg, eveneens Civiel Ingenieur, met wien hij zijne eerste reis naar het binnenland maakte, n.l. (2 Aug. — 6 Sept. '83) de Capim op een zijtak van de Tocantins: hierop volgde, (9 Sep. — 19 Oct. '83) eene reis, de Tocantins half op, tot aan de watervallen.

De heer Engelenburg bleef in dien tijd te Pará, even als gedurende de volgende reis van Dr. Rijckevorsel, ten einde een jaar achtereen op dezelfde plaats geregelde variatiewaarnemingen omtrent het magnetisme te doen; eene dergelijke reeks toch was noodig om de op verschillende dagen en dikwijls op verschillende uren, op de vele bezochte plaatsen verrichte waarnemingen tot één zelfde tijdstip te herleiden.

Dr. Rijckevorsel vertrok nu, na nog een paar punten nabij Pará bezocht te hebben, naar Rio Janeiro; en van daar 9 dagen over land, in eene noordelijke richting naar Carandahy, dat aan de San Francisco rivier gelegen is. Hier liet hij eene boot bouwen en zakte de San Francisco af, op een aantal plaatsen de magnetische elementen bepalende. Daar echter Carandahy ook per spoorwagen te bereiken was, werd eerst door een snelle reis de lengte van dit punt bepaald. Deze reis heeft in het geheel zeven maanden geduurd, maar daardoor werden ook de noodige gegevens gevonden, om de isoklinen en andere magnetische lijnen van Zuid-Amerika met eenigen graad van juistheid te trekken.

Dit was de laatste groote reis die Dr. Rijckevorsel in Brazilië ondernam. Van Penedo, nabij den mond der San Francisco-rivier, keerde hij over zee naar Rio terug, en van daar, in Nov. 1884, naar Nederland, den heer Engelenburg achterlatende, om even als hij te Pará gedaan had, ook te Nicterohy, nabij Rio, een jaar lang geregelde waarnemingen te doen.

Men lette hierbij op het breedteverschil van Pará en Nicterohy, eerstgenoemd punt ligt op slechts 2° ZB. Nicterohy op 23°; het eene nabij de noordelijke, het andere aan de zuidelijke grens van het te onderzoeken gebied, en het was dus voor de reductie der waarnemingen tot één

tijdstip van veel belang, de dagelijksche variaties voor deze beide uiterste punten te kennen.

In een tweede gedeelte noemt Dr. RIJCKEVORSEL de gebruikte instrumenten op en beschrijft hij de gevolgde methoden van waarneming, zoowel voor de astronomische, als de magnetische bepalingen. De heer VAN ALPHEN had nog met het universaal-instrument van BAMBERG geobserveerd, waarvan de mikroskopen ééne sekonde aangaven, dat dus meer dan voldoende nauwkeurig was. Op de zeereis van Rio tot Pará, werden de lengtebepalingen aangesloten aan de door de Amerikaansche marine bepaalde telegrafische lengten van Rio, Bahia, Pernambuco en Pará, en aan die van den Franschen kolonel MOUCHEZ, thans directeur der sterrewacht te Parijs.

Maar na den dood van VAN ALPHEN werd het universaal-instrument niet meer gebruikt; de kist, waarin het geborgen was, was te groot om in de booten geborgen te worden, en Dr. RIJCKEVORSEL deed zijne astronomische waarnemingen met een prismacirkel. Hoogten, door middel van een kwikbak, waren dus de waarnemingen, die voor het bepalen van lengte en breedte moesten dienen. Daar de lengten door middel der chronometers bepaald moesten worden, die, dit is nog niet vermeld, grootendeels door de Nederlandsche Regeering waren ter leen verstrekt, werd het verblijf op elke plaats, op weinige uitzonderingen na, zoolang gerekt, tot er een gang der chronometers kon afgeleid worden. De meerdere of mindere overeenkomst, tusschen al de gangen, gedurende die lange reis door denzelfden tijdmeter bezeten, was een maatstaf van het *gewicht*, dat aan elken tijdmeter moest worden toegekend. Met veel zorg werd voor elke waarnemingsplaats de waarschijnlijkste lengte afgeleid; het komt rapporteurs echter nog twijfelachtig voor of de onderstelling, de variaties van den gang als toevallige afwijkingen te beschouwen, wel vrij is van alle bedenkingen, daar enkele chronometers wel degelijk eene nagenoeg eenparige verandering van den gang verraden.

Ook de breedten werden met behulp van de zon genomen. In onze zomermaanden, voor Brazilië de wintermaanden, stond de zon bij den middag laag genoeg, om met behulp

van den kwikbak de dubbele middaghoogte met den prismacirkel te meten, maar bij het naderen van den Braziliaanschen zomer kwam de zon te hoog, en werden dus waarnemingen van den voor- en namiddag verbonden om de breedte te bepalen. Daardoor viel de laatste onzekerder uit, maar daar de geografische plaatsbepaling niet de hoofdzaak was, werd over dit bezwaar heengestapt.

Rapporteurs vatten niet goed, waarom in die tijden niet van sterren gebruikt gemaakt werd voor de bepaling der breedte. De sterren van de eerste en tweede grootte kunnen met een prismacirkel met het grootste gemak worden waargenomen *), en een paar zulke hoogten nabij den meridiaan

---

*) Hier zouden in aanmerking gekomen zijn:

α Gruis	$22^u\ 1^m$	— $47°,5$	
α Pegasi	22 59	+ 14 ,6	
α Andromedae	0 2	+ 28 ,5	
α Cassiopeiae	0 34	+ 55 ,9	
α Eridani	1 33	— 57 ,8	enz.

De wijze, waarop breedte en tijd werden afgeleid, ingeval beide onzeker waren, was de volgende: met eene aangenomene breedte werd, uit de waarnemingen die daarvoor het best waren, de correctie der chronometers afgeleid, en wel uit elke waarneming afzonderlijk; daarmede uit andere waarnemingen, met inachtneming van den gang des chronometers, de breedte; met de aldus gevondene breedte werd de correctie des chronometers op nieuws berekend, enz., en dit werd zoolang herhaald als noodig bleek. Voor de noordelijke plaatsen bleek deze methode, zegt de schrijver, „exceedingly tiresome" te zijn.

Men zou hier kunnen opmerken, dat dat herhalen der berekening geheel onnoodig was; mits bij beide berekeningen slechts de noodige differentiaalquotiënten, voor het gemiddelde tijdstip der waarneminggroep, er bij berekend worden. Zij namelijk φ de aangenomene breedte, x de correctie des chronometers, en men hebbe voor die correctie gevonden:

$$x = X \ldots\ldots + a\, d\varphi$$

en met deze correctie X de breedte:

$$\Phi \ldots\ldots + b\, \partial x$$

dan is, als B de ware breedte beteekent:

$$d\varphi = B - \varphi$$

de ware correctie des chronometers:

$$x = X + a(B - \varphi)$$

gedaan, zouden eene nauwkeuriger breedte gegeven hebben dan de zonshoogten konden opleveren in de omstandigheden waaronder dit gedeelte der reis werd volbracht; en waarschijnlijk ook dan de uit eene kaart ontleende.

Het tweede gedeelte van het Verslag is bewerkt door den Heer ENGELENBURG, en behandelt de variatiewaarnemingen, gedaan van Sept. 1882 tot November 1883 te Pará, en van 15 April 1884 tot 31 Maart 1885 te Nicterohy bij Rio de Janeiro.

Het derde gedeelte, weder van de hand van den Heer RIJCKEVORSEL, behandelt de absolute magnetische bepalingen door hem op zijne reizen verricht, waarachter nog gevoegd is eene paragraaf over de herleiding dezer waarnemingen tot ééne zelfde epoche.

Een vierde gedeelte, bevattende meteorologische waarnemingen, besluit het geheel.

De variatiewaarnemingen betroffen enkel de declinatie. Want hoewel de drie bekende toestellen van LAMONT voor

---

en de ware breedte:

$$\Phi + ab(B - \varphi) = B$$

waaruit:

$$B - \varphi = \frac{\Phi - \varphi}{1 - ab}$$

of

$$B = \Phi + \frac{ab}{1 - ab}(\Phi - \ ).$$

De bedoelde differentiaal-quotiënten zijn, voor de tijdsbepaling door de eerste ster, als δ de declinatie en t den uurhoek beteekent, en de chronometer naar sterretijd loopt:

$$\frac{\partial x}{\partial \Phi} = \frac{\partial t}{\partial \varphi} = \frac{1}{15}\left\{\frac{tg\,\delta}{sin\,t} - \frac{tg\,\varphi}{tg\,t}\right\}$$

en voor de breedtebepaling door de tweede ster, wier declinatie $= t'$, enz.:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\,15\;tg\,Azimuth\,cos\,\varphi = +\,15\,\frac{sin\,t'}{tg\,\delta' - tg\,\varphi\,cos\,t'}.$$

Loopt de chronometer naar middelbaren tijd, dan moet de eerstgenoemde waarde nog met $\frac{365{,}24}{366{,}24}$ en de laatste met $\frac{366{,}24}{365{,}24}$ vermenigvuldigd worden.

variatiewaarnemingen van declinatie, horizontale intensiteit en inclinatie aanwezig en ook opgesteld waren, slaagde men er niet in, uit de aanwijzingen der laatste de variatie af te leiden. In het variatie-instrument voor de horizontale intensiteit wordt aan de magneetnaald eene afwijking medegedeeld door een zoogenaamden deflector, bestaande uit een houten balkje, dat iets hooger dan, doch loodrecht op de richting der magneetnaald wordt aangebracht, en waaronder op gelijke hoogte als de magneetnaald twee gelijk gerichte magneten in gelijke richting als de balk zelve zijn aangebracht; van deze beide magneten heeft dus de eene de noordpool, de ander de zuidpool naar het midden der magneetnaald gericht, en zij versterken dus elkander, door beide eene afwijking der naald naar dezelfde zijde te veroorzaken.

De variaties in de afwijking van den magneet, welke op de gewone wijze met spiegel en schaal worden afgelezen, hangen niet alleen af van de variatie der horizontale intensiteit, maar ook van de verandering der declinatie en van de verandering van het magnetisme der deflectoren met de temperatuur. Ten einde den laatsten invloed gering te maken, zijn de deflectoren gecompenseerde magneten. Het bleek nu dat deze gecompenseerde deflectoren te zwak gekozen waren om geschikte afwijkingen te geven aan de waargenomen magneetnaald, en toen zij, door het opheffen der compensatie, geschikt werden om groote afwijkingen te geven, bleken de aanwijzingen van den toestel hoofdzakelijk door temperatuurveranderingen veroorzaakt te worden, en werden de waarnemingen dus gestaakt.

Rapporteurs kunnen niet anders dan dit bejammeren en voelen zich gedrongen de vraag te opperen, of misschien verzuimd was de variatietoestellen vóór het aanvaarden der reis te bestudeeren, na ze, kunstmatig onder nagenoeg dezelfde omstandigheden gebracht te hebben als waaronder men ze voor de waarnemingen zelve wenschte te gebruiken, en of men zich, zelfs in aanmerking genomen de ongunstige toestand in Brazilië, niet wat al te spoedig heeft laten ontmoedigen, daar het toch bekend is, dat ook variometers met niet gecompenseerde deflectoren zeer bruikbaar zijn. Ook

in het waarnemen van de variatie der inclinatie slaagde men niet. De inrichting van het hiertoe dienende instrument is geheel overeenkomstig het zoo even beschrevene, maar de deflecteerende horizontale magneten worden vervangen door vertikale ijzeren stangen, aan beide zijden der magneetnaald, tegenover haar midden, op ongelijke hoogte opgehangen, zoodanig dat van de eene stang het ondereind, van de andere het boveneind nagenoeg op dezelfde hoogte der magneetnaald komt. De aarde induceert in deze stangen magnetisme, en hetzelfde heeft plaats als bij het intensiteitsvariatie-instrument, nl. aan de beide zijde der naald komen verschillende polen, en afwijking der naald is het gevolg. Maar ook dit instrument weigerde te Pará zijne diensten. De vertikale composante van het aardmagnetisme bleek noch aldaar, noch later te Rio, sterk genoeg te zijn om eene voldoende afwijking te weeg brengen, en ook inclinatievariatie-waarnemingen moesten dus worden opgegeven.

Dat de vertikale ijzeren staven op sommige plaatsen in Brazilië geen voldoende geïnduceerd magnetisme zouden verkrijgen om de variatie der inclinatie aan te geven, was te voorzien, daar de magnetische equator door Brazilië loopt, en wellicht ware eene inclinatienaald op messen, voorzien van een afleesspiegeltje, (eene zoogenaamde balans van Lloyd,) te beproeven geweest. Even als bij de horizontale variatiën ligt in dit geval de vraag voor de hand, of men niet althans tijdig voor de waarnemingen in Nicterohy nog geschikte toestellen uit Europa had kunnen laten overkomen.

Maar rapporteurs willen hier niet verder over uitweiden, daar immers hun eigenlijke taak is te adviseeren omtrent het al of niet opnemen van het Verslag van Dr. Rijckevorsel, in de Werken der Akademie. De variatiewaarnemingen dan, zoowel te Pará, als te Nicterohy, die, zooals gezegd is, enkel de declinatie betreffen, zijn met alle zorg herleid en de resultaten in verschillende tabellen medegedeeld. Door vergelijking van een drietal absolute declinatiewaarnemingen van Dr. Rijckevorsel met de gelijktijdig gedane aflezingen van den heer Engelenburg werd de constante afwijking voor een bepaald schaaldeel, en door ver-

gelijking van eene reeks bepalingen van beide heeren de waarde van elk schaaldeel bepaald.

De waarnemingen werden gewoonlijk viermaal daags verricht, maar op vaste tijden ook meermalen, o. a. den 1en en 15en. der maand, 24 uren achter elkander elk uur.

Den 27 Aug. 1883 des namiddags werden storingen waargenomen, die aan de uitbarsting van Krakataoe werden toegeschreven.

De gemiddelde afwijkingen voor al de uren van het etmaal en van alle maanden des jaars zijn nu voor beide plaatsen zoo goed mogelijk afgeleid.

Als eene merkwaardigheid kan nog worden medegedeeld, dat bij onweer te Pará niet, te Rio wel storing van de declinatienaald bij elken bliksemslag werd waargenomen. Te Batavia was die invloed duidelijk waarneembaar, zooals de eerst ondergeteekende zich herinnert van Bergsma vernomen te hebben.

In het volgende gedeelte, door Dr. Rijckevorsel zelf opgesteld, en gewijd aan de absolute waarnemingen, beschrijft hij eerst de volgorde der op elke plaats gedane waarnemingen. Wij stippen alleen aan, dat, om niet te afhankelijk te zijn van toevallige lokale storende invloeden, zijne gewoonte was, altijd op twee punten, die eenige tientallen meters van elkander lagen, de waarnemingen te volbrengen. De rust, die buiten de steden heerschte, maakte dat de waarnemingen aldaar verricht, gewoonlijk beter overeenkwamen, dan die welke in de steden gedaan werden.

Bij de beschrijving zijner declinatiewaarnemingen geeft Dr. Rijckevorsel van den daarbij gebruikten *unifilar magnetometer*, *Kew pattern*, van Elliot Brothers te Londen, eene kritiek, die wel behartiging verdient.

Reeds bij de waarnemingen in den O.-I. Archipel gedaan, werden, zooals de rapporteurs over de 3e verhandeling opmerkten, verschillen gevonden, die niet moesten voorkomen, indien en de instrumenten, en de waarnemings-methoden goed waren. Ook hier kwamen dergelijke verschillen voor, en Dr. Rijckevorsel noemt sommige oorzaken op, die er schuld aan kunnen zijn. Men zou wenschen dat de Repsold's den unifilar eens onderhanden namen om er werkelijk een *in-*

strument de précision van te maken. Dan zou hij er zeker ook op rekenen, dat de waarnemer een hoofd heeft, en dus het instrument door een prisma zoo inrichten, dat niet gewacht behoeft te worden, totdat de zon hoog genoeg staat om boven des waarnemers hoofd in het zonnespiegeltje te schijnen.

Bij inclinatiewaarnemingen, waarbij steeds meer dan eene naald gebruikt werd, (het inclinatorium was van JOHN DOVER te Charlton,) had Dr. RIJCKEVORSEL weer de bekende ervaring, dat elke naald, al worden de waarnemingen volgens de bekende voorschriften gecombineerd, voor en na de omkeering der polen, toch hare »persoonlijke fout" bezit. Het schijnt zeer moeielijk te zijn, althans met inclinatie-naalden, eene nauwkeurigheid te bereiken volkomen gelijk aan die der aflezing.

De bepalingen der horizontale idensiteit werden met hetzelfde unifilar-instrument verricht, dat voor de declinatiebepalingen diende, doch hier waren de slingertijden en de afwijkingen, die de gebruikte magneetnaald, als deflector aangewend, op twee verschillende afstanden gaf, de gegevens om er het resultaat uit af te leiden.

Er volgt nu een zoo volledig mogelijk onderzoek naar de seculaire variatie der drie magnetische elementen. Hiervoor konden dienen: 1^{0}. waarnemingen, door Dr. RIJCKEVORSEL zelf op twee verschillende tijdstippen gedaan; 2^{0}. waarnemingen, vroeger door FORSTER, LIAIS, MOUCHEZ en anderen op verschillende tijdstippen, maar op dezelfde plaatsen verricht; 3^{0}. waarnemingen van anderen, vroeger, en van Dr. RIJCKEVORSEL, nu verricht.

Voor de declinatie werd met vrij groote nauwkeurigheid eene jaarlijksche toeneming der westelijke declinatie van 8',5 gevonden; voor de inclinatie kwam ter nauwernood eene variatie aan den dag; althans van het zuiden naar het noorden gaande, gaf Rio + 0°,03, Bahia, Pernambuco, Ceara en Maranhão zwakke negatieve waarden, en Pará weder 0°,00, zoodat voor de geheele serie *nul* werd aangenomen. Voor de horizontale intensiteit gaven eenige goed overeen stemmende verschillen — 0,0130.

Ten slotte moeten wij er nog bijvoegen, dat voor declinatie

en horizontale intensiteit ook de dagelijksche variaties werden aangewend, ten einde al de waarnemingen op een gemeenschappelijk tijdstip, nl. den 1 Januari 1883, te 10 uur des morgens te herleiden.

Dit is geschied en hiermede zijn de eindtabellen samengesteld, die weder tot grondslag gestrekt hebben van de drie kaarten, waar de isogonen, isoklinen en isodynamen op zijn aangebracht. Deze kaarten zijn dergelijke, als bij de drie verslagen van Dr. RIJCKEVORSEL over zijne waarnemingen in den O.-I. Archipel zijn gevoegd geweest.

Rapporteurs meenen hiermede de bespreking van de methoden en uitkomsten te kunnen eindigen. Ieder, die zich met de geregelde waarnemingen van het aardmagnetisme heeft bezig gehouden, kent de groote eischen, die daardoor aan den waarnemer worden gesteld. Reeds het volbrengen der omvangrijke berekeningen, waarbij, (dit mag voorzeker met instemming van den schrijver met een woord van waardeering worden gezegd) Dr. RIJCKEVORSEL trouw door den heer ENGELENBURG werd bijgestaan, eischte eene groote volharding. Evenmin behoeven wij te zeggen, hoezeer de ontbeering op prijs is te stellen, die de heer RIJCKEVORSEL zich moest getroosten, om in een tropisch klimaat en in eene nauwe boot reizende, bij het afzakken eener rivier op geregelde afstanden wetenschappelijke waarnemingen te verrichten.

Wij zijn overtuigd dat de Afdeeling de wijze waarop Dr. VAN RIJCKEVORSEL eenige zijner beste jaren aan wetenschappelijke ontdekkingsreizen vol bezwaren heeft gewijd, van ganscher harte toejuicht, en het is ons eene aangename taak, als onze meening uit te spreken, dat de door hem in Brazilië verkregen uitkomsten een belangrijk geheel vormen en een waardig tegenhanger zijn van hetgeen hij in den Indischen Archipel heeft tot stand gebracht. Volgaarne adviseeren wij dan ook tot opneming van deze Verhandeling in de werken der Academie.

Utrecht en *Leiden*.
December 1888.

J. A. C. OUDEMANS.
H. KAMERLINGH ONNES.

VERSLAG

OMTRENT DE

VERHANDELING VAN Dr. J. DE VRIES.

EEN RANGSCHIKKING VAN HET PUNTENVELD IN INVOLUTORISCHE GROEPEN.

(Uitgebragt in de Vergadering van 29 December 1888.)

Een kromme K_n van den n^{den} graad is bepaald door $\frac{1}{2} n (n + 3)$ punten. Denkt men zich ter bepaling van zulk een kromme echter niet $\frac{1}{2} n (n + 3)$, maar één punt minder gegeven, dan gaan er door deze $\frac{1}{2} n (n + 3) - 1$ gegeven punten een oneindig aantal krommen K_n, die behalve de gegeven punten nog $\frac{1}{2} (n - 1) (n - 2)$ andere punten met elkaar gemeen hebben. Deze verzameling (K_n) van krommen K_n noemt men een bundel; de $\frac{1}{2} n (n - 3) - 1$ gegeven punten en de $\frac{1}{2} (n - 1) n - 2)$ verder nog aan alle krommen gemeenschappelijke punten, die door deze worden bepaald, vormen samen de n^2 basispunten van den bundel. Stelt men zich nu verder voor, dat de $\frac{1}{2} n (n + 3) - 1$ gegeven basispunten op één na een vaste ligging hebben en deze vaste punten $b_1, b_2, b_3, \ldots b_{\frac{1}{2} n (n + 3) - 2}$ door een bewegelijk punt β tot $\frac{1}{2} n (n + 3) - 1$ gegeven punten worden aangevuld, dan zal men bij elken stand van β een nieuw stel van $\frac{1}{2} (n - 1) (n - 2)$ bijkomende basispunten vinden; terwijl dan bovendien de groepen, telkens gevormd

door het willekeurig aangenomen punt β en de door dit punt bepaalde $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ basispunten, de eigenschappen bezitten van involutorische groepen, nl. dat een punt van het vlak slechts tot één bepaalde groep behoort en deze groep door elk harer punten bepaald is. Het onderzoek dezer involutorische groepen (β) maakt het onderwerp uit van de verhandeling, over welke wij thans verslag uitbrengen.

In de eerste plaats wijst Dr. de Vries — in het voetspoor tredende van Dr. Emil Weyr — aan, wat men onder *coïncidentiepunten* γ, onder *coïncidentiegroepen* (γ), onder *vertakkingspunten* φ te verstaan heeft. Daarbij komt hij met behulp van zijn onderzoekingen omtrent involuties op kromme lijnen (*Verslagen en Mededeelingen*, reeks 3, deel 4, blz. 332) tot het besluit, dat de meetkundige plaats der coïncidentiepunten van het stelsel een kromme $C_{3(n-1)}$ van den graad $3(n-1)$ is. Deze uitkomst is niet nieuw. Want de bedoelde kromme is de kromme van Jacobi voor het net $((K_n))$ der krommen K_n, die door de $\frac{1}{2}n(n+3)-2$ vaste punten b gaan.

Wanneer een der punten β van een groep (β) een rechte lijn L doorloopt, beschrijven de overige punten dier groep een zekere kromme M; de bepaling van den aard dezer kromme vormt een der belangrijkste deelen van schrijver's onderzoek. Deze kromme M blijkt van den n^2-1sten graad te zijn en in elk der punten b een n-vondig punt te hebben. Gaat L door een der punten b, dan scheidt de kromme uit het net, die in dit punt b een dubbelpunt heeft, zich van de kromme M af; is L de vereenigingslijn van twee punten b, dan herhaalt zich dit nog eens. De eigenlijke kromme M is dus in het eerste geval van den n^2-n-1sten, in het tweede geval van den n^2-2n-1sten graad, Hieruit nu is in het algemeen af te leiden, wat de overige punten β eener groep (β) doen, als men een der punten β een kromme beschrijven laat. Als β een kromme van den m^{den} graad doorloopt, die achtereenvolgens h_i-maal door b_i gaat, dan beschrijven de overige punten β een kromme van den graad $m(n^2-1)-n\sum h_i$, die $mn-\sum h_i-h_i$-

maal door b_i gaat. Van deze meer algemeene uitkomst, die onmiddellijk uit schrijvers resultaten volgt, wordt alleen het geval beschouwd, dat β de kromme van Jacobi doorloopt, in welk geval er dan rekening mee te houden is, dat deze kromme zelf tot de bedoelde meetkundige plaats behoort. Maar de Heer de Vries leidt den graad dezer »*vertakkingskromme*" V langs anderen weg af.

Een tweede hoofdpunt in de beschouwingen van Dr. de Vries betreft de involutie van de groepen der $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ punten β, die bij de punten eener rechte lijn behooren. Deze involutie, gelegen op de bij de lijn L behoorende kromme M, blijkt $2(n^2-1)(n-3)$ dubbelpunten te hebben; de verbindingslijnen der tot een zelfde groep behoorende punten β omhullen een kromme, waarvan de klasse $\frac{1}{2}(n^2-1)(n-2)(n-3)$ is. Deze uitkomsten worden door den schrijver afgeleid met behulp van een nieuwe meetkundige plaats, nl. die der tot een zelfde groep behoorende paren van punten β, die collineair zijn met een gegeven punt a. Deze meetkundige plaats is een kromme N van den graad $\frac{3}{2}(n-1)(n-2)$, die a tot $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$-voudig punt en de gegeven punten b tot $n-2$-voudige punten heeft. Op haar beurt wordt de graad dezer hulpkromme gevonden met behulp van het aantal $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ der neutrale paren van de involutie $I^2{}_n$ door het net $((K))$ op elke rechte lijn L bepaald, die de $3(n-1)$ snijpunten dezer lijn met de kromme van Jacobi tot haar n^2-1 snijpunten met haar kromme M aanvullen.

Ook als we ons tot het aanstippen der hoofdzaken bepalen, moet nog worden vermeld, dat de Heer de Vries twee bijzondere gevallen nader onderzoekt. In het eerste wordt ondersteld, dat n van de gegeven punten b op een rechte lijn — en meer algemeen, dat $np-\frac{1}{2}(p-1)(p-2)$ dier punten op een kromme K_p van den p^{den} graad — gelegen zijn. En in het tweede bijzondere geval wordt aangenomen, dat eenige der gegeven punten b zich tot aan alle krommen van het net gemeenschappelijke veelvoudige punten vereenigd hebben.

Voor zoover ons bekend is, zijn de door den Heer de

VRIES verkregen uitkomsten voor het meerendeel nieuw; naar ons oordeel verdient zijn verhandeling ten volle in de werken der Akademie te worden opgenomen.

Groningen en Leiden,
December 1888.

P. H. SCHOUTE.
D. BIERENS DE HAAN.

EENE RANGSCHIKKING

VAN HET

PUNTENVELD IN INVOLUTORISCHE GROEPEN,

DOOR

JAN DE VRIES.

In eene verhandeling: *Sur la transformation conjuguée* *) heeft Dr. P. H. Schoute de involutorisch birationeele transformatie onderzocht, welke bij een bundel krommen van den derden graad met zeven vaste basispunten door de beide overige veranderlijke basispunten wordt bepaald, en verder aangetoond, dat deze overeenkomst ook bij krommenbundels van hooger graad kan ontstaan, wanneer in de vaste basis veelvoudige punten worden aangenomen. De volgende bladzijden bevatten beschouwingen over de groepen van basispunten der bundels van vlakke krommen, welke begrepen zijn in een net met $\frac{1}{2}n(n+3)-2$ vaste punten.

1. Alle krommen K_n, die $\frac{1}{2}n(n+3)-2$ punten b gemeen hebben, vormen een net $((K_n))$; de krommen van dit net, die bovendien een punt β gemeen hebben, behooren tot een bundel (K_n), waarvan de basis uit de punten b, het punt β en $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ punten β' bestaat, die met β eene involutorische groep (β) vormen. Hebben de door

*) Association française pour l'avancement des sciences, *Congrès de Montpellier*, 1879.

een punt γ bepaalde krommen K_n in dat punt eene gemeenschappelijke raaklijn, dan zijn daar twee punten β, β' tot een »coincidentiepunt" vereenigd: zulk eene »coincidentiegroep" (γ) bezit dan nog $\frac{1}{2}$ n (n — 3) »vertakkingspunten" φ.

De kromme B_1 van het net, welke in het punt b_1 een dubbelpunt bezit, behoort tot alle (K_n) waarvoor β in eene bepaalde richting met b_1 is samengevallen; zij bevat dus de punten β', die b_1 tot groepen (β) aanvullen. Door de dubbelpuntsraaklijnen van b_1 worden twee coincidentiegroepen bepaald: de meetkundige plaats C der coincidentiepunten γ gaat dus twee maal door b_1 en heeft met B_1 de raaklijnen in het dubbelpunt gemeen. Op elke K_n van het net vormen de groepen (β) eene involutie I_s, waar $s = \frac{1}{2} n (n-3) + 2$, welke door elken bundel van ((K_n)) wordt ingesneden en 2 (g + s — 1) coincidentiepunten bezit *). Behalve deze 2 (n — 1)(n — 2) punten heeft de »coincidentiekromme" C in elk punt b twee punten met de bedoelde K_n gemeen; zij is dus van den graad $[2(n-1)(n-2) + (n-1)(n+4)] : n = 3(n-1)$.

2. Bestaat tusschen de bundels $(K_n)'$ en $(K_n)''$, die in ((K_n)) door $(\beta)'$ en $(\beta)''$ zijn aangewezen, eene (p, q) overeenkomst, dan snijden zij de willekeurige lijn L volgens twee reeksen in (np, nq) overeenkomst, waarvan de $n(p+q)$ coincidentiepunten snijpunten van toegevoegde krommen zijn. Daar de overeenkomst op eene door b_1 getrokken lijn in eene $((n-1)p, (n-1)q)$ ontaardt, gaat de kromme van den graad $n(p+q)$, die door de bundels wordt voortgebracht, ($p + q$) maal door elk punt b. Evenzoo blijkt, dat zij q resp. p maal gaat door de punten $(\beta)'$ resp. $(\beta)''$. Door de transformatie, welke aan een punt β de overige punten der groep (β) toevoegt, gaat deze kromme in zich zelve over.

Komt voor het geval $q = p$ de K_n, welke de beide bun-

---

*) J. de Vries, Over kwadrupelinvoluties op bikwadratische krommen. (*Versl. en Med.* 3de reeks, deel IV, bl. 322). g stelt hier het geslacht van den drager voor.

dels gemeen hebben, p maal met zich zelve overeen, dan ontaardt de voortgebrachte kromme in eene K_{np}, die p maal door de punten b gaat en de groepen $(\beta)'$ en $(\beta)''$ niet meer bevat.

3. Wordt de overeenkomst van $(K_n)'$ en $(K_n)''$ zoo geregeld, dat toegevoegde krommen elkander op de kromme C snijden, dan is $q = p = 2(n-1)(n-2)$, daar C door elke K_n buiten de vaste basis in $2(n-1)(n-2)$ punten gesneden wordt. Van de voortgebrachte kromme scheiden zich af de aan beide bundels gemeenschappelijke $2(n-1)(n-2)$ maal te tellen K_n en de dubbel te tellen C, en er blijft over eene kromme V van den graad $4n(n-1)(n-2) - 2n(n-1)(n-2) - 6(n-1) = 2(n^2-1)(n-3)$, die ik »vertakkingskromme" noem, daar zij de punten bevat, welke de punten γ tot groepen aanvullen. Omdat de drie krommen samen $4(n-1)(n-2)$ maal door b_1 gaan en C en K_n samen $4 + 2(n-1)(n-2)$ doorgangen opleveren, heeft V in de vaste basispunten $2n(n-3)$voudige punten.

De $2n(n-3)$ in b_1 vereenigde punten φ behooren tot even zoovele doorsneden van B_1 met C; daar deze beide krommen in elk der overige $\frac{1}{2}n(n+3) - 3$ punten b (n^2+3n-6) punten gemeen hebben, liggen er 6 in b_1, waaruit op nieuw blijkt, dat B_1 en C de dubbelpuntsraaklijnen gemeen hebben.

4. Voegt men twee krommen K_n' en K_n'', welke elkander op de lijn L snijden, aan elkander toe, dan vormen de bundels eene (n, n) overeenkomst, waarin hunne gemeenschappelijke kromme n maal met zich zelve overeenkomt. De punten van L worden dus tot groepen (β) aangevuld door de punten eener kromme M van den graad (n^2-1), die n maal door de punten b gaat, en behalve met L nog $\frac{1}{2}n(n-3)$ maal met zich zelve overeenkomt.

Van de snijpunten van M en L liggen er $3(n-1)$ op C; de overige $(n-1)(n-2)$ komen paarsgewijze met elkander overeen en zijn de neutrale paren der involutie van den n^{den} graad en 2^{den} rang, welke door $((K_n))$ op L wordt ingesneden.

Gaat L door b_1, dan zijn $(K_n)'$ en $(K_n)''$ in eene $(n-1, n-1)$, terwijl hunne gemeenschappelijke K_n $(n-1)$ maal deel uitmaakt van de door hen voortgebrachte kromme van den graad $2n(n-1)$; L wordt dan vervormd in eene kromme van den graad (n^2-n-1), die $(n-2)$ maal door b_1, $(n-1)$ maal door elk der overige punten b gaat. Deze verlaging van den graad der kromme M is toe te schrijven aan het feit, dat met b_1 overeenkomt de kromme B_1 als meetkundige plaats der punten β', welke met b_1 groepen (β) vormen.

Op dezelfde wijze blijkt, dat de M, waarin de door b_1 en b_2 getrokken L vervormd wordt, in B_1, B_2 en eene kromme van den graad (n^2-2n-1) ontaardt, die $(n-3)$ maal door b_1 en door b_2, $(n-2)$ maal door elk der overige b gaat.

5. Van de $(n^2-1)^2$ snijpunten van M_1 en M_2, waarin L_1 en L_2 door de groepen (β) vervormd worden, liggen er n^2 in elk der $\frac{1}{2}(n-1)(n+4)$ vaste basispunten, terwijl er $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ met het snijpunt van L_1 en L_2 eene groep (β) vormen. De overige $\frac{1}{2}n(n-3)(n^2-1)$ kunnen gebracht worden tot (n^2-1) groepen, die elk door een snijpunt van L_1 met M_2 en een snijpunt van L_2 met M_1 tot eene (β) worden aangevuld. Een stralenbundel wordt dus niet in een krommenbundel getransformeerd; dit is een gevolg van het feit, dat M_1 met M_1+L_1, M_2 met M_2+L_2 overeenkomt.

Door twee punten α en β gaan $\frac{1}{4}(n-1)^2(n-2)^2$ krommen M; deze ontstaan door vervorming uit de lijnen L, die de punten der door α bepaalde groep met de punten van (β) verbinden. Behooren de twee punten, tot eene groep (β), dan bepaalt elke lijn door 2 punten van (β) eene M, die de gegeven punten bevat; het aantal krommen is dan $\binom{\frac{1}{2}(n^2-3n+4)}{2}$.

6. De krommen van $((K_n))$, welke door het punt o gaan, bepalen op de lijn L eene involutie van den n^{den} graad met

$2(n-1)$ coincidentiepunten; de meetkundige plaats (o, L) der $(n-1)$-tallen van punten, in welke de kromme K_n, die L in p aanraakt, den straal $\overline{op}$ bovendien snijdt, gaat dus $2(n-1)$ maal door o, en is van den graad $3(n-1)$. Elke van hare doorsneden met L is blijkbaar dubbelpunt op eene K_n van het net. De involutie I_n ontaardt op eene door b_1 getrokken lijn in eene I_{n-1}, waardoor de graad van (o, L) met twee verlaagd wordt: de meetkundige plaats der dubbelpunten van $((K_n))$ gaat dus tweemaal door elk punt b en is van den graad $3(n-1)$. Daar elke K_n met dubbelpunt d een bundel bepaalt, waarvan de krommen in d twee punten gemeen hebben, is d een der punten γ: de meetkundige plaats der dubbelpunten is dus identiek met de coincidentiekromme.

7. Samenvattende heeft men dus: »Doorloopt een basis»punt van een bundel algemeene vlakke krommen van den »n^{den} graad met $\frac{1}{2}(n-1)(n+4)$ vaste basispunten eene »rechte, dan beschrijven de overige veranderlijke basispunten »eene kromme van den graad (n^2-1) met n voudige punten »in de vaste basis; gaat de bedoelde rechte door een der »vaste basispunten, dan maakt de kromme K_n, welke in dat »punt een dubbelpunt bezit, deel uit van de overeenkomstige »kromme. Doorloopt een basispunt de kromme van den graad »$3(n-1)$, die de dubbelpunten van krommen K_n bevat, en »tweemaal door de vaste basis gaat, dan beschrijven de ove»rige basispunten eene kromme van den graad $2(n^2-1)(n-3)$ »met $2n(n-3)$voudige punten in de vaste basis."

8. Liggen n punten b in eene rechte K_1, dan vormen de overige $\frac{1}{2}(n-1)(n+2)-1$ met $\frac{1}{2}(n-2)(n-3)$ andere punten c de basis van een (K_{n-1}). Elk op K_1 gekozen punt β bepaalt dan een (K_n), die uit K_1 en (K_{n-1}) is samengesteld, zoodat de door β aangewezen groep (β) uit de $\frac{1}{2}(n-2)(n-3)$ punten c en $(n-2)$ willekeurige punten van K_1 bestaat. Met elk punt c komt dus de geheele lijn K_1 overeen, met elk punt van K_1 de punten c benevens de lijn K_1 zelve. De kromme C ontaardt dan in K_1 en

eene kromme C' van den graad $(3n - 4)$, terwijl M, na afscheiding van de lijn K_1, eene kromme van den graad $(n^2 - 2)$ blijkt te zijn, die $(n - 1)$ maal door de op K_1 gelegen punten b, n maal door de overige b en een maal door de punten c gaat. Wordt L door een op K_1 geplaatst basispunt b_1 getrokken, dan is M van den graad $(n^2 - n - 2)$, (daar de kromme B_1 deel uitmaakt van de met L overeenkomende kromme), en heeft in het punt b_1 een $(n - 3)$voudig, in de overige op K_1 gelegen b een $(n - 2)$voudig, in de buiten K_1 geplaatste b een $(n - 1)$voudig punt. Gaat L daarentegen door een niet op K_1 gelegen punt b, dan is dit laatste, evenals de basispunten op K_1, een $(n - 2)$voudig punt der kromme M van den graad $(n^2 - n - 2)$, terwijl de overige punten b $(n - 1)$voudige punten zijn.

Kunnen $np - \frac{1}{2}(p - 1)(p - 2)$ basispunten van $((K_n))$ door eene K_p verbonden worden, dan bepalen de overige $\frac{1}{2}(n - p)(n - p + 3) - 1$ een (K_{n-p}), tot welks basis nog $\frac{1}{2}(n - p - 2)(n - p - 1)$ punten c behooren. Een punt β op K_p wordt dan door de punten c en $\frac{1}{2}p(2n - p - 3)$ willekeurige punten van K_p tot eene (β) aangevuld; met elk punt c komt de kromme K_p overeen. De willekeurige lijn L wordt dan vervormd tot eene kromme van den graad $(n^2 - p^2 - 1)$, daar de met elk snijpunt van L en K_p overeenkomende K_p p-maal tot M behoort.

»Zijn $np - \frac{1}{2}(p - 1)(p - 2)$ punten der basis van »een $((K_n))$ met eene K_p incident, dan wordt eene lijn L »door de groepen (β) in eene kromme van den graad »$(n^2 - p^2 - 1)$ getransformeerd, die $(n - p)$-maal door de »op K_p gelegen basispunten, n-maal door de overige en p-»maal door de punten c gaat, die de buiten K_p geplaatste »basispunten tot de basis van een (K_{n-p}) aanvullen. Bevat »L een punt b, dan ontaardt de overeenkomstige kromme in de K_n met dubbelpunt b en eene kromme van den graad $(n^2 - p^2 - n - 1)$; gaat L door een punt c, dan maakt »K_p deel uit van de door vervorming verkregen kromme."

9. De meetkundige plaats N der met een punt o collineair gelegen punten β, β' wordt in o aangeraakt door de

lijnen, welke dit punt verbinden met de $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ punten der groep (β), waartoe o behoort, en bevat op elken straal uit dit punt de neutrale paren der door $((K_n))$ ingesneden I^2_n, zoodat N van den graad $\frac{3}{2}(n-1)(n-2)$ is. De straal $o\,b_1$ wordt door N behalve in o en de $\frac{1}{2}(n-2)(n-3)$ neutrale paren der door $((K_n))$ bepaalde I^2_{n-1} nog gesneden in de $(n-2)$ punten, welke hij met B_1 gemeen heeft, en die elk met b_1 een der ontbrekende puntenparen vervangen; N gaat dus $(n-2)$ maal door elk der $\frac{1}{2}(n+4)(n-1)$ basispunten van het net.

Doorloopt o eene rechte R, dan hebben de verschillende krommen N de $(n-2)$voudige punten benevens de neutrale paren der op R ingesneden I^2_n, dus

$$\tfrac{1}{2}(n+4)(n-1)(n-2)^2 + (n-1)(n-2) = \tfrac{1}{2}(n-1)(n-2)(n^2+2n-6)$$

punten gemeen. Zij vormen een stelsel, waarvan er door het willekeurige punt β $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ gaan, n. l. de krommen, behoorende bij de snijpunten van R met de lijnen, welke β met de punten van (β) verbinden. Alle t. o. v. $((K_n))$ bepaalde krommen N vormen een stelsel, waarvan twee willekeurige punten α en β er $\left(\frac{\frac{1}{2}(n^2-3n+2)}{2}\right)^2$ bepalen; zij komen overeen met de punten o, die met een paar verbindingslijnen van α resp. β met een punt van (α) resp. (β) incident zijn.

10. Op eene kromme Q van den graad $n(p+q)$, welke door eene (p, q) overeenkomst van twee tot het net behoorende bundels ontstaat, dus door de groepen (β) in zich zelve vervormd wordt, bepalen deze groepen eene involutie I_s, (waar $s = \frac{1}{2}(n^2 - 3n + 4)$) waarvan p resp. q groepen door eene K_n van een der bundels worden ingesneden; deze involutie is dus niet gelijksoortig met de involuties, welke ik l. c. heb beschouwd. Q wordt door de coincidentiekromme C buiten de basis van $((K_n))$ nog in $3(n-1)n(p+q) - (n+4)(n-1)(p+q) = 2(n-1)(n-2)(p+q)$ punten gesneden, die de coincidentiepunten der I_s zijn.

Met eene N heeft Q, behalve de punten b,

$$\tfrac{3}{2}(n-1)(n-2)\,n\,(p+q) - \tfrac{1}{2}(n+4)(n-1)(n-2)(p+q) =$$

$(n-1)(n-2)^2(p+q)$ punten gemeen, die $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)^2(p+q)$ met het punt o collineair gelegen paren der I_s vormen; de involutiekromme $\mathfrak{K}$ is dus van de klasse $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)^2(p+q)$.

Komt in twee door eene (p, p) verbonden bundels de gemeenschappelijke K_n $p$maal met zich zelve overeen, dan brengen zij eene kromme P van den graad np met p-voudige punten b voort, die door C in hare $2p(n-1)(n-2)$ coincidentiepunten, door eene N in $\frac{1}{2}p(n-1)(n-2)^2$ paren der I_s gesneden wordt, welke de door o getrokken raaklijnen van $\mathfrak{K}$ leveren.

Voor $p = 1$ gaat P over in eene K_n van het net, en kan I_t door elken tot $((K_n))$ behoorenden bundel worden ingesneden; de boven gevonden aantallen geven dan ook voor $p = 1$ de l. c. (bl. 322) afgeleide waarden.

Eene lijn L en de kromme M, waarin zij door (β) vervormd wordt, kunnen samen als eene ontaarde kromme P van den graad n^2 beschouwd worden; de op haar ingesneden involutie is dan samengesteld uit eene puntenreeks en eene I_t $(t = \frac{1}{2}(n-1)(n-2))$. Van de

$$3(n-1)(n^2-1) - n(n+4)(n-1) = (n-1)(2n^2-4n-3)$$

doorsneden van M met C zijn de $3(n-1)$ tevens op L gelegen coincidentiepunten van (β) geen coincidentiepunten van de I_t; voor deze is het aantal coincidenties dus $2(n^2-1)(n-3)$.

Met N heeft M

$$\tfrac{3}{2}(n^2-1)(n-1)(n-2) - \tfrac{1}{2}(n+4)(n-1)\,n\,(n-2) =$$
$$= \tfrac{1}{2}(n-1)(n-2)(2n^2-4n-3)$$

punten gemeen; daaronder bevinden zich $\frac{3}{2}(n-1)(n-2)$ punten, die de snijpunten van L en N tot neutrale paren aanvullen; de overige vormen de met o collineair gelegen paren der I_t: de involutiekromme is dus van de klasse $\frac{1}{2}(n^2-1)(n-2)(n-3)$.

»De involutie der groepen (β) op de kromme, in welke »zij eene rechte lijn vervormen, heeft $2(n^2-1)(n-3)$

»coincidentiepunten, terwijl de zijden der door hen bepaalde »veelhoeken een kromme van de klasse $\frac{1}{8}(n^2-1)(n-2)(n-3)$ »omhullen."

11. Hebben de krommen van een $((K_n))$ in λ een $l$voudig punt, dan kan de graad der kromme Λ, welke de punten β bevat, die λ tot (β) aanvullen, door de volgende overweging bepaald worden. Voegt men aan elke kromme van een tot het net behoorenden $(K_n)'$ de l krommen van $(K_n)'$ toe, welke in λ met haar eene raaklijn gemeen hebben, dan brengen deze bundels in (l, l) eene kromme van den graad $2nl$ voort, die $2kl$ maal door elk k-voudig basispunt, maar $(2l^2+1)$ maal door λ gaat; immers onder de coincidenties der puntenreeksen, welke de bundels op een straal uit λ insnijden komt λ zelf als raakpunt van twee gekoppelde krommen voor. Daar nu de gemeenschappelijke kromme der bundels l maal tot het voortbrengsel behoort, is Λ van den graad nl, gaat zij kl maal door een k-voudig basispunt en (l^2+1) maal door λ.

Eene door (p, q) overeenkomst van 2 bundels voortgebrachte Q gaat $k(p+q)$ maal door een k-voudig basispunt; dit blijkt uit het ontaarden der (np, nq) van twee collocale puntenreeksen in eene $((n-k)p, (n-k)q)$, zoodra de drager het k-voudige punt bevat. De kromme M, in welke eene rechte L door de groepen (β) getransformeerd wordt, heeft dus een nk-voudig punt in elk k-voudig basispunt. Is L met het l-voudig basispunt λ incident, dan wordt $p-q=n-l$ en de graad van M daalt tot (n^2-nl-1); de kromme gaat $(nl-l^2-1)$ maal door λ, en $(n-l)k$ maal door een k-voudig punt b. De verlaging van graad is natuurlijk weêr het gevolg van de afscheiding der kromme Λ, die met λ overeenkomt; hier blijkt op nieuw, dat deze kromme van den graad nl is met (l^2+1)-voudig punt λ.

12. De I^2_{n-1}, welke $((K_n))$ op eene door λ getrokken L bepaalt, bezit $\frac{1}{2}(n-l-1)(n-l-2)$ neutrale paren, welke ook op M liggen; de overige punten, die

L en M buiten λ gemeen hebben (hun aantal bedraagt $(n^2 - nl - 1) - (nl - l^2 - 1) - (n - l - 1)(n - l - 2) = 3(n - l) - 2)$ worden door de coincidentiekromme ingesneden; daar C van den graad $(3n - 3)$ is, heeft zij dus in λ een $(3l - 1)$-voudig punt.

Bestaat de basis van het net uit i_1 enkelvoudige, i_2 dubbel-, ... i_m m-voudige punten, dan heeft C met elke K_n buiten de basis om $p = 3n(n-1) - \sum_1^m k(3k-1)i_k$ punten gemeen. Wordt de overeenkomst van 2 in $((K_n))$ begrepen bundels zoo geregeld, dat toegevoegde krommen hetzelfde punt van C projecteeren, dan is door hen voortgebrachte kromme van den graad $2np$ samengesteld uit de p-maal getelde tot beide bundels te rekenen K_n, de dubbel getelde C en de vertakkingskromme V; deze is dus van den graad $3(n-1)(n^2-2) - n\sum_1^m k(3k-1)i_k$, en gaat $kp - 2(3k-1)$ maal door een k-voudig punt b.

13. Bezit de basis van $((K_n))$ een k-voudig punt $\varkappa$ en een l-voudig punt λ, dan zal de (K_n), die door een punt van $\varkappa\lambda$ bepaald wordt, in die rechte benevens een (K_{n-1}) ontaarden met $(k-1)$ en $(l-1)$-voudige punten in $\varkappa$ en λ, zoodra $\frac{1}{2}(n^2 + 3n - 4) - (k + l) = \frac{1}{2}(n-1)(n+2) - 1$ of $k + l = n$. Dan wordt elk punt β van $\varkappa\lambda$ door eenige willekeurig te kiezen punten dier lijn in verband met de van de punten b verschillende basispunten van (K_{n-1}) tot eene groep (β) aangevuld, zoodat $\varkappa\lambda$ deel uitmaakt van de kromme M. Daar het geslacht der K_n is

$$g = \tfrac{1}{2}(n-1)(n-2) - \sum_2^m \tfrac{1}{2}k(k-1)i_k$$

en dat der K_{n-1}

$$g' = \tfrac{1}{2}(n-2)(n-3) - \left\{\sum_2^m \tfrac{1}{2}k(k-1)i_k - (k-1) - (l-1)\right\} =$$

$$= \tfrac{1}{2}(n-1)(n-2) - \sum_2^m \tfrac{1}{2}k(k-1)i_k,$$

is dit kenmerkende getal voor beide hetzelfde.

Door uitbreiding van deze beschouwing komt men tot deze algemeene uitkomst:

»Behooren tot de basis van $((K_n))$ $h = \frac{1}{2} p(p+3)$ »veelvoudige punten van de graden $l_1, l_2 \ldots . l_h$, terwijl »$\sum_1^h l_j = np - \frac{1}{2}(p-1)(p-2)$, dan is de K_p, welke deze »h punten vereenigt, p-maal begrepen in de krommen, waarin »de lijn L vervormd wordt, zoodat de eigenlijke kromme M »dan van den graad $(n^2 - p^2 - 1)$ is."

Immers de bedoelde h punten vervangen als $(l_j - 1)$ voudige punten $\frac{1}{2} l_j (l_j - 1)$ basispunten van (K_{n-p}), dus l_j minder dan wanneer zij l_j-voudige punten van $((K_n))$ zijn. Is nu

$$\sum_1^h l_j = np - \frac{1}{2}(p-1)(p-2),$$

dus

$$\frac{1}{2}(n^2 + 3n - 4) - \sum_1^h l_j = \frac{1}{2}(n-p)(n-p+3) - 1,$$

dan bepalen de punten b een bundel krommen van den graad $(n-p)$, die een keer minder door de h punten gaan dan de krommen K_n. Het geslacht der K_{n-p} is

$$\frac{1}{2}(n-p-1)(n-p-2) - \left\{ \sum_2^m \frac{1}{2} k(k-1) i_k - \sum_1^h (l_j - 1) \right\} =$$

$$= \left[\frac{1}{2}(n-1)(n-2) - \sum_2^m \frac{1}{2} k(k-1) i_k \right] - \frac{1}{2}(p-1)(p-2),$$

dus $\frac{1}{2}(p-1)(p-2)$ eenheden lager dan het geslacht der krommen K_n.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

N⁰. XXXI. Eenige brieven van Constantyn Huygens, den vader, aan pater Marin Mersenne.

Toen bij den verkoop der Bibliotheek van den Lord Ashburnham verschillende gedeelten der Bibliotheek van den vermaarden G. Libri naar Frankrijk terugkeerden, werd mijne aandacht gevestigd op eenige brieven aan M. Mersenne, geteekend door C. Huygens. Het bleek, dat deze verzameling meerendeels brieven van Constantyn Huygens, den vader, bevatten: slechts enkele brieven waren van Christiaan Huygens.

Van de laatste zijn onder de stukken van Christiaan Huygens, die thans door ons bewerkt worden, geene afschriften of minuten gevonden: en evenmin zijn van de eerste brieven afschriften opgenomen in de *Lettres Françaises* van Constantyn Huygens, die in de Bibliotheek van de Kon. Akademie van Wetenschappen berusten.

Voor een groot gedeelte worden de vermelde brieven opgenomen in het »Supplément" van het tweede deel der *Oeuvres et Correspondance de Christiaan Huygens*. De overigen, die voor dit

laatste doel minder geschikt schenen, zijn toch in menig opzicht belangrijk. Zij worden in dit opstel aangeboden aan hen, die belang stellen in geschiedkundige en biographische studiën.

I. Constantyn Huygens aan M. Mersenne. 15 December 1641.

Le bon Veglinus *a*) commence a prendre racine ou je l'ay planté, et son maistre (qui est seigneur de grand mérite) m'en sçait autant de gré que luy, dont je suis très ayse; car comme disent nos Pseaumes Rimes, mon vouloir est d'ayder aux vertueux, qui de bien vivre ont acquis la louange etc. et je commence à m'asseurer que ce garçon sera trouvé tel intus et in cute.

Les petits traictés que M. Grotius *b*) a publiés depuis quelque temps en çà, tant sur les passages de Antichro [1]) que sur la Consulte de Cassander [2]) (lequel je n'ay encor veu) font courrir des bruicts desesperés de sa personne, plusieurs le tenants à la veille de la Revolte, quelques asseurant qu'il auroit esté veu à la messe. C'est ce que pour moy je croy aussi peu de luy que de moy mesme; mais cependant vous prie m'advertir un peu de ce que vous sçavez de ses intentions. C'est un rare personnage, et jamais n'aurions nous faict perte plus sensible depuis la Reformation, mais j'espere que dieu ne l'abandonnera pas.

Si vous avez de la familiarité aveq le Sr de la Miltiere *c*) je vous prie de luy demander la veue d'une lettre [3]) que

---

a) Het is mij niet mogen gelukken om uit te maken, wie deze Veglinus (toch niet een Vegelin?) of zijn „maistre" is.

b) Hugo Grotius, die toen reeds in Paris woonde.

c) Théophile Brachet de la Milletière, geboren omstreeks 1596, en overleden in Mei 1665, was protestant, studeerde in Heidelberg, en zette zich te Paris neder, eerst als advocaat, later als godgeleerde. In hoog aanzien bij de Protestanten, trachtte hij tusschen deze en de Roomsch-katholieken eene toenadering te bewerken. Dit had echter ten gevolge, dat hij in 1642 in den ban werd gedaan. In 1645 ging hij toen bepaaldelijk tot de Roomsche kerk over, en schreef sedert heftig tegen de Protestanten.

M. Riuet *d*) luy a escrit dernierement sur le subject de ses derniers livres [4]) dont il luy avait demandé son advis. Jamais brouillon presomptueux ne fut mené de meilleure sorte. Je l'appelle toujours ainsi, et si vous en jugez autrement, je vous diray que vous ne le cognoissez pas.

Pardonnez à la franchise dont je vous entretiens, je changeray de style quand vous le voudrez, mais si vous me permettez d'en user ainsi, je vous anonce mesme liberté, caedimus inq; vicem e.q.n. *e*), et il me semble que cela osté, il n'y a point d'amitié qui ne cloche. En tout cas la miene vous demeure acquise aveq tout le service dont je suis capable, et je suis pour toujours

Monsieur,

A la Haye, où il faict un hyver desesperé, 15 Decemb. 1641.

Vostre très-humble serviteur
C. Huygens.

II. Constantyn Huygens aan M. Mersenne. 7 April 1642.

Monsieur,

Voyant par la copie du petit sicle qu'il vous à plu de m'envoyer que c'est la mesme chose que nous avons icy

---

d) Andreas Rivet, waarschijnlijk den 2den Juli 1572 te Saint-Maxent geboren en op 1 Januari 1651 te Breda overleden, was de zoon van een aanzienlijk handelaar Jean Rivet en Catharine Cardel. Als protestantsch geestelijke te Thouars, had hij grooten invloed bij de Protestanten in Frankrijk. Den 14de October 1620 werd bij Professor in de godgeleerdheid te Leiden. In dat jaar overleed zijn eerste vrouw Susanne Oiseau, die hij in 1596 gehuwd had. In Augustus 1621 hertrouwde hij met Maria du Moulin te Oxford, alwaar hij fellow der Universiteit werd. Naar Frankrijk teruggekeerd om zijn zaken te regelen, wilde men hem daar behouden, doch hij verkoos in ons land te blijven. In 1632 werd hij Gouverneur van Prins Willem II, en in 1646 benoemde Frederik Hendrik hem tot Curator der nieuwe Universiteit te Breda. Hij was een geleerd theologant van veel belezenheid, en schreef veel, ook bij de theologische twisten van dien tijd.

e) Een aanhaling uit Persii Satira IV, vers 42.

je ne vous envoye qu'une estampe du grand, aveq le poids de l'un et de l'autre. Ce grand donq pese (icy bas je vous interpreteray nostre poids) dix Engelsche et dix grains. Le petit semblable au vostre, huict Engelsche et trente grains; le tout examiné très exactement. Ces Engelsche sont subdivisions de l'once, que vous partissez en gros et deniers et voyci comme nous la distribuons.

Le marq à 8 onces comme aussi 5 francs et quasi partout ailleurs.

L'once 20 Engelsche.

L'Engelsche 32 grains.

de ces Engelsche je vous adjoints icy $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2 et 3, marques d'encre et puis 1, 2, 3 et 4 grains, de sorte que ne sçauriez plus manquer de sçavoir très justement le poids de notre grand sicle qui est piece antique aussi entiere que j'en ay jamais veu portant très distinctement le Jeruschalaim-Hakkedoschah — ירושלים הקדושה et de l'autre coté le Schekel-Israel שקל ישראל. Si la piece etoit à moy, comme je ne la sçauray avoir, je seroy bien ayse de vous en accommoder.

On m'a trouvé du drap d'eslite, qu'aujourd'hui je mets entre les mains de l'Agent de Glarges *a*) qui m'a promis de vous la faire tenir par les rouliers de Calais. Le personnage en pourra porter le deuil de son impudence, et du reste, en ce qui me regarde et ses compositions que j'estime tant, en usera à sa fantaisie: je suis assez resolu de ne luy en demander plus. de peur qu'il n'en pretende encor quelque pieces de drap blanq.

Par de mes dernieres vous avez receu la deffense [5]) de M. Descartes, sous le nom de Regius *b*) contre Voe-

---

a) De Glargues was de Hollandsche consul te Calais en komt ook in de *Correspondence* de Chr. Huygens voor; hij was bekend wegens zijne hulpvaardigheid jegens de Hollanders.

b) Henricus de Roy (= Regius), geboren te Utrecht den 29sten Juli 1598 en aldaar overleden den 21sten Januari 1684, werd in 1624 te Franeker Artium Liberalium Magister en Medicinae Doctor, en vestigde zich toen te Utrecht, waar hij een vurig aanhanger van Descartes werd. In 1638 werd hij aldaar Professor in de medicijnen en kruidkunde. Spoedig geraakte hij met Senguerdius en Voetius in twist, die, in 1640 en 1641

tius *c*). un petit moine supposé *a*) faict imprimer de la replique [6]) la dessus, que je vous envoyeray des qu'elle verra le jour. En attendant vous trouverez icy la censure de l'Academie d'Utrecht [7]) en grosse lettre marquant la faiblesse du dict Voetius et ensemble son pouvoir parmi les collegues, induits par sa seule autorité de publier une censure si impertinente. Sic sententiam de sententia.

Voyci d'ailleurs la moitié de M. Rivet contra Grotium [8]). Tout le livre estoit trop gros pour un ordinaire. Entre icy et la sepmaine qui vient vous l'aurez leu jusques la. Le reste suivra. Beaucoup d'affres me font lever manum de tabula, disposez de moi et croyez que je suis

Monsieur

A la Haye, le 7me de April 1642.

Vostre très humble servitr
C. Huygens.

III. Constantyn Huygens à M. Mersenne.
11 Januari 1644.

Lettre touchant les proprietez, et qualites et differences du Ha ou Cha, et du Té.

Monsieur,

Voyci le jeunn'homme, le Sr Elzevir *a*) fils de nostre

---

met afwisselend gevolg gestreden, eindigde met de overwinning van Voetius, die toen als Rector Magnificus van zijn macht gebruik maakte. Later echter, toen Descartes met Regius in strijd geraakte, werd deze zijn tegenstander.

c) Gijsbert Voet, geboren te Heusden den 3den Maart 1588 en overleden te Utrecht den 1sten November 1676, studeerde te Leiden in de godgeleerdheid, en werd in 1617 predikant te Heusden; in 1634 vertrok hij naar Utrecht als Hoogleeraar in de theologie. Hij was een heftig Gomarist, en vurig bestrijder van de Roomschen en van de Remonstranten. Ook ijverde hij hevig tegen Descartes.

a) Jean Elzevier, oudste zoon van Abraham Elzevier en Catharina van Waesberghe, werd einde Februari 1622 geboren te Leiden en is aldaar den 8sten Juni 1661 overleden; hij volgde zijn vader op in de drukkerij te Leiden. Hij huwde Eva van Alphen, geboren te Leiden 29 Maart 1620 en aldaar overleden 18 Maart 1695, die de zaak na zijn dood nog eenigen tijd voortzette. Zij hadden 2 zoons en 2 dochter .

Imprim[r] *b*) à Leiden, qui m'a toujours promis d'estre le porteur de ces pacquets de Té, et s'est trouvé arresté icy par la contrarieté des vents jusques a psent. La saison toutefois se disposant à la gelée je l'en charge de bonn'heure, de peur qu'il ne m'eschappe soudainemt.

Faictes bien recognoistre par les friands la difference qu'il y a entre le Ha ou Cha et le Té commun. Le premier est Té aussi, mais la fleur de l'herbe et de bien plus grande vertu qui a la verité, n'est *pas pour m'y affriander: car desja l'ordin[r]. m'est trop fort, et m'empesche si absolument de dormir*, que, malgré moy, il fault que je m'en abstiene, l'estimant d'ailleurs comme une herbe merveilleuse et saincte, tant je l'ay trouvé capable de raffiner et subtiliser l'esprit, à qui a besoin de l'employer en affaire soit serieuse ou de plaisir. mon eloge en est cognu icy, c'est qu'un homme qui a prins du Té vault doublemt sa valeur ordinaire en gaignant la conception prompte, fertile, aysée, et, qui plus est, infatigable: c'est un grand point en occasion de necessité urgente. J'en laisse le reste à l'experience et m'offre à vous en faire encor avoir davantage, si le desirez. au moins du commun, qui seul est de ma cognoissance, n'en ayant jamais prins, n'y tasché de prendre d'autre.

Je vous baise les mains et au bonhomme qui vous doibst servir d'essayeur, et suis Monsieur,

A la Haye le 11[e] de Janvier 1644.

Vostre très humble serv.
C. HUYGENS.

Après vous avoir escrit par l'ordr.

---

b) ABRAHAM ELZEVIER, oudste zoon van MATTHIEU ELZEVIER en BARBARA LOPES, werd den 14[den] April 1592 te Leiden geboren en stierf aldaar den 14[den] Augustus 1652. Hij studeerde te Leiden (ingeschreven 11 Februari 1604) in de letteren, huwde den 21[sten] Mei 1621 CATHARINA VAN WAESBERGHE, de dochter van den Rotterdamschen drukker. In September 1622 trok zijn vader zich uit de firma terug, en hij, hoewel vooral boekdrukker, kwam in zijne plaats; zoo ontstond de firma BONAVENTURA EN ABRAHAM ELZEVIER, die 30 jaren duurde, eigenlijk de bloeitijd van de ELZEVIERS. Bij zijn dood liet de Leidsche Universiteit eene medaille voor hem slaan. Hij kreeg 5 kinderen, waarvan de oudste zoon JEAN hem opvolgde, en de beide andere zoons een anderen loopbaan kozen.

IV. Constantyn Huygens aan M. Mersenne. 21 Augustus 1646.

Monsieur.

Pendant que vous avez pensé vous esloigner *a*) le plus de moy, j'ay eu le bien de vous veoir de près à la Haye, dans un portraict, assez mediocre qu'avait porté le S[r] Sorbière *b*) de Paris. A cest heure icy je donne la bienvenue à l'original, et vous remercie de la faveur que m'avez voulu faire de m'adresser de vostre retour. Ce que vous avez apprins au voyage de l'inventeur des nouvelles Lunettes d'approche par des machines si aysées me plaist fort, mais j'ay de la peine à imaginer qu'à la longueur de 3 pieds elles fassent l'effect de celles de 6 ou 7. Celà semble repugner aux principes optiques. Mais en tout cas usque quo abutimini patientia nostra? Quand est ce que les français produiront les grandes choses qu'ils promettent tous les jours? Ayons une de ces Lunettes par vostre moyen, et je suis content de la payer au triple ou quadruple. J'attendray cela de vos soings, ou jamais ne feray plus compte de ces grands hiatus de vos prometteurs.

Je n'ay pas encor veu le Simplicius [9]) de M[r] De Saumaise *c*),

---

a) Mersenne was zijn laatste reis naar Italië gaan doen en daarvan nu teruggekomen.

b) Samuel Sorbière, geboren te Saint-Ambroise (Gard) den 17[den] September 1615, vergiftigde zich 9 April 1670 te Paris; hij werd als wees opgevoed ten huize van zijn oom Samuel Petit. Bestemd tot protestantsch predikant, gaf hij de voorkeur aan de geneeskunde: daarin te Paris gepromoveerd, ging hij nog in 1646 naar den Haag. In 1650 werd hij direkteur van het College te Orange; hij ging in 1653 tot de roomsche godsdienst over en in 1660 werd hij Historiographe du Roi; sedert 1667 dwaalde hij overal rond. Hij was een lastige intrigant, dan eens vleiend, dan weder hekelend; stelde fortuin boven roem; een geleerde, maar van oppervlakkige kennis, met een geest zonder orde.

c) Claude Saumaise (= Salmasius), zoon van Benigne Saumaise Seigneur de Tailly, Bouze, St. Loup, en Elisabeth Priot, werd den 13[den] April 1588 te Sémur-en-Auxois geboren en stierf te Spa den 3[den] September 1653. Hij reisde veel, werd protestant en huwde in 1623 Anne Mercier, die hem 6 kinderen schonk. In 1632 werd hij Hoogleeraar te Leiden,

estant absent de la Haye depuis quelques mois *d*), et non a loysir pour ces entretiens là, mais selon ce que m'en mande Mr Rivet, je comprends que c'est là le traicté mesme de Transubstantiation contre Grotius [10]) et au jugement de cestuy notre amy, la plus achevée pièce qu'il ayt encor veu en ceste matiere de laquelle souffrez qu'un Laïe vous die qu'à son advis, c'est la moins difficile de tout ce que nous disputons à ceux qui entendent le stile de l'Ecriture, ou qui veulent entendre, comme dit le satyrique non parant insanire ratione modoque, mais pour tout celà je n'espere pas que jamais nous nous entendions la dessus.

Il importe trop à l'Eglise de Rome que l'erreur (j'allay dire la fourbe) ne paroisse. Voyci bien le langage d'un franc Huguenot à un homme de vostre profession, mais à un homme de vostre distinction il n'est pas insupportable.

Il y a longtemps que j'ay eu du jeusne Vossius *e*) son Epistre de St Ignace [11]) et vault bien la peine de la veoir mais bien plus le vaudra ce que M. Saumaise voudra produire sur les notes de Cicéron et Tiron *f*) dont j' avouē n'avoir jamais bien pu comprendre le vray usage. à sçavoir comment il a esté possible qu'ils s'en soient servi aveq facilité et promptitude; conditions fort requises aux chiffres des gens d'affaires.

Pour chose nouvelle je vous annonce que le Profr Regius

---

hoewel hij andere aanzoeken van de Universiteiten te Padua, Bologna en in Engeland had afgeslagen. Later verbleef hij geruimen tijd aan het hof van koningin CHRISTINA van Zweden. Hij gaf vele werken uit.

d) HUYGENS was sedert den 30sten Mei met Prins FREDERIK HENDRIK op reis, om zich bij het leger te voegen [Dagboek].

e) ISAAC VOSSIUS, de zesde zoon van den Hoogleeraar GERARDUS JOHANNES VOSSIUS en ELISABETH JUNIUS, werd in 1618 te Leiden geboren en stierf te Londen den 21sten Februari 1689. Hij reisde van 1641 tot 1646 in Frankrijk en Italië, vertrok in 1648 naar koningin CHRISTINA van Zweden, maar keerde in 1654 naar Holland terug, vertoefde in 1663 in Frankrijk, en vertrok in 1670 naar Engeland, waar hij Canon of Windsor werd. Zijne rijke bibliotheek werd later voor *f* 33000 voor de Leidsche bibliotheek aangekocht.

f) Deze commentaren hebben, zoo verre mij bekend is, nimmer het licht gezien.

à Utrecht, qu'a souffert martyre pour la cause de Mr Descartes contre Voetius, produict toute ceste Philosophie naturelle, en un beau livre in 4^0 qu'il nomme Fundamenta Physica [12]), qui enfin sera un corps achevé aveq beaucoup de bonnes figures, on dit que M. Descartes n'est pas satisfaict, car en quelques points audet a dictatore discrepare.

La chose se conduisant à son desceu, mais par une preface il aura soin de protester amplement que tout ce qu'il y aura de bon à son oeuure ne provient que de ce grand personnage duquel il établira et le mérite au plus haut point; comme il est bien raisonnable, jamais à mon advis les sciecles n'ayant rien produict de tel. J'en ay desjà jusques a 296 pages, et l'imprimé tire vers la fin et vous en aurez un explaire à la premiere commodité.

Vous faictes trop d'honneur à mes Pseaumes [13]) de vous informer de ce qu'ils sont devenus. Le Sr Gobert *g)* les a tous en mains aveq quelques Airs Italiens *h)* que je pretens d'y joindre et peu de françois *i)* qui vont venir. Quand tout sera ensemble je vous recommanderay une partie du soing de ceste impression, si tant est. Le dernier Psaume *k)* a esté un de profundis, que je souffre bien que vous examiniez, un plus recent que j'envoye encor présentment à M. Gobert, est sur les paroles du 142e memor fui dierum antiquorum cet. Par dessus la basse j'ay adjousté la Tablature du Luth. parce que le subject m'a convió a le jouer dans un ton fort bizarre, et duquel toute main ordinaire ne viendroit pas a bout, sans me faire tort, qui suis fort chatouilleux du choix

---

g) THOMAS GOBERT, uit Picardië, werd in 1630 kanunnik te St. Quentin. Hij was een goed musicus, en daardoor zeer bevriend met CONSTANTIJN HUYGENS; hij bezorgde de uitgave ,van zijne Pathodia Sacra door den uitgever ROBERT BALLARD, unicus Regiae Musicae Typographus te Paris.

h) Zie in het werk, „Musique et Musiciens au XVIIe siècle, Correspondance et Oeuvre musicales de CONSTANTIN HUYGENS, publiées par W. J. A. JONCKBLOET et J. P. N. LAND. Leyde E.J.BRILL. 1882. 4^0 de „*Pathodia sacra et Profana occupati*" de Nos. XXI—XXXII.

i) Zie in hetzelfde werk de Nos. XXXIII—XXXIX.

k) Zie in hetzelfde werk het Nr. XX.

des Chordes, pour animer le chant y trouvant des differences merveilleuses et mysterieuses.

M. le Premier *l*) m'escrit d'un jeusn'homme *m*) que le Sr Gobert auroit trouvé pr moy. Je vous prie d'en prendre et de m'en donner cognoissance à ce que je puisse sçavoir combien il me seroit propice. Mais l'absence de la cour retardera tout cecy — le Sr Gobert ayant à la suivre. J'attendray donq en patience, mais en impatience de vos lunettes, sans lesquelles il n'y a plus d'amitié? Sia, sia, car je suis et serai toujours

Monsieur,

Vostre très humble et très affné serviteur
C. Huygens.

Au camp de St. Gilles païs de Waes en
Flandre 21 Août 1646.

V. Constantyn Huygens aan M. Mersenne.
13 Januari 1648.

Monsieur.

Je voy bien que vous ne lisez pas mes lettres qu'en passant et aliud agens. Voicy je pense la 3 ou 4e fois que je vous rememore les questions que je vous avoy proposées, touchant la conformation et bonté des Luths, et vous n'avez jamais daigné m'en dire un seul mot. Cepen-

---

l) Hier is bedoeld de „premier Escuyer du Roy:"
Henri de Beringhen, geboren in 1603 te Paris, en aldaar overleden den 30sten Maart 1692; hij was de kleinzoon van Pierre de Beringhen, van Nederlandschen oorsprong. Deze, zoowel als zijn zoon, waren hofbedienden bij Henri IV en Louis XIII: ook de kleinzoon bekleedde die betrekking, maar werd in 1630 verbannen. Hij trok toen naar Zweden en kwam in 1634 in dienst van Stadhouder Frederik Hendrik; later keerde hij terug aan het Fransche hof. Hij was een groot vriend van Constantyn Huygens.

m) Mr. Avril, door Gobert aanbevolen als „jeune, de bonnes moeurs et garçon de coeur, excellent musicien" (in diens brieven van 17 Juli en 25 November 1646, in het werk van noot *h*), page CCXV, CCXVII). Hij kwam in den Haag omstreeks half December 1646.

dant je persiste dans le dessin de vous satisfaire par mes propres experiences sur la plus part de vos questions touchant le Canon *a*), mais comme cela doibt se faire au rivage de la mer, où il ne faict pas bon se promener par la rudesse de ceste saison, je croy que vous me donnerez le loysir de veoir un peu remonter plus le soleil devant que d'y hasarder ma santé, qui s'ebransle aysement, et est subjecte aux defluxions. Ainsi, je vous pourray envoyer des experiences mechaniques, et moy mesme m'embarasser aux medicinales, et comme dit un cavalier Romain, entendant lire, teste nue, dans salle ouverte, où il faisait grand froid, certaine Bulle d'indulgence pour autant de mil ans, *et un Catarrho di piu* en mettant son chapeau et sortant de là de peur de se morfondre, et que le pape ne fust capable de le guerir. Vous ne seriez pas bien ayse de me veoir dans ce predicament là. Par ainsi, nous attendrons quelque temps à vous régaler de ces experiences et cependant je demeure

Monsieur,

A la Haye, le 13 Janv. 1648.

Vostre très humble et affec[né] serviteur
C. Huygens.

Hastez-vous de nous produire vostre phie *b*) de Vacuo *c*) mais cependant voyez ce que m'en mande M. Descartes.

VI. Constantyn Huygens aan M. Mersenne.
14 Augustus 1648.

Monsieur.

J'ai veu aveq desplaisir et non sans apprehension la main

---

a) Omtrent deze proeven met het kanon, waaraan ook Christiaan Huygens deelnam, raadplege men onderscheidene brieven in het 1e Deel en in het Supplement van het 2e deel van de *Correspondance de* Chr. Huygens.

b) Dat is: philosophie.

c) Dit werk van Mersenne is nimmer verschenen, denkelijk in verband met zijn spoedig gevolgden dood.

empruntée *a*) qui m'a escrit vostre derniere lettre-dieu j'espere, vous aura encor remis de ce mal, qui est de acutis, et ne peut estre negligé. Mon Archimede *b*) est à la Haye *c*), et je suis dehors *d*) depuis 15 jours, desquels une partie a esté employée aux solennités du Baptesme *e*) de nostre jeusne Electeur de Brandebourg à Cleve. Ce que j'ay à vous rapporter de ce voyage là, c'est que j'y ay eu tout mon saoul de très excellente musique instrumentale, que possede cet Electeur de toutes façons, et nommement de Violes de Gambe incomparables, de Harpes d'yslande et autres, de dolcians, Cornets Positifs et autres pieces de tres bon concert, toutes manieres en grande perfection; pensez si je m'y suis trouvé simia inter nuces.

---

a) MERSENNE was toen zwaar ziek. In Maart 1647 toch werd hij bij eene ziekte door een onkundig chirurg gelaten, die hem, in plaats van een ader, een slagader opende. Hoewel deze fout spoedig hersteld werd, had toch het bloedverlies een ongunstigen invloed op zijne gezondheid. Half Juli 1648 riep hij de hulp van GASSENDI in, maar deze vermocht hem niet te redden: hij overleed den 1sten September 1648, bijna 60 jaren oud.

Hij was den 8sten September 1588 in la Soultière (Maine) geboren uit een landbouwer JULIEN MERSENNE en JEANNE MOULIÈRE. Eerst bij de Pères de l'Oratoire opgevoed, ging hij bij de oprichting van het Jezuiten-college la Flèche daarheen, en werd daar boezemvriend van RÉNÉ DES CARTES. Deze laatste werd militair. MERSENNE werd den 17den Juli 1611 frère Minime in het klooster van Nigeon, bij Paris. Van 1614—1620 onderwees hij de philosophie aan het klooster van St. François de Paula te Nevers. Te Paris teruggekeerd in het klooster de l'Annonciata, trad hij heftig op tegen de Sceptici. Later ging hij over tot wis- en natuurkundige studiën, en was in die richting een groote steun voor DESCARTES. Bij herhaald reizen in de Nederlanden en Italië, maakte hij vele kennissen, en onderhield een zeer uitgebreide briefwisseling: hij stelde gaarne allerlei wetenschappelijke vraagstukken aan de orde, om die door anderen te doen oplossen.

b) Zoo noemt CONSTANTYN gewoonlijk zijn zoon CHRISTIAAN HUYGENS.

c) CHRISTIAAN HUYGENS was dus uit de Universiteit te Breda, naar 's Gravenhage teruggekeerd.

d) CONSTANTYN HUYGENS vertrok uit den Haag den 30sten Juli 1648, om er den 27sten October eerst terug te keeren [Dagboek].

e) De doop van WILHELM HENDRIK, Prins van Brandenburg, had plaats den 2den Augustus 1648 [Dagboek].

Au moins j'ày bien excité ces musiciens, qui sont tous gens de bonne sorte non mechanique, et nous sommes devenus grands amis, quand je les ay faict taster de quelques mienes compositions, qui ne sont jamais parvenues à vostre cognoissance, n'y ne la meritent pas. Le S[r] de la Barre *f*) me tesmoigne de l'inclination à dedier le service de sa fille *g*) et fils *h*) a nos Altesses, si une consideration ne me retenait, je travailleray à ce marché, et verray pourtant ce qu'il y aura moyen d'y faire à la Haye, que nous sommes laissez de ne reveoir pas de 5 ou 6 sepmaines, ayant à roder encor par d'autres Provinces esloignées plus que celle-cy. Led. S[r]. la Barre m'escrit d'un certain clavier d'espinette mouvant, qu'il a inventé, à faire changer de ton. Si vous sçavez comment celà se prattique, je vous en demande la science, mais soyez bien gueri et de loysir, avant que de vous y amuser et me croyez passionnement

Monsieur

A Nimmeghe, quod est verum Taciti oppidum Batavorum en despit de plus pedans qui s'y sont mespris. 14 Août 1648.

Vostre très-humble serviteur
C. Huygens.

---

f) Seigneur de la Barre was „Epinette et Organiste du Roy et de la Reyne", een groot musicus, zeer bevriend met Constantyn Huygens.

g) Deze dochter heette Anne de la Barre; zij was een groote schoonheid en eene beroemde zangeres. Het plan om haar naar Holland te zenden, schijnt toen te zijn afgesprongen, want Christina van Zweden had haar naar haar hof geroepen op zeer voordeelige en eervolle voorwaarden. Doch ook die reis werd uitgesteld, en eerst den 3den Februari 1653 kwam zij toch te 's Gravenhage, en bleef toen eenigen tijd in de Nederlanden.

h) De zoon de la Barre was evenzeer een goed musicus in theorie en in praktijk.

AANTEEKENINGEN.

[1]) *H. Grotii* Commentatio ad loca quaedam Novi Testamenti quae de Antichristo agunt, aut agere putantur, expendenda eruditis. Amstelodami apud *Joh. & Cornelivm Blaev.* CIƆIƆCXL. 8°.

Herdrukken: ib. *id.* 1641. 8°. Oxoniae. 1675. 8°.

Hiertegen schreven MARESIUS en JAC. LAURENTIUS.

[2]) Via ad pacem ecclesiasticam in qua continentur: Confessio fidei, secundum Conc. Trid. Confessio fidei Avgvstana. Consvltatio Cassandri. Annotata *H. Grotii* in Consultationem Cassandri. H. Grotii Poema de Baptismate. Poema de Eucharistia. Disquisitio Pelagiana. Anno M.DC.XLII. in 8°.

Herdruk: Amsterdami, apud *Johannem Blaev.* MDC.XLII. in 8°.

[3]) Responce à trois Lettres du Sieur la Milletière sur les moyens de réunion en la religion; avec la defence de *Rivet* contre les calomnies du Sieur la Milletière en son pretendu Catholique reformé, plus une lettre d'un docte personnage sur le mesme traicté. Quevilly. 1642. in 8°.

[4]) *a*) *Th. Br. de la Milletière.* Lettre à un de ses Amis, où sont resolves les difficultéz formées par le mal-entendu des Evangeliques contre la doctrine Catholique de la présence réelle: la nécessité de la puissance du Pape en l'Eglise pour remede contre le schisme, pour une legitime reformation.

De predikant D. BLONDEL schreef hier tegen, en werd beantwoord door zijn:

b) Reponse à la Lettre d'un de ses Amis sur la necessité de la puissance du Pape en l'Eglise sur la doctrine du purgatoire; prière Chrestienne et Catholique: jugement sur le livre de l'Eucharistie de M. Blondel; la vérité du Saint Sacrement de l'Eucharistie; le catholique reformé défense de la méthode nouvelle introduite pour soutenir l'autorité de la foi catholique. Par *Th. Br. de la Milletière.*

[5]) REGIUS had geschreven

a) *H. Regius* Theses pro circulatione sanguinis. Ultr. 1640.

Waartegen het werk verscheen

b) *Jacobi Primerosii* Animadversiones, quas pro circulatione sanguinis in Academia Ultrajectinâ Regius disputandas posuerat. Leidae. 1641.

En hierop had REGIUS geantwoord in zijn:

c) Spongia, qua ejiciuntur sordes animadversionum quas Jacobus Primerosius, Lector medicus, adversus theses pro circulatione sanguinis in Academia Ultrajectina disputatas nuper edidit. Auct. *H. Regio.* Leidae 1641. in 4°.

[6]) *J. Primerosii*, Antidotum adversus Regii venenatam Spongiam sive vindicias animadversionum Regii Spongiae reposuit. Leidae 1642.

[7]) De vroetschap der stadt Utrecht aan R. DESCARTES 13 Juni 1643.

[8]) Dit strijdschrift was gericht tegen het werk van Aanteekening 2.

a) *A. Riveti*, Animadversiones in Hugonis Grotii Annotata in G. Cassandri consultationem. Accessit Tractatus de Christianae pacificationis et ecclesiae reformanda verâ ratione ante 80 annos editus. Lugd. Bat. 1642. 8°.

Daarop volgden later:

b) *Hugonis Grotii*, Animadversiones in Animadversiones Andreae Riveti. Lutetiae Parisiorum. CIↃ.IↃCXLII. in 8°.; ook te Heidelberg in hetzelfde jaar.

c) *A. Riveti*, Examen Animadversionum H. Grotii pro suis notis ad consultationem Cassandri. Accessit Prodromus adv. Calumnias Th. Bractati Milleterii. Lugd. Bat. 1641. 8°.

d) *Hugonis Grotii*, Votvm pro pace ecclesiastica, contra Examen Andreae Riveti et alios irreconciabiles. Ecce quam bonum & quam jucundum habitare fratres in unum. MDCXLII. in 8°.

e) *A. Riveti*, Apologeticus pro suo de verae et sincerae pacis Ecclesiasticae proposita, contra Grotii votum. Lugd. Bat. 1643. in 8°.

f) [*H. Grotius*], Rivetiani Apologetici, pro schismate contra votvm pacis facti, discussio. Monopolis apud Hesychium Candidum.CIↃIↃCXLV. in 8°.

g) *A. Riveti* Grotianae discussionis διαλυσις. Roterod. 1648. 8°.

[9]) SIMPLICII || COMMENTARIUS || *In* || ENCHIRIDION EPICTETI || *Ex Libris veteribus emendatus* || Cum Versione || *Hieronymi* Wolffii || Et || CL. SALMASII || ANIMADVERSIONIBUS || ET NOTIS || Quibus Philosophia STOICA passim explicatur || & illustratur. || *Quae accesserunt, sequens pagina indicabit* || vignette: de landbouwer met het motto FAC ET SPERA || LUGDUNI BATAVORUM || Typis JOHANNIS MAIRE, || CIↃIↃCXL. in 4°.

Verso van titel bevat de inhoud (5 stuks), dan „CL. SALMASIVS" PHILOSOPHIAE STOICAE || STUDIOSIS (13 blz.). In verso volgt:

EPISTOLA || DANIELIS || HEINSII || *Ad* || THEODORUM GRASWINCKELIUM || DEDICATORIA (1 blz.), daarop Typographus (1 blz.), 2 grieksche verzen (1 blz.), „EPICTETI VITA" (1 blz.).

A—Tt (blz. 1—332), het werk zelf in 2 kolommen, links het grieksch, rechts het latijn: Index rerum et variorum (12 blz.). Nieuwe titel.

CL. SALMASII || NOTAE || *ET* || ANIMADVERSIONES || *IN* || EPICTETUM || *ET* || SIMPLICIUM. || Vignette even als boven.

A—XX (blz. 1—329). Index Graecus (25 blz.). Index Latinus (8 blz.): Nieuwe titel.

TABULA CEBETIS || Graece, Arabice, Latine || *Item* || AUREA CARMINA || PYTHIGORAE || Cum paraphrasi Arabica, || AUCTORE || JOHANNE ELICHMANNO || M. D. || *Cum Praefatione* || CL. SALMASII. Vignette even als boven.

Verso van titel wit: dan CL. SALMASII || PRAEFATIO || *IN* || TABULAM CEBETIS || ARABICAM (32 blz.) dan plaat en daarop:

A—I, blz. 1—88. De verso bevat het arabisch, de recto bevat in twee kolommen: links het latijn, rechts het grieksch. Evenzoo is ingericht:

A—D, blz. 1—15, het werk:

PYTHAGORAE || AVREORVM CARMINVM || Arabica paraphrasis || *CVM* || LATINA VERSIONE. || *Auctore* || JOH. ELICHMANNO. || M. D.

10) Hugonis Grotii. De coenae administratione ubi Pastores non sunt. Item an semper communicandum per symbola? Dissertatio, Anno Domini MDCXLVI. 31 bldz. in 8°.

In het Engelsch vertaald. London 1685 en 1708. in 8°.

11) EPISTOLAE GENVINAE || S. IGNATII || MARTYRIS, || quae nunc primum lucem vident ex || bibliotheca Florentina, || *Adduntur* || S. IGNATII EPISTOLAE, || quales vulgo circumferuntur. || *Adhaec* || S. BARNABAE EPISTOLA. || Accessit universis translatio vetus. || *Edidit* & NOTAS *addidit*, || ISAACVS VOSSIVS. || Vignette: de sphaera armillaria, met het motto INDEFESSUS AGENDO || AMSTELODAMI. || Apud IOANNEM BLAEV, || CIƆIƆCXLVI. in 4°.

Verso van titel wit, dan opdracht „illvstribvs viris, GERBRANDO PANCRATIO, IOANNII CORNELIO GEELVINK, GERARDO SCHAEP IC., CORNELIO BICKERO, REIP. AMSTELODAMENSIS CONSVLIBVS" (6 blz.). Dan BENEVOLO LECTORI S. P. (3 blz.).

A—Rr bevat:

Blz. 1—254. De epistolae in twee kolommen, de buitenste grieksch, de binnenste latijn.

Blz. 259—318. De noten van VOSSIUS.

12) HENRICI REGII || ULTRAJECTINI || FUNDAMENTA || PHYSICES || vignette: Minerva onder den laurierboom, met het devies „NE EXTRA OLEAS" || *AMSTELODAMI*, || Apud LUDOVICUM ELSEVIRIUM. || ANNO || CIƆIƆCXLVI. in 4°.

a, *b*. In verso van den titel de grieksche spreuk: „πάντα δοκιμάζετε, τὸ || οιλὸν κατέχετε". Dan opdracht aan „Frederico Henrico" gedateerd 10 Augusti, Anni 1646, stylo Jul. (4 blz.); daarop INDEX || CAPITUM || RERUMQUE PRINCIPVARUM, QUAE IN HIS || FVNDAMENTIS PHYSICIS || EXPLICANTUR (10 blz.).

A—Qq. Blz. 1—306.

Daarop 1 blz. Errata.

13) PATHODIA || SACRA, || ET || PROFANA || OCCVPATI, || een fraaie samengestelde vignette met muzieknoten en instrumenten en het motto VIRTVTI FORTVNA CEDIT. || PARISIIS. || Ex Officina ROBERTI BALLARD, vnici Regiae Musicae || Typographi. || M.DC.CXLVII. in 4°.

In verso van den titel eene plaat, voorstellende een muziekpartij aan het hof. Dan opdracht aan „UTRICIAE OGLE NUPER SUANNIAE". Daarachter „CAUTIO".

46 blz. met muziek van psalmen; dan een „AD LECTOREM" en daarop 39 blz. met muziek van wereldlijke liederen in het italiaansch en fransch.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 26 Januari 1889.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, DE VRIES, ZAAIJER, FRANCHIMONT, VAN DORP, A. C. OUDEMANS JR., KORTEWEG, MAC GILLAVRY, SCHOUTE, BEIJERINCK, HOFFMANN, BAEHR, ZEEMAN, FORSTER, J. A. C. OUDEMANS, PLACE, STOKVIS, BIERENS DE HAAN, MICHAËLIS, DIBBITS, HUBRECHT, PEKELHARING, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, ENGELMANN, RAUWENHOFF, KAPTEIJN, BUYS BALLOT, MARTIN, HOEK, SURINGAR en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. R. M. VAN LIJNDEN, Secretaris van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen te Utrecht, Januari 1889; 2°. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris der Polytechnische School te Delft, 14 Januari 1889; 3°. den Secretaris van het Sanitary Institute te Londen, 21 Januari 1889; 4°. den Directeur van het Institut royal géologique te Budapest, 2 Januari 1889; 5°. H. BOESCH, Secretaris van het germanisches Nationalmuseum te Neurenberg, 17 Januari 1889; 6°. R. HILDEBRAND, Leipzig, 20 Januari 1889; 7°. G. BIZIO, Secretaris van het real Istituto

di Scienze, Lettere ed Arti te Venetië, 28 December 1888; 8°. J. M. LATINHO-COELHO, Secretaris der Académie royale des Sciences te Lissabon, Januari 1889; 9°. S. MÜLLER, Secretaris der Société royale des Antiquaires du Nord te Kopenhagen, 1889; 10°. F. MALMBERG. Directeur van het nautisk-meteorologiska Byran te Stockholm, 10 Januari 1889; 11°. R. THALEN, Bibliothecaris der Société royale des Sciences te Upsala, 2 Januari 1889; 12°. den Directeur van het Comité géologique de la Russie te St. Petersburg, 5 Januari 1889; 13°. den Bibliothecaris der Académie impériale des Sciences te St. Petersburg, 21 Januari 1889; 14°. F. KURTZ, Bibliothecaris der Academia nacional de Ciencias te Cordoba, 17 December 1888. — Aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 2 Januari 1889; 2°. J. T. BUIJS, Leiden, 21 Januari 1889; 3°. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris der Polytechnische School te Delft, 22 Januari 1889; 4°. R. M. VAN LIJNDEN, Secretaris van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen te Utrecht, Januari 1889; 5°. J. RITZEMA BOS, Wageningen, 7 Januari 1889; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— De Heeren VAN DIESEN, SCHOLS en BEHRENS hebben zich schriftelijk over hunne afwezigheid verontschuldigd.

— De Heer BUYS BALLOT vergeleek de uitkomsten der waarnemingsreeks te Utrecht, nu gedurende veertig jaren voortgezet, met de normalen, die hij voor temperatuur en barometerstand in 1876 in de Marche annuelle gegeven had, en toonde aan, dat de verschillen daarvan met de normalen niet grooter waren dan een paar jaren zouden kunnen verdubbelen of te niet maken.

Hij gaf voorts, als eveneens hoog noodig voor de kennis van het klimaat, ook de uiterste afwijkingen van de ge-

middelden, in verschillende jaren voor elke maand waargenomen; daarbij de gemiddelde sommen der dagelijksche waarnemingen in elke der maanden Januari, Februari, enz.; ook nog hoe lang de afwijkingen in denzelfden zin soms voortduurden, en tot welk bedrag, en vergeleek de daaruit af te leiden afwisselingen met die op andere plaatsen in het noorder Halfrond, verwijzende naar het Jaarboek 1879 II, dat weldra van de pers zal komen.

Eindelijk toonde hij de tabellen voor de hoeveelheden regen, voor zoover Zwanenburg betreft, van 1743 af, en tabellen die de overmaat aanwijzen van temperatuur, luchtdrukking en regenhoeveelheden, op sommige tijden te Utrecht gebleken, en hoe lang het soms duurde eer compensatie plaats vond. De spreker hoopt over dit onderwerp later een opstel voor de Verslagen en Mededeelingen aan te bieden.

De Heer Forster doet opmerken dat, uit een hygiënisch oogpunt, naast het klimaat en de temperatuurverschillen in de open lucht, ook die van afgesloten ruimten — kamers, enz. — en die welke door verschil in kleeding veroorzaakt worden, van belang zijn. In afgesloten ruimten is de temperatuur steeds hooger dan in de buitenlucht, zooals den spreker o. a. uit opzettelijk daartoe genomen proeven gebleken was, toen hij eenige jaren geleden den warmtegraad binnen de muren van den Zuiderkerkstoren met die der buitenlucht vergeleken had.

De Voorzitter vraagt in hoeverre, bij meteorologische berekeningen als de medegedeelde, van periodieke formules gebruik gemaakt zou kunnen worden. De Heer Buys Ballot meent, dat die formules daar van geen nut kunnen wezen, daar noch de verschillen in temperatuur, noch die der luchtdrukking, aan eenige periodiciteit schijnen te gehoorzamen.

— De Heer Beijerinck spreekt »Over een middel om de werking van verschillende stoffen op den groei en enkele andere levensverrichtingen van microörganismen vast te stellen" en heldert zijne voordracht door praeparaten op. Het middel bestaat hierin, dat men op gelatineplaten, zuiver of meer of minder toebereid, en met de eene of andere soort van

gist of bacteriën besmet, kleine hoeveelheden van verschillende stoffen overbrengt, en dan nagaat of de microörganismen in de diffusiecentra dier stoffen, hetzij deze zuiver bleven of elkander op hun weg ontmoetten, zich al of niet, of wel in meerdere of mindere mate vermenigvuldigen. — Een opstel over het onderwerp wordt aangeboden voor de Verslagen en Mededeelingen.

De Heer MAC GILLAVRY vraagt of niet de reactie van de gelatine bij de kultuur van microörganismen eene voorname rol speelt, en verkrijgt ten antwoord, dat zulks zeer zeker het geval is, zoodra proeven genomen worden met bacteriën, doch dat de gistcellen, waarmede de spreker zich trouwens meer uitsluitend had bezig gehouden, lang zoo gevoelig niet zijn.

— De Heer FRANCHIMONT biedt, uit naam der Redactie, voor de boekerij der Akademie aan een exemplaar van den 7den Jaargang van het »Recueil des travaux chimiques dans les Pays-Bas".

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

OVER EEN MIDDEL OM DE WERKING

VAN

VERSCHILLENDE STOFFEN OP DEN GROEI

EN ENKELE ANDERE

LEVENSVERRICHTINGEN VAN MICROÖRGANISMEN VAST TE STELLEN *).

DOOR

M. W. BEIJERINCK.

Bij het onderzoek van de levensverschijnselen der microörganismen *), is het zonder twijfel in de allereerste plaats van belang, zekerheid te verkrijgen aangaande de stoffen, welke tot hun groei en vermenigvuldiging aanleiding kunnen geven. Wel is waar is het bij het vinden van nieuwe vormen meestal gemakkelijk uit te maken, welk mengsel van voedingsstoffen de ontdekking daarvan in het gegeven geval heeft mogelijk gemaakt, zoodat het aanleggen van blijvende culturen in overeenkomstige mengsels niet moeielijk is. Maar wenscht men voor bepaalde soorten een ruimer overzicht over de assimileerbare stoffen te verkrijgen, dan stuit men

*) In overeenstemming met het tegenwoordige spraakgebruik versta ik onder microörganismen die vormen, welke in voedingsgelatine, kunnen gekweekt worden.

op allerlei bezwaren. Tot nu toe pleegt men de vraag te beantwoorden door in vloeistofculturen of in de voedingsgelatine de te onderzoeken stoffen te brengen, en dan door weging of door telling van de cellen, of door schatting van de grootte der koloniën of entstrepen, de hoeveelheid nieuw gevormde levende stof te bepalen. De toestand van de literatuur bewijst, hoe weinig talrijk de vaststaande feiten zijn, op deze wijze verkregen. Hoe gering is bijvoorbeeld de oogst bij de studie van de talrijke verhandelingen, welke over de voedingsverschijnselen van de bier- en de wijngist geschreven zijn! Met uitzondering van de klassieke ontdekkingen van PASTEUR en COHN aangaande de noodzakelijke aschbestanddeelen en de natuur der assimileerbare stikstofverbindingen voor eenige bepaalde gistsoorten, bacteriën en bacteriënmengsels, geven de vele verspreide waarnemingen van latere schrijvers, die zich met dit onderwerp hebben bezig gehouden, slechts bij uitzondering volle bevrediging. Vaak was de proefneming te omslachtig om gemakkelijk herhaald te kunnen worden, of de controle op het rein blijven der culturen niet overtuigend, of twijfelde men aan de juistheid der keus van de gebruikte concentratie der onderzochte stoffen, of waren de conditiën, waarbij de vergelijking van verschillende stoffen plaats had, niet in alle verdere opzichten identiek. Door de toepassing van de volgende handelwijze, welke op de erkentenis van twee eenvoudige eigenschappen der zoogenaamde »vaste cultuurgronden" voor microörganismen berust, is het mogelijk, eenige dezer storende invloeden te vermijden. De beide bedoelde eigenschappen zijn de volgende. *Ten eerste*: de gelatine en de gelose (gezuiverde agar-agar) zijn geene voedingsmaterialen voor de meeste microben; *ten tweede*: door de vaste, gestolde gelatine- en geloselagen heeft de hydrodiffusie van opgeloste stoffen op bijna dezelfde wijze plaats als in water. Van deze beide beginselen laat zich nu als volgt gebruik maken.

Aan alle bacteriologen is het bekend, dat zuivere gelatine en gelose, of oplossingen daarvan in gedistilleerd water, een uiterst slechte voedingsbodem voor bacteriën, gist en zelfs schimmels zijn. Dit berust niet alleen daarop, dat de ge-

latine als zoodanig voor de meeste soorten niet assimileerbaar en bijna volkomen vrij is van andere assimileerbare stikstofverbindingen, zooals amiden en peptonen, maar tevens op het daarin meer of minder volledig ontbreken van de noodzakelijke aschbestanddeelen, in het bijzonder van het kaliumphosphaat, en van het niet stikstofhoudend voedsel, zooals lactaten en koolhydraten. Gelatine of gelose, opgelost in gedistilleerd water, bezit dus de volgende drievoudige eigenschap. Daarin komen voor: een ontoereikende hoeveelheid aschbestanddeelen, een ontoereikende hoeveelheid assimileerbare stikstof en een ontoereikende hoeveelheid stikstofvrije verbindingen, om den groei van de meeste microörganismen, meer dan tot een onmerkbaar klein bedrag, mogelijk te maken. Elk dezer groepen van verbindingen, of twee daarvan gezamenlijk, zijn eveneens ontoereikend voor de ontwikkeling der in de gelatine verspreide microben. Zal er groei plaats hebben, dan moeten noodzakelijk de drie groepen van voedingsstoffen gezamenlijk vertegenwoordigd zijn.

Gesteld dus men zaait eene bepaalde gist- of bacteriënsoort uit in een gelatine, waaraan de aschbestanddeelen ontbreken, dan zullen zelfs de gunstigste aschvrije voedingsmengsels werkeloos blijven. Plaatst men nu echter op de oppervlakte van een zoodanige gelatinelaag een weinig van de als noodzakelijk erkende zouten, dan begint, na korten tijd, elk der in het diffusieveld dezer zouten verspreide kiemen zich tot een kolonie te ontwikkelen, en zoodoende ontstaat er een cirkelrond, scherp omschreven, ondoorschijnend veld op den doorschijnenden gelatinegrond.

Dat men aan deze proef door kleine wijzigingen een zeer algemeen karakter kan geven, is uit het bovenstaande duidelijk; intusschen wensch ik dit nog door een bepaald voorbeeld nader toe te lichten.

De gewone wijngist groeit niet dan bij de aanwezigheid van belangrijke hoeveelheden kaliumphosphaat, gemengd met het organische voedsel. Lost men dus zuivere gelatine in water op en mengt daarin een matig groot aantal gistcellen, waardoor de gelatine haar volkomen doorzichtigheid volstrekt niet

behoeft te verliezen, dan verkrijgt men na stolling een grond, die aan den bovengenoemden eisch van den groei te verhinderen, zonder den dood der gistcellen te veroorzaken, voldoet *). Plaatst men nu op de oppervlakte dezer gelatine een droppel eener oplossing, die glucose en asparagine bevat, en op zekeren afstand daarvan verwijderd een droppel kaliumphosphaat, en laat het geheel enkele dagen aan zich zelf over, dan neemt men ongeveer het volgende waar. Noch het organische voedsel alleen, noch het phosphaat op zich zelf, is in staat geweest de cellen tot koloniën te doen uitgroeien, maar voor zoover het diffusieveld van het kaliumphosphaat samenvalt met dat van de glucose en de asparagine, waren alle voorwaarden voor den groei verwezenlijkt en ontstaat er daar ter plaatse een geelachtige, ondoorschijnende, lensvormige figuur op den doorzichtigen gelatinegrond. Deze figuur bestaat uit de nu duidelijk zichtbaar geworden gistkoloniën.

Brengt men op de oppervlakte van een als boven toebereide gelatine, waaraan echter vooraf een genoegzame hoeveelheid kaliumphosphaat is toegevoegd, op zekeren afstand van elkander, afzonderlijke druppels glucose en asparagine dan vormt zich, na zekeren tijd, een ondoorzichtige figuur in het gemeenschappelijke diffusieveld dezer beide stoffen, welke elk voor zich onwerkzaam zijn.

Plaatst men eindelijk op den grond, die behalve het phosphaat ook nog een koolhydraat bevat, stikstofhoudende stoffen, welke men op hare assimileerbaarheid wenscht te onderzoeken. dan ontstaat: hetzij een ondoorzichtig cirkelvormig veld, of wel een ringfiguur van gistkoloniën in den doorzichtigen grond.

Is daarentegen de toegediende stof niet assimileerbaar, dan blijft het diffusieveld daarvan geheel helder. Omgekeerd, kan men, door aan den grond vooraf de noodige stikstofhoudende stoffen toe te voegen, op overeenkomstige wijze vaststellen

*) Langdurig met gedistilleerd water uitgeloogde gelatine is, evenals gedistilleerd water zelf, voor zeer vele microörganismen doodelijk of nadeelig, maar wijngist is daartegen bestand.

welke stikstofvrije stoffen voor het tot stand komen van den groei dienstig zijn. Ook hierbij ziet men dan in het diffusieveld de koloniën gelijkmatig, of in een ring geplaatst, te voorschijn komen, wanneer de betrokken stof assimileerbaar is.

De ringvormige plaatsing der groeiende koloniën is het bewijs, dat de concentratie van de onderzochte stoffen in het midden der diffusievelden te hoog was, waardoor de groei belemmerd of de kiemen gedood werden. In deze ringen bemerkt men echter nog klimming en daling van het aantal koloniën in de richting der stralen, welke op bijzondere inwerkingen van de diffundeerende stoffen moeten berusten.

Bij het gebruik maken van een gelatinegrond, waarin, behalve het organisme, alle noodzakelijke voedselstoffen voorkomen, zoodat zich de koloniën daarin overal gelijkmatig zouden kunnen ontwikkelen, is het gemakkelijk, door het opleggen van vergiftige of antiseptische stoffen, heldere diffusievelden dezer stoffen op den troebel wordenden grond te verkrijgen.

Behandelt men den grond, na afloop der proefneming, met de een of andere anilinekleurstof, die wel de cellen, maar niet de gelatine kleurt, dan ontstaan, na indroging, preparaten van blijvende waarde. Zijn de onderzochte soorten niet al te doorzichtig, dan is eenvoudig indrogen voor het verkrijgen van duurzame preparaten voldoende. Door bevochtiging keeren zij in den oorspronkelijken toestand terug.

Ten slotte wil ik er nog op wijzen, dat het, in de bovenstaande regels beschreven, beginsel nog voor een andere, hoewel minder omvangrijke toepassing vatbaar is. Ik heb hierbij die gevallen op het oog, waarbij eenig organisme, alleen onder den invloed van bepaalde stoffen, zekere zichtbare of gemakkelijk langs chemischen weg aan te toonen functie verricht, bijv. een zuur of een enzym afscheidt, een pigment vormt of licht geeft, alzoo werkingen, die volstrekt niet noodzakelijk met den groei behoeven verbonden te zijn. In zoodanige gevallen kan men, eveneens met behulp van gelatinegronden, waarin het organisme in groote hoeveelheid voorkomt, zonder daarin de bewuste werking

te veroorzaken, door het opleggen van de te onderzoeken stoffen, het al of niet optreden dezer werking vaststellen.

Op deze wijze onderzocht ik, niet zonder vrucht, den invloed van een aantal stoffen op het lichtend en zuurafscheidend vermogen van *Photobacterium phosphorescens*: en op de pigment-afscheiding van *Vibrio cyanogenus*: het organisme van de blauwe melk. Later hoop ik daarop nog nader terug te komen.

Zooals men ziet, geeft de beschreven methode een eenvoudig middel aan de hand om de werking van verschillende stoffen op de levensuitingen der microben te onderzoeken, zonder dat men daarbij bekend behoeft te zijn met de gunstigste concentratieverhoudingen dezer stoffen, welke kennis voor het welslagen van vloeistofculturen zeer moeielijk gemist kan worden. Heeft men bij mijne proef de concentratie locaal te hoog doen worden, dan is de diffusie in de gelatine steeds werkzaam om die concentratie te verminderen en ergens een ringveld met de meest voordeelige hoeveelheid voort te brengen, waardoor, zooals boven reeds is opgemerkt, een vlek van gedoode of in hun groei of andere verrichtingen teruggehouden cellen ontstaat, ingesloten door een ring van werkzame koloniën. Tevens geeft de reinheid der culturen bij de diffusie-methode in een vasten bodem weinig reden tot onzekerheid, en, bij het gebruik van gelatineplaten van groote uitgebreidheid, kunnen verscheidene stoffen gelijktijdig op denzelfden grond worden gebracht, waardoor de overige invloeden, zooals temperatuur-schommelingen, afwisseling van licht en duister, van zuurstof-toetreding en verdamping van koolzuur en water, voor alle onderzochte stoffen uit den aard der zaak volkomen dezelfde zijn.

UITKOMSTEN

VAN DE

REEKS VAN METEOROLOGISCHE WAARNEMINGEN GEDURENDE 40 JAREN TE UTRECHT.

DOOR

C. H. D. BUYS BALLOT.

Nu de meteorologische waarnemingen te Utrecht 40 jaren lang op dezelfde wijze zijn voortgezet, meen ik aan de Akademie daarvan omtrent temperatuur, barometerstand en regen verslag te moeten doen, en tevens daaromtrent eenige beschouwingen en berekeningen te moeten mededeelen.

Voorloopig neem ik daarin alleen op de gemiddelde temperatuur, de regenhoeveelheden van den dag, en de barometerstanden van des morgens acht uren. De verschillen van andere uren daarmede zijn zeer overeenkomstig met die, welke in de »Marche annuelle du thermomètre et du baromètre en Neerlande 1876," voorkomen en uitvoeriger in de Nederlandsche meteorologische jaarboeken van 1858, 68, 78.

Voor luchtdrukking en temperatuur zijn alle afwijkingen en ook de overmaat berekend naar deze normalen, maar de regenafwijkingen naar de gemiddelden van de 39 jaren 1849—1887. De regenhoeveelheden toch zijn gemiddeld al te ongelijk in verschillende maanden en jaren, dan dat ik daarvoor een eigenlijk gezegde normaal meende te kunnen vaststellen. Ook zijn er geen lang genoeg voortgezette waarnemingen van regenhoeveelheden op naburige plaatsen

bekend, zoodat de gang daarvan niet scherper kon worden bepaald uit de verloopen 39 jaren, waarin het veertigste jaar geen merkbare verandering bracht.

Ter vergelijking herhaal ik hieronder ook nog de normaal voor temperatuur, zooals die medegedeeld is in de werken der Akademie 1861, toen uit twaalf jaren verkregen, welke slechts weinig gewijzigd behoefde te worden in 1875. De laatste normaal voldoet al zeer goed, daar een verschil van een tiende graad voor een maand zeer licht door een paar volgende jaren kan uitgewischt worden.

Zoo is het verschil van den barometerstand in Februari sedert 1876 de helft afgenomen, dat voor Januari sedert 1873 geheel omgeslagen. In 1873 scheen de barometerstand een millimeter te hoog geschat te zijn, nu een halven millimeter te laag, September tot December wisselden in de laatste jaren het teeken van het verschil. En wat de temperatuur betreft zoo verminderde het verschil reeds weder in de drie eerste maanden van 1889, terwijl in de drie laatste jaren het teeken van het verschil omsloeg.

Alleen Mei is bijna een halven graad te hoog aangeslagen. Hieromtrent valt op te merken, dat wij werkelijk in den laatsten tijd veel koude Meimaanden hebben gehad.

De twintig eerste jaren 1849—1868 geven 13°.40.
» » laatste » 1869—1888 » 12°.73.

Wij mogen dus weldra eenige meerdere warmte in de Meimaanden wachten, hoewel bezwaarlijk het gemiddelde 13.°38, in de werken der Akademie opgegeven, zal bereikt worden.

VERGELIJKING VAN DE WAARNEMINGEN MET DE NORMALE TEMPERATUUR.

	Norm. 1861.	Norm. 1875.	Waarn. 40 jaar.	Norm. 1859.	1875.	1876.	Waarn. 40 jaren.	Gemiddeld in jaren 1839.	40 jaren.
Januari	1.18	1.47	1.65	760.4	60 66	60.19	60.97	49.5	48.9
Februari	2 40	2.90	2.96	60,1	60.40	60.65	61.13	44.8	44.4
Maart	4.56	4.85	4.91	60.7	61.04	59.63	59.33	43.4	44.5
April	9.37	9.36	9.27	59.4	59.16	59.66	59.39	38.3	37.4
Mei	13.39	13.60	13.70	60.6	60 11	60.11	60.30	50.0	49.4
Juni	17.28	16.89	16.80	61.1	60.85	60.80	60.75	53.6	54.8
Juli	18.69	18.39	18.40	60.5	60.38	60.63	60.23	74.1	75.4
Augustus	18.42	18.00	17,83	60.6	60.67	60.43	60.07	81.4	81.1
September	14.99	15.14	14.97	61.0	61.07	60.73	60.69	67.0	66.0
October	10.41	10.36	10.14	60.1	59.89	59.04	59.11	73.1	73.0
November	5.04	5.18	5.07	50.9	59.28	59.33	59.18	59.9	59.4
December	2.08	2.61	2.71	59.6	59 46	60.37	60.15	62.1	61.9
Jaar	9.82	9.90	9.82	60.25	60.25	60.13	60.11	697.4	696.2

Maar het is voor de kennis van het klimaat niet voldoende den gemiddelden toestand aan te geven, men wil ook de grenzen der afwijkingen bepaald zien. Daarom geven wij de grootste en de kleinste afwijkingen van temperatuur en barometerstand en de grootste en kleinste regenhoeveelheden telkens met de jaren, waarin die voorkwamen, en daarachter den afstand van de grenzen der afwijkingen, zooals zij tot nu toe gebleken zijn, als verschillen.

	Temperatuur.				Barometerstand.				Regen.				Verschillen der grootste afwijkingen.		
Maand.	Grootste Afwijking positief.		Grootste Afwijking negatief.		Grootste Afwijking positief.		Grootste Afwijking negatief.		Grootste Afwijking positief.		Grootste Afwijking negatief.		Temperat.	Luchtdr.	Réaumur.
	°		°		m.		m.		m.		m.		°	m.	m.
Jan.	4.08	1866	4.97	1850	10.43	1882	9.64	1885	51.6	1877	39.4	1861	9.05	20.07	91.0
Febr.	3.45	67	8.21	55	7.79	63	9.61	79	54.1	50	38.4	57	11.66	17.40	92.5
Maart	3.27	62	4.28	53	9.99	54	9.88	76	61.1	59	30.6	54	7.55	19.87	91.7
April	3.04	65	2.34	52	5.63	70	6.38	79	68.8	53	35.7	83	5.38	12.01	104.5
Mei	5.81	68	2.82	76	3.66	81	3.90	56	83.7	69	43.6	57	6.63	7.56	127.3
Juni	3.50	58	2.65	69	5.16	65	5.29	52	79.4	61	38.3	68	6.15	10.45	117.7
Juli	3.43	52	2.66	88	4.77	85	5.49	84	109.4	65	68.9	85	6.09	10.26	178.3
Aug.	3.06	57	3.47	81	3.47	69	5.62	60	92,4	70	61.2	71	6.53	9.09	153.6
Sept.	2.77	65	2.46	77	7.10	65	5.06	76	76.3	76	58.5	65	5.23	12.16	134.8
Oct.	1.76	57	3.49	81	7.35	56	6.06	85	142.4	52	70.5	61	5.25	13.41	212.9
Nov.	3.47	52	3.94	58	7.71	67	6.67	82	55.6	66	55.5	53	7.41	14.38	111.1
Dec.	4.45	52	5.90	79	9.98	57	9.27	76	88.7	54	52.6	64	10.35	19.25	141.3

Wij zien, hoe voor temperatuur en luchtdrukking de grenzen in den winter verder uiteen liggen dan in den zomer, voor de regenhoeveelheden bijna omgekeerd. De tegenverschillen zijn althans na April grooter. Voor Januari hebben wij ten opzichte der temperatuur nog eens een grootere negatieve afwijking te wachten, daar voor deze maand het

verschil der uitersten nog kleiner is dan voor December en Februari. In de overige maanden zullen de opgegeven grenzen wel niet of slechts weinig overschreden worden.

Uit de grootte der gemiddelde afwijkingen der maanden kunnen wij wel afleiden, dat dan de dagelijksche afwijkingen ook niet gering kunnen zijn.

Om dat in het oog te doen vallen geven wij ook de gemiddelde sommen der dagelijksche afwijkingen in elke maand, maar zonder op het teeken te letten, omdat wij toch anders twee ongeveer gelijke getallen verkrijgen.

Voor Utrecht volgen hier die sommen: haar gemiddelde van 1867—1888, benevens de grootste en kleinste in ieder der maanden bereikt.

Sommen der temperatuurafwijkingen in graden Celsius.

	Jan.	Febr.	Mrt.	Apr.	Mei	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
Grootste	140	152	125	117	158	116	122	101	93	111	128	198
Gem.	99	98	82	75	94	81	76	72	57	67	78	103
Kleinste	42	63	26	39	67	47	45	49	36	41	47	52

Sommen der barometerafwijkingen in millimeters.

Grootste	390	396	305	228	231	173	134	177	247	305	319	358
Gem.	251	216	214	175	156	119	129	129	162	204	228	249
Kleinste	159	101	133	86	119	64	77	82	105	127	151	171

Door deze afwijkingssommen voornamelijk wordt in verband met de heerschende windrichting en de vochtigheid de mindere of meerdere gunstige eigenschappen van het klimaat voor de gezondheid bepaald. Uit eene vergelijking van deze sommen met die, welke voor 154 plaatsen in het noorderhalfrond in 1879 II opgenomen zijn, kunnen wij dus de veranderlijkheid van Utrecht met die van de overige vergelijken.

Voor de temperatuur nemen deze sommen zeer af, naar mate de plaatsen meer in of aan zee zijn gelegen, toe, naar mate zij verder van zee zich bevinden. De westkusten der continenten hebben nog een voordeel boven de oostkusten, maar de breedte heeft er slechts geringen invloed op, terwijl integendeel de sommen van de barometer-afwijkingen geregeld met de breedte toenemen en slechts in geringe mate

van de lengte, liever van de ligging van de zee afhankelijk zijn.

Voor de maandelijksche, dagelijksche en uurlijksche veranderingen der temperatuur zelve geldt ook deze wet in haar geheel, voor den barometerstand gedeeltelijk, ten opzichte van de beide eerste omstandigheden.

De dagelijksche verandering der temperatuur wordt hieronder voor iedere Nederlandsche plaats aangevoerd, waar het minimum en maximum wordt aangeteekend. Het verschil van die twee kan als maat van den dagelijkschen gang gelden. Niet op alle plaatsen is men gelijktijdig daarmede aangevangen. Voor Utrecht, Maastricht en Helder vervolg ik hier de reeks medegedeeld in de Verslagen en Mededeelingen, tweede reeks, deel IX, Tabel. IV, over de later verloopen jaren, door de gemiddelde som dier verschillen te geven.

Dagelijksche gang in Celsiusgraden te

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
Helder	30	31	36	44	40	50	49	45	40	34	32	39
Utrecht	41	46	67	80	87	84	83	79	91	57	45	36
Tilburg	60	69	78	92	97	93	88	87	81	76	66	63
Vlissingen ..	38	37	58	69	69	67	66	61	58	46	38	35
Maastricht ..	51	54	76	92	103	102	99	95	86	69	53	50

Bijzonder groot was de dagelijksche gang te Utrecht, te Tilburg en Maastricht; welke twee plaatsen steeds Utrecht overtreffen, terwijl zij onderling wedijveren om het verschil tusschen maximum en minimum groot te maken. In den zomer, April tot Augustus, wint Maastricht het.

Aan de zeeplaatsen is het verschil aanmerkelijk kleiner, de helderheid is er geringer en daardoor ook de oogenblikkelijke invloed der zon en de uitstraling des nachts, waardoor het minimum niet zoo laag daalt.

Zijn de afwijkingen op zichzelve niet groot, en dit heeft insgelijks een punt van onderzoek uitgemaakt, zoo kunnen zij

toch meer of minder afwisselend zijn en daardoor bij zwakke gezondheid nadeelig werken, nadeeliger dan wanneer zij lang achtereen een zelfde teeken behouden, waardoor de lijder er zich aan gewent en alleen op te passen heeft, als een afwijking in tegengestelden zin aanvangt.

Om te laten zien hoe dit in Utrecht plaats heeft, heb ik de sommen gevormd uitsluitend van afwijkingen elkander in denzelfden zin zonder afbreking opvolgende. Die sommen zijn in elk jaarboek voor zoodanig jaar medegedeeld. Hier kon ik er mee volstaan enkele der grootste op die wijze verkregen sommen daaruit over te nemen.

Voor den thermometer van 4 December 1852—24 Januari 1853, 259° — van 13 November 1853—4 Januari 1854, 261° — van 16 Januari—24 Mei 1855, 667°, — van 19 December 1858—29 Maart 1859, 260°.

Voor den barometer van 6—28 December 1865, 291 mm. — van 9 Januari tot 5 Februari 1865, 366 mm. — van 10 November—21 December 1872, 364 mm. — van 11 Januari—11 Maart 1887, 535 mm.

Wij zien, althans na vergelijking met de uitvoerige tabellen in de Jaarboeken, dat de afwijkingen in denzelfden zin de grootste som bereiken in de maanden November, December, Januari, Februari en Maart.

Terwijl de afwisseling der positieve en negatieve afwijkingen van temperatuur en barometerstand en insgelijks groote en geringe regenhoeveelheden, het begrip reeds van normalen zelf, ons aan compensatie doen denken, is het niet vreemd, dat men telkens, als hooge temperatuur of luchtdrukking of omgekeerd eenigen tijd lang geheerscht heeft, vraagt: Wanneer krijgen wij nu compensatie, hetzij dan ten halve of geheel, of wel overcompensatie? Bij regenhoeveelheden is dit vooral voor waterschappen en waterreservoirs ten dienste van de waterleidingen naar de groote steden van belang. Valt er op het daartoe gebruikte terrein water genoeg, om de stad, waarheen het water gevoerd moet worden, geregeld en voortdurend van water te voorzien, hoe staan de gevallen regenhoeveelheden in verband met de hoogte van het grondwater? Dergelijke vragen meer rijzen bij ons op.

Ter beantwoording nu dier vragen dienen de zes hierachter volgende getallen van overmaat, berekend naar de *Marche annuelle* 1876: twee voor de temperatuur, twee voor de luchtdrukking, twee voor de regenhoeveelheden.

De eerste, derde en vijfde tabel geven voor iedere maand afzonderlijk, hoeveel in elk jaar de som der afwijkingen bedroeg, tot die maand sedert Januari 1849 voorgekomen.

De tabellen zijn op de volgende wijze berekend:

De afwijkingen in Januari	1849	bedroegen	+ 0.06	overmaat	achtereenvolgende sommen der afwijkingen.
	1850	"	— 4.97	— 4.91	
	1851	"	+ 2.25	— 2.66	
	1852	"	+ 2.65	— 0.01	
	1853	"	+ 3.49	+ 3.48	

dus vindt men de sommen in de derde hierbovenstaande kolom als overmaat der temperatuur, die wij in ieder dier jaren genoten hadden. Zoo is voor elke maand voor temperatuur in tabel 1, voor barometer in tabel 3, voor regen in tabel 5 gehandeld, en de uitkomst leert ons, dat in Januari voortdurend een positieve overmaat aanwezig was en dat zelfs, als de normaaltemperatuur een tiende van een graad hooger werd aangenomen, alleen 1862, 1863, 1864, 1865, 1871 een negatieve overmaat zouden hebben aangetoond. In April was daarentegen de overmaat bijna altijd negatief. In Mei en September insgelijks. In Mei kan dit aan de normaal liggen, maar September is goed bepaald. Een verlaging van de normaal met 0.1 zou 1868—1872, 1876 positief gemaakt hebben.

Dus blijkt, ook zelfs bij een verandering der normaal, de gemiddelde temperatuur eener maand vele jaren achtereen boven of wel beneden die normaal te blijven, de slingeringen zijn langdurig, de compensatie laat zich menigmaal lang wachten.

De tabellen 2, 4 en 6 wijzen datzelfde op andere wijze aan. De daarin geplaatste getallen zijn de sommen der afwijkingen, nu niet van een zelfde maand in opvolgende jaren, maar van alle opvolgende aaneensluitende maanden. Aan het einde van 1849 was de som der twaalf maandelijksche

barometerafwijkingen in dat jaar + 2.91, Januari 1850 bracht hierbij + 1.56 mm.; dus aan het einde van die Januari was die som geklommen tot 4.70 mm. Zoo bedroeg tot overschot aan het einde van April 1852 + 23.99 mm. Hierop volgde nu spoedig compensatie, want in October 1853 kwam er reeds 18.77 mm. te kort. Tot 1858 bleef de overmaat naar beide zijden gering. Lang duurde het daarentegen van November 1858 tot December 1866, eer de beurtelings zich verheffende en dalende positieve overmaat weer uitgeput was. De ruime luchtaanvoer tusschen 1867 en 1872 voldeed weder gedurende vijf jaren meer dan aan de behoefte, maar in 1874 Mei kwam er 14.73 mm. te kort, en voorts heerschte, na een kortstondigen overvloed in 1874—1876, een voortdurend gebrek, den 31sten December 1888 eindigende met 25.78 mm. Dat te kort is evenwel in Augustus 1879, 55.73 mm. geweest en na dien tijd tot op de helft afgenomen.

En om nog een voorbeeld uit tabel 6, de tabel voor de regenhoeveelheden te nemen, zoo merk ik op, dat tusschen Juni 1863 en Augustus 1877 de overmaat negatief is geweest, ook tusschen Februari en October 1880, overigens tot Augustus 1888 steeds positief.

Wil men weten, hoeveel er in een zeker tijdsverloop minder of meer dan gewoonlijk gevallen is, zoo hebben wij slechts het verschil te zoeken van de getallen, die de overmaat aangeven aan het begin en het einde van dat tijdsverloop: tusschen Mei 1856 en Juli 1870 vielen er 634.2 + 339.4, d. i. bijna duizend m.M. minder dan gewoonlijk; dus kwam er in dien tusschentijd voor anderhalf jaar te kort; want de jaarlijksche gemiddelde hoeveelheid is te Utrecht 697 m.M.

De jaren 1887 en 1888 gaven samen 252 m.M. te weinig.

De overmaat van den regen heb ik ook wegens de lange reeks van waarnemingen voortgezet voor Zwanenburg op bladz. 138, maar nu slechts van vijf tot vijf jaren om al te groote uitvoerigheid te vermijden. De gelijktijdige jaren van 1849—1856 komen wel in het algemeen, maar niet voor elk jaar in het bijzonder met die van Utrecht overeen, gelijk men zien kan door vergelijking van tabel 5.

ZWANENBURG.

Overmaat van regen in iedere maand.

Telkens voor vijf jaren.

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
1743-45	4.2	9.3	**2.1**	**2.7**	3.4	2.0	28.6	9.6	**7.0**	**12.3**	13.4	13.6
46-50	5.5	4.6	8.0	**11.4**	12.3	**28.8**	48.0	28.0	**21.2**	3.6	39.3	**11.5**
51-55	13.0	12.0	**5.4**	**14.4**	17.5	**30.6**	11.7	13.8	**23.1**	22.8	8.8	**31.5**
56-60	15.9	19.3	**17.4**	**22.0**	17.9	**37.9**	6.4	4.3	5.8	10.3	3.6	**24.4**
61-65	**12.4**	4.4	**17.6**	**16.6**	20.5	**56.4**	4.2	**19.4**	**22.9**	**37.6**	**7.5**	**42.1**
66-70	**2.7**	**10.1**	**18.9**	**7.4**	10.1	**83.7**	3.1	**15.1**	**32.3**	**39.1**	**10.0**	**19.2**
71-75	**12.3**	**9.6**	**19.9**	1.8	12.4	**68.5**	17.9	**19.4**	**39.0**	**42.8**	**4.8**	**23.3**
76-80	6.4	0.8	**3.8**	0.6	4.4	**56.6**	**12.2**	17.9	**49.0**	**41.9**	**18.3**	**21.3**
81-85	**1.5**	8.7	**1.5**	11.7	**44.0**	**42.1**	13.4	**8.8**	**84.5**	**46.0**	**25.4**	1.4
86-90	**3.0**	26.1	**6.5**	14.5	**43.6**	**46.3**	**8.6**	**14.6**	**103.3**	**26.8**	**5.2**	18.2
91-95	4.7	25.2	**4.2**	3.4	**36.7**	**45.9**	10.6	**5.2**	**96.6**	**12.0**	3.1	11.4
96-1800	15.5	28.0	21.6	12.1	**38.1**	**38.7**	10.2	8.6	**100.0**	**17.0**	0.8	18.3
1801-5	28.7	35.1	36.8	16.4	**36.9**	**29.0**	12.0	46.1	**69.5**	**4.4**	10.0	24.5
6-10	31.6	34.5	48.3	28.2	**33.2**	**52.7**	34.0	57.9	**87.9**	15.9	3.3	17.5
11-15	40.7	42.0	52.5	32.3	**24.7**	**62.4**	61.1	59.1	**66.7**	7.6	0.4	19.1
16-20	21.2	33.4	34.5	34.0	**28.5**	**55.4**	64.0	69.8	**71.2**	17.5	20.6	**7.7**
21-25	16.6	29.0	5.3	39.2	**41.6**	**24.0**	70.0	71.3	**50.6**	13.0	11.1	**22.3**
26-30	32.3	37.4	3.4	17.8	**29.8**	**31.9**	55.3	48.4	**50.7**	21.0	8.9	**26.4**
31-35	20.9	42.9	**8.0**	28.9	**19.1**	**46.0**	59.1	47.2	**12.5**	21.9	8.6	**29.9**
36-40	17.0	52.8	10.0	38.1	**19.6**	**41.4**	67.7	68.9	**24.3**	33.0	**8.2**	**22.8**
41-45	15.3	2.0	**2.0**	53.4	**19.2**	**40.8**	46.8	37.5	**7.9**	**8.3**	**10.5**	**17.5**
46-50	15.3	**11.2**	**1.3**	40.1	**1.7**	**33.1**	44.0	17.0	1.4	**7.4**	**1.8**	**16.8**
51-55	12.5	**3.0**	**1.0**	33.4	5.3	**26.5**	25.2	12.1	9.2	**34.4**	4.7	**20.7**
56-60	3.7	10.2	**2.7**	**3.4**	1.7	0.8	27.9	9.6	**7.9**	**11.5**	14.1	4.6

Met deze uitkomst der tabellen, die eerst na een langen duur merkbare compensatie aanduiden, schijnt slechts ten deele overeen te komen wat wij vroeger mededeelden: dat een volgende dag, en maand zelfs, meer kans heeft weder dezelfde weersgesteldheid te vertoonen; want dat blijvend karakter toont geen neiging tot compensatie, terwijl nog na jaren de kans tot verandering grooter blijkt. Wij zullen dus hebben te zoeken na welk tijdsverloop de kansen gelijk staan.

Ad. Quetelet, die ook als statisticus zoo gunstig bekend is, en door zijne meteorologische onderzoekingen tot statisticus gevormd was, daar juist in de meteorologie elk voorbarig besluit door getallen wordt gewraakt en binnen de rechte grenzen teruggebracht, maakte het eerst de volgende hier te pas komende opmerking met betrekking tot den regen. Er is meer kans dat het morgen weer regenen zal, zeide hij, als het heden geregend heeft, dan als het heden droog is gebleven. Die stelling vond ik bewaarheid en reeds vroeg heb ik daarop niet alleen voor den regen, maar ook voor temperatuur en barometerstand, die kansen van blijven en afwisselen uit de steeds langer wordende reeks van waarnemingen voor Utrecht en andere plaatsen trachten te bepalen.

Nu en dan werden daaromtrent in de meteorologische jaarboeken mededeelingen gedaan, het uitvoerigst in die van 1887 p. 241 en 1880 p. 225, waaruit ik de volgende tabellen samentrek aangevuld tot December 1888.

Er bleken bij het nazien een paar minder beteekenende vergissingen in het jaarboek 1880 voor te komen. De hoogere getallen zijn alle op nieuw nagezien en bepaaldelijk de uitkomst van de laatste dertien jaren herhaaldelijk geverifieerd.

Er blijkt zoowel uit die reeks als uit de vroegere jaren tot het einde van 1880, dat de kansen voor het voortduren van positieve en negatieve afwijkingen in die twee reeksen denzelfden gang hebben. Daarom mocht ik de getallen voor die kansen samenvoegen in de op de volgende bladzijde voorkomende tabel.

Voortduring van dezelfde soort van afwijkingen gedurende *n*-dagen.

	Thermometer.				Barometer.				Regen.	
n	+	—	Som.	Aantal.	+	—	Som.	Aantal.	Nat.	Droog.
1				4745				4727	176	260
2	74	75	149	3628	104	80	184	3523	145	107
3	42	47	89	3022	62	60	122	2948	101	84
4	40	37	77	2513	32	37	69	2366	68	48
5	28	42	70	2085	27	41	68	1948	45	41
6	29	19	48	1759	28	27	55	1609	44	25
7	21	30	51	1473	18	14	32	1358	34	29
8	14	21	35	1253	12	14	26	1125	12	24
9	11	9	20	1085	11	15	26	928	17	7
10	9	11	20	936	15	15	30	753	12	9
11	9	6	15	813	10	12	22	616	11	14
12	10	7	17	701	6	7	13	510	11	6
13	4	3	7	617	12	10	22	418	7	5
14	3	11	14	533	7	3	10	340	6	5
15	2	3	5	472	5	5	10	282	5	8
16	3	3	6	415	5	5	10	234	2	5
17	1	2	3	367	3	5	8	198	2	4
18	2	1	3	322	1	0	1	177		1
19	0	3	3	280	0	2	2	156		2
20	2	5	7	237	2	1	3	136	1	1
21	2	2	4	204	1	0	1	121	2	1
22	1	2	3	176	1	0	1	107		
23	1	0	1	153	2	1	3	92		
24	1	2	3	129	1	1	2	81	1	
25	4	1	5	106	1	1	2	72		
26	0	2	2	91	0	0	0	67		2
27	1	2	3	77	0	0	0	62		
28	1	1	2	67	0	0	0	57	Twijfelachtig 657	
29	0	0	0	61	0	0	0	52		1
30	0	0	0	55	2	0	2	45		1
31	0	1	1	48	0	0	0	42		
32	0	0	0	43	0	0	0	39		
33	0	0	0	38	0	0	0	36		
34	0	0	0	33	0	0	0	33		Twijfelachtig 286
35	1	0	1	27	1	0	1	29		
36	0	0	0	23		1	1	27		
37	0	0	0	19			1	24		
38	1	0	1	14				23		
39	0	0	0	11				22		
40	0	1	1	7						
41	0	1	1	4						
42	0	0	0	3						
43	0	0	0	2						
44	0	1	1	1						

Tot 28 dagen toe is de kans van voortduring voor negatieve afwijkingen iets grooter dan voor positieve wat de temperatuur aangaat, even groot wat den barometer betreft, terwijl de kans van nog langere voortduring voor beide soorten van afwijkingen gelijk is ten opzichte der temperatuur, maar van den barometer een voortduring van de positieve afwijkingen grooter is.

Wij kunnen dus ook wel de sommen nemen van de beide soorten en zien dan dat de kans van voortduring, wel verre van steeds af te nemen, eer toeneemt tot minstens 25 dagen toe. Wij noemen dit getal om ergens een grens te stellen boven welke geen waarnemingen genoeg in deze reeks voorharden zijn om er over te beslissen. Terwijl de getallen onder hoofdsom geplaatst aangeven, hoeveel malen de voortduring juist n dagen geduurd heeft, meldt de vierde kolom (aantal) hoe dikwerf minstens n dagen achtereen de afwijking dezelfde was, namelijk als men opmerkt, dat, indien zekere toestand n dagen duurt, hij ook 2 malen $n-1$, 3 malen $n-2$ dagen geduurd heeft, enz.

Stonden de kansen gelijk dan zou elk volgend getal in deze rij half zoo groot zijn als het onmiddellijk voorgaande getal. Die getallen nemen lang zoo snel niet af. Dit onderzoek is nu tot 1888 voortgezet. Voor thermometer en barometer ziet men het nog ten overvloede voor elk jaar afzonderlijk bevestigd uit de tabellen D en E der meteorologische jaarboeken, die telkens den duur aangeven, zeer dikwijls tot over de 20 klimmende; wat anders niet voor zou komen in een veertigjarig tijdperk. De getallen van een opvolging van n dagen zouden wezen:

$$n + (n - 1)\, r + (n - 2) r^2 + = \sum_{0}^{n-1} (n - p) r^p =$$

$$\frac{n\,(r^n - 1)}{r - 1} + \sum_{1}^{n-1} p\, r^p = \frac{1}{(r-1)^2} \left\{ r^{n+1} - n\,(r - 1) - r \right\}.$$

Dus zouden, voor $r = 2$, $2^{n+1} - (n + 2)$ dagen noodig zijn, dat is bijv. 57 om de voortduring 8 keeren twee, 4 keeren drie, 2 keeren vier, 1 maal vijf dagen te doen duren.

Het aantal malen dat deze toestanden eenmaal voorgekomen zijn is natuurlijk, van 1 Januari 1876—31 December 1888, gelijk 4749. Voor den thermometer en barometer liep het aantal dagen slechts tot 30 December, omdat toen weder een nieuwe reeks volgde; voor den barometer zou ik nog een voortduring van 26 dagen hebben kunnen toevoegen, die op 17 Januari 1876 eindigde.

Men ziet dat in alle kolommen de getallen veel langzamer dan met de helft afnemen, vooral als een toestand reeds eenigen tijd heeft voortgeduurd en men kan veilig vijf tegen een wedden dat den volgenden dag weer even als op den tegenwoordigen te veel of te weinig warmte, te hooge of te lage drukking zal worden waargenomen. Dat komt ook overeen met het aantal afwisselingen dat volgens *D* en *E* in een jaar gemiddeld slechts ruim 60 bedraagt, terwijl 300 malen een toestand dezelfde blijft als die van den vorigen dag.

Voor den regen hebben wij een soortgelijke tabel ontworpen en wel voor elke maand des jaars afzonderlijk als vervolg op de tabel in het jaarboek 1873 p. 284; maar bovendien hebben wij nu nog aangegeven de dagen waarop minder dan 0.5 m.m. water gevallen is. Uit de tabel uitvoerig in het jaarboek 1888 p. 283 voorkomende, ziet men dat het aantal dier dagen betrekkelijk gering is en men zal wel niet meenen dat wij verkeerd handelden door wegens zulk een dag noch de reeks der regendagen noch die der droge dagen af te breken.

Daar de verschillende maanden bijna gelijke uitkomst geven achtten wij het hier genoegzaam de algemeene uitkomst te vermelden. Een uitvoerige tabel was daarvoor niet noodig. Die komt daarenboven voor in 1888 p. 283. Slechts merk ik op dat van April tot en met September de regen nooit meer dan 15 dagen volhield, terwijl het aantal opvolgende droge dagen in November slechts drie malen acht bedroeg, in Maart eenmaal 26, in September 18, in October 17, telkens zonder dat iets viel.

De reeksen van 30 en 29 droge dagen in Juni en Augustus bevatten ieder slechts eenmaal één twijfelachtigen dag.

Het onderzoek over 1849-1873, zie jaarboek 1873 p. 284 stemt daarmede overeen, behalve dat toen April en Juni ieder één lange reeks van regendagen hadden, October muntte toen in beide opzichten uit.

Voor den barometer herhaalde ik dergelijk onderzoek niet zoo uitvoerig. De 40 jaargemiddelden geven 19, de 40 tijdperken van twee jaren 15 afwisselingen. Als eens voor het zuider halfrond de afwijkingen gegeven zullen zijn, zooals die welke het jaarboek 1879 II levert, zal van eene schommeling der lucht tusschen de beide halfronden en in verschillende meridianen iets kunnen blijken.

Voor langdurige barometerafwijkingen schijnt de compensatie vrij spoedig te komen, want de 481 maanden gaven 237 afwisselingen.

Voor temperatuur hebben wij ook nog onderzocht hoe dikwerf de opeenvolgende decaden der maanden telkens van 1—10, 11—20, 21—30 of 31 en dan weder van 1—10, enz. genomen, van teeken wisselden, voorts hoe dikwerf dit de opeenvolgende maanden deden.

Van de 792 decaden in 1867—1888 hadden wij voor de temperatuur 338 afwisselingen. Met uitzondering van 1870 en 1875 kwam in elk jaar een opvolging van 6 of meer decaden voor. In 1884 was dit 12 maal in 1872 13 maal en in 1874, 16 maal het geval. Van de 481 maanden December 1848—December 1888, die 480 afwisselingen hadden kunnen geven, is dat slechts 202 malen het geval geweest.

Ten opzichte der temperatuur is dit ook vroeger voor eenige buitenlandsche plaatsen onderzocht, zie *Archives Néerlandaises*, *Tome* XV, p. 102.

Tot zoover schijnt dus steeds meer kans te bestaan voor blijven dan voor veranderen. Voor welke tijdperken zal dit ophouden? Eens moet het ophouden; want daar er volgens onze verwachting en volgens de overmaatstabellen toch compensatie moet komen, zoo moet voor zekere tijdperken de kans van voortduren geringer worden.

Om dat nu gemakkelijk voor tijdperken van twee, vier, acht maanden te kunnen onderzoeken hebben wij de afwijkingen op de volgende wijze gerangschikt, gelijk het schema hier tegenover aangegeven zulks doet zien. Kolom 1 geeft de afwijkingen van ieder der opvolgende maanden met haar teeken, kol. 2 en 3 die van elk tweetal maanden, waaruit wij op soortgelijke wijze die van een achttal maanden kunnen afleiden. Kol. 8 geeft de afwijkingen van ieder der maanden, maar vier regels lager, zoodat ze opgeteld bij de waarde der afwijking der vier vorige maanden de waarde van de afwijking van elk volgend vijftal in de kolommen 9—13 geven.

Hieruit zouden wij ook die van elk tijdperk van acht en tien maanden kunnen vinden, maar wij hadden reeds, uit de jaargemiddelden, 40 tijdperken van twaalf maanden en door die op dezelfde wijze te behandelen die van twee jaren ook 40 in getal. Mocht men bijv. begeeren de opvolgingen van acht tot acht maanden te willen kennen, zoo heeft men in die zelfde tabel slechts achtereenvolgens op te teekenen de teekens van de sommen van de twee eerste getallen in kolom 7, 4, 5, en 6, dan het teeken van het tweede en derde getal in kolom 7, dan de teekens van het tweede en derde getal in kolom 4, 5 en 6 enz. welke zijn +, +, +, —, —, —, —, enz. Op overeenkomstige wijze zou men uit de kolommen 9 — 13 verkrijgen +, +, —, —1, — 1 enz.

De uitkomst is voor de afwisselingen in onderstaande tijdperken.

Van	1	maand	202
»	2	maanden	205
»	3	»	211
»	4	»	183
»	5	»	207

Het schijnt dus, dat een tijdperk van vier maanden de grootste kans heeft in het volgende tijdperk hetzelfde teeken te hebben; waarmee overeenstemt dat de veertig jaren 19 en de 39 tijdperken van 2 jaren 21 afwisselingen aantoonen.

INRICHTING DER TABEL, WAARUIT BLIJKEN KAN HOEVEEL AFWISSELINGEN ER NA TIJDPERKEN VAN EEN, TWEE, VIER, VIJF MAANDEN VOORKWAMEN.

	Kolom 1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
Decemb. 48	+ 0.85												
Januari 49	+ 0.06		+ 0.91										
Februari	+ 2.70	+ 2.76											
Maart	+ 0.32		+ 3.02				+ 3.93						
April	— 0.53	— 0.21		+ 2.55				+ 0.85	+ 3.40				
Mei	+ 2.13		+ 1.60		+ 4.62			+ 0.06		+ 4.68			
Juni	+ 0.34	+ 2.47				+ 2.26		+ 2.70			+ 4.96		
Juli	— 0.36		— 0.02				+ 1.58	+ 0.32				+ 1.90	
Augustus	— 1.37	— 1.73		+ 0.74				— 0.53					+ 0.21
September	— 0.17		— 1.54		— 1.56			+ 2.13	+ 0.57				
October	— 0.73	— 0.90				— 2.63		+ 0.34		— 2.39			
November	— 0.48		— 1.2				— 2.75	— 0.36			— 3.01		
December	— 1.51	— 1.99		— 2.8				— 1.37				— 4.26	
Januari 50	— 4.97		— 6.48		— 7.69			— 0.17					— 7.86
Afwisseling.	3	3	1	1	1	1	1		0	1	1	1	1

Wij eindigen met de beantwoording der vraag: in hoever heeft men eenig recht afwisseling of overeenkomst van temperatuur te verwachten na een half jaar, gelijk Dr. Hellmann voor Berlijn heeft onderzocht; met andere woorden, of men na een zachten of strengen winter, meer kans heeft een heeten of koelen zomer te verwachten dan wel omgekeerd.

Wij beschikken over 146 jaren, 106 te Haarlen en Zwanenburg en 40 te Utrecht. Afzonderlijk is onderzocht, of beide reeksen overeenkomstige uitkomsten gaven, anders toch zouden die nog minder gewicht hebben dan die men er misschien nu aan toekennen mag. Wij zouden ze dan ook niet gelijk nu hebben mogen vereenigen.

Wij noemen een winter streng of zeer zacht als de som der afwijkingen in December, Januari en Februari minder dan — 5 C⁰ of meer dan + 5 C⁰ bedraagt; een winter koud of zacht, als ze door binnen de genoemde grenzen. ligt. Voor de zomers hebben wij de grenzen op drie en een halven graad ter weerzijde van de normaal aangenomen en noemen dus den zomer heet of zeer koud als de som van de afwijkingen in Juni, Juli en Augustus buiten die grenzen ligt, enkel koel of warm als zij daarbinnen blijft.

Er is wel weder iets willekeurigs in het stellen dezer grenzen, maar wie zal ze stellen zonder willekeur? Ook kan men aanvoeren dat wij zelven bewezen, Jaarboek 1858, dat van de zes opvolgende maanden November—Maart ieder de laagste temperatuur kan hebben en dus juist November of Maart een winter wel eens tot een kouden of strengen zou kunnen stempelen, dien wij nu zacht of enkel koud noemden; maar dien geringen invloed, want die gevallen komen toch slechts zeer zeldzaam voor, zal men slechts later met vrucht kunnen en dan behooren te onderzoeken.

Wij blijven dus voorloopig bij onze terminologie en vinden dan de volgende getallen

28	zeer warme	winters	gaven	19	warme,	9	koude zomers
47	warme	»	»	23	»	24	» »
75	»	»	»	42	»	33	» »

45 koude	zomers	gaveu	18	warme	27	koude	zomers
26 zeer koude	»	»	6	»	20	»	»
71 koude	»	»	24	»	47	»	»
53 warme	»	»	30	»	23	»	winters
12 zeer warme	»	»	3	»	9	»	»
65 warmc	»	»	33	»	32		»
66 koude	»	»	36	»	30	»	»
13 zeer koude	»	»	5	»	8	»	»
79 koude	»	»	41	»	38	»	»

Men ziet dat althans de zomers weinig licht geven omtrent het karakter der volgende winters en dat alleen koude winters meer waarschijnlijkheid geven dat weder een koele of half koude zomer volgen zal.

Bladzijde 151 geeft gelegenheid die warme en koele zomers gemakkelijk te onderkennen aan het grooter of kleiner zijn van de getallen, die voor het einde van een Augustusmaand opgegeven zijn, dan die, welke op het einde van de voorafgaande Meimaand betrekking hebben.

Algemeen kan men de afwijkingen van iedere maand uit de overmaatstabellen afleiden, met inachtneming van de opmerkingen, op bladz. 136 en 137 vervat. Ook zie men de Marche annuelle du Thermomètre et du Baromètre en Nêerlande. 1876. p. V.

TABEL I.

O V E R M A A T V A N T E M P

VAN IEDER DER MAANDEN

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni.
1849	**0.06**	**2 70**	**0 32**	0.53	**2.13**	**0.34**
50	4 91	**5.10**	1.06	**0.11**	**0.80**	**0.46**
51	2.66	**5.26**	0.19	0.67	1.46	0.06
52	0.01	**5.93**	1.06	3.01	2.31	1.11
53	**3 48**	**1.96**	5.34	4.94	2.75	1.32
54	**3.56**	**1.77**	4.18	4.27	3.79	2.83
55	**1.74**	6.44	7.04	6.31	5.97	3.29
56	**3.04**	4.88	7.81	6.24	7.95	4.07
57	**2.35**	4.95	7 90	7.16	7.08	2.03
58	**1.37**	8.13	8.72	7.74	8.37	**1.47**
59	**3.25**	5.88	5.89	8.64	7.54	**3.43**
60	**5 20**	7.95	6.97	10.43	7.59	**2.38**
61	**1.01**	6.01	5.07	11.88	9.73	**3.56**
62	**0.86**	5 35	1.80	9.96	7.15	**2.20**
63	**4.06**	3.16	**0.15**	9.02	7.61	**1 80**
64	**1.30**	5.01	**1.32**	9.51	8.65	**0.63**
65	**1.23**	8.03	1.98	6.47	5.25	0.54
66	**5.31**	6.10	2.18	5.15	7.21	**2.01**
67	**4.42**	2.65	3.78	5.14	6.86	**1.71**
68	**3.47**	0.11	2.28	5.20	3.05	**3.37**
69	**3.69**	**3.46**	3.93	2.72	4.07	**0.72**
70	**4.67**	**0.54**	5.27	1.64	4.27	**0.09**
71	**1.09**	0 25	2.51	2.59	6.23	1.87
72	**2.93**	**2.05**	0.28	1.50	6.92	1.36
73	**6 15**	**0.42**	**1 72**	1.84	9.27	0.46
74	**8.89**	**0.49**	**3.16**	0.25	11.49	0.93
75	**11.63**	2.46	**2.47**	0.51	10.38	0.15
76	**9.45**	1.85	**3 20**	0.02	13.20	**0.22**
77	**12 64**	**0.55**	**2.90**	1.35	15.47	**2.29**
78	**14.21**	**2.73**	**3.25**	**0.70**	15.01	**3.06**
79	**11.44**	**1.29**	**2 63**	1 12	17 49	**2.70**
80	**9.81**	**2 52**	**4.44**	0.41	18.10	**1 83**
81	**5.63**	**1.86**	**4.92**	1.82	18 00	**0.71**
82	**6.83**	**3.08**	**8.04**	1.29	17.56	0.79
83	**7.82**	**5 24**	**4.76**	0.74	16.94	0.19
84	**11.88**	**7.27**	**6.83**	1 43	16.17	2.04
85	**10.27**	**10.53**	**6.82**	**0 19**	18.46	1.70
86	**9.70**	**6.74**	**5.98**	**0.17**	18.08	3.25
87	**8.14**	**6.22**	**4.26**	1.20	20.30	3.34
88	**7.28**	**2.06**	**2.15**	3.51	21.36	3.34

RATUUR TE UTRECHT

ICH ZELVE EN VAN HET JAAR.

Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.	Jaar.
0.36	1.37	0.17	0.73	0.48	1.51	**0.40**
0.73	2.60	1.70	2 94	**1.60**	0.63	6.50
2.11	2.75	2.99	2.07	0.58	0.09	10.37
1.32	2.26	3.55	3.41	**2.89**	**4 36**	2.22
1.16	3.50	4.16	2.90	**1.39**	1.13	18.05
1.09	4.06	4.11	3.53	0.13	0.02	19.50
0.46	3.97	4.13	2.56	1.71	2 01	41.23
1.03	3.11	5.22	1.64	3.34	0.31	41.56
0.08	0.05	3.66	**0.12**	2.53	**2.23**	30.74
1.43	**0 72**	1.84	**0.01**	6.47	**2.84**	36.29
1.42	**1 84**	2.58	**1.04**	7.38	**0.61**	26.32
0.51	0.47	4.07	**1.04**	5.23	1.28	35.88
0.07	**0.28**	4.27	**2.72**	5.29	0.49	35.24
1.59	0.25	3.67	**4.31**	5.53	**1.69**	26.24
2.76	0.11	5.64	**5.73**	4.82	**4.59**	16.79
3.98	2.23	6.18	**5.04**	6.11	**1.66**	31.72
3.12	2.77	3.41	**5 86**	4.16	**2.12**	26.52
4.45	4.51	3.56	**5.59**	2 74	**4 12**	18 97
6.87	3.55	3.02	**5.07**	2.13	**2.82**	19.98
3.77	1.84	1.66	**4.36**	2 61	**6 83**	2.49
3.31	3.30	0.97	**3 56**	2.21	**6 97**	3.11
2.24	4 14	1.80	**2.90**	1.85	**2.05**	10.96
2.51	2.29	1.58	**0.91**	4.62	0.41	22 86
0.03	2.56	1.55	**0.91**	2.25	**2.15**	8.41
1.74	2.03	2.94	**0 67**	1.44	**2.64**	3.46
2 54	3.28	2.02	**1.57**	2.41	**0.90**	1.83
2.65	1.93	0.84	0.27	3.15	**0.71**	1.23
4 55	0.80	2.24	**1.29**	3 58	**2.99**	**0.01**
4 21	0.97	4.70	**0 39**	1.29	**3 29**	**2.49**
2.84	1.05	4.46	**0.43**	1.93	**1.68**	**7.39**
1 41	1.68	4.89	**0.02**	3.45	4.22	13.30
1.16	**0.13**	3.67	1.52	3.28	1.32	8.41
2.57	3.34	4.77	5.01	0.58	0.92	18.73
1.67	5.10	5.37	5.16	0 21	0.77	16.63
0 57	5.58	5.92	5 09	**0.86**	**0.17**	15 04
2.06	3.62	4.47	4.87	**0.25**	**1.37**	2.94
2 37	5.71	5.84	6.47	0.68	**1.49**	7.19
2 08	5.51	4.10	5.46	**1.40**	**0.94**	9.39
2.09	6.27	5.94	7.96	**1.11**	0.01	22.20
0.42	8.19	6.92	9.67	**1.94**	**1.16**	37.87

TABEL II.

OVERMAAT VAN TEMPE

ACHTEREENVOLGEN

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni.
1849	**0.06**	**2.76**	**2.08**	**2.55**	**4.68**	**5.02**
50	4.57	2.17	3.55	2.91	4.24	4.12
51	4.25	4.09	3.22	4.00	6.26	6.78
52	7.72	7.05	7.92	10.26	11.11	12.16
53	**1.27**	2.70	6.98	8.91	9.35	9.56
54	17.97	18 16	17.00	16.33	17.37	18.88
55	21.32	29.53	32.39	34.43	36.61	37.07
56	39.93	38.37	39.14	39.07	41.05	41.83
57	43.25	43.32	43.41	44.33	43.46	41.42
58	31.72	34.90	35.72	36.30	37.59	34.09
59	34.41	32.16	29 33	30.23	29.40	27.44
60	24.37	26.44	27.52	29.31	29.36	30.41
61	40.07	38.13	36.23	37.68	39.82	38.64
62	35.39	34.73	31.46	29.54	26.96	28.32
63	23.04	20.85	18.90	17.96	18.42	18.82
64	19.55	21.40	20.23	20.72	21.76	22.93
65	31.79	34.81	38.11	35.07	31.67	32.84
66	22.44	20.51	20.71	19.39	21.45	18.90
67	19.86	16.41	18.01	18.00	17.55	17.85
68	20.93	18.39	16.89	16.95	13.14	11.48
69	2.27	**1.30**	0 35	**2.13**	**1.11**	1.54
70	2.13	5.05	6.49	5.31	5.51	6.14
71	14.54	15.33	12.57	13.52	15.48	17.44
72	21.02	18.72	16.49	15.40	16.09	15.58
73	5.19	6.82	4 82	5.16	7.51	6.61
74	0.90	0.83	**0.61**	**2.20**	0.02	0.49
75	**0 91**	2.04	2.73	2.99	1.88	1.10
76	3.41	2.80	2.07	1.58	4.40	4.03
77	**2.20**	**5.60**	**5.30**	**3.97**	**1.70**	**2.77**
78	**4.06**	**6.24**	**6.59**	**8.64**	**9.10**	**9.81**
79	**4.62**	**3.18**	**2.56**	**0.74**	1.74	1.98
80	14.93	13.70	11.89	11.18	11.79	12.72
81	12.49	13.25	12.77	14.18	14.08	15.18
82	17.53	16.51	13.19	12.66	12.22	13.74
83	11.64	13.48	16.76	16.21	15.59	14.99
84	10.98	8.95	6 85	7.57	6.80	8.65
85	4.55	1.29	1.30	**0.32**	1.97	1.63
86	7.76	11.55	12.39	12.41	12.03	12.58
87	10.95	11.47	13.19	14.56	16.78	16.87
88	23.06	27.22	29.33	31.64	32.70	32.70

RATUUR TE UTRECHT.

AAN HET EINDE VAN

Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
4 66	**2.29**	**2.12**	**2.29**	**1.91**	**0.40**
4.49	5.72	7.25	9.46	7.38	6.50
8.16	8.31	9.60	8.73	10.91	10 37
8.73	8.24	8.80	10.14	6.67	2.22
9.72	10.96	11.57	11.06	12.56	18.05
18.95	19.51	19.46	20.09	21.61	19.50
37.70	37.61	37.63	38.66	38 24	41.23
43 32	42.46	43.55	41.63	44.26	41.56
40.47	37.41	35.85	34.09	33.28	30.74
35 44	34.67	32.85	32.96	36.90	36.29
24.59	23.47	24.21	23.18	24.09	26.32
32.34	35.65	36.14	36.14	33.99	35.88
38.20	37.45	37.65	35.97	36.03	35.24
29.84	30.37	29.77	28.18	28.42	26.24
19.99	19.85	21.82	20.40	19.69	16.79
24.15	26 27	26.81	27.50	28.79	31.72
31.98	32 52	29.75	28.93	26.98	26.52
20.23	21.97	22.12	22.39	20.97	18.97
20.27	19.31	18.77	19.29	18.68	19.98
8.38	6.67	5.31	6.02	6.50	2.49
1.08	2.54	1.85	2.65	2.25	3.11
5.07	5.91	6.74	7.40	7.04	10.96
17.71	15.86	17.64	17 63	20.40	22.86
13.10	13.37	13.34	13.34	10.97	8.41
4 84	4.31	5.70	5.94	5.13	3.64
1.21	**0.06**	**0 98**	**1 88**	**0.91**	1.83
0.99	**0.36**	**1.54**	0.30	1.04	1.23
3.13	2.00	3.40	1.84	2.27	**0.01**
2.43	**2.26**	**0.80**	0.10	**2.19**	**2.49**
9.44	**9.36**	**9.60**	**9.64**	**9.00**	**7.39**
4.41	5.04	5.48	5.88	7.40	13.30
12.97	11.16	9.94	11.48	11.31	8.41
13.77	17.24	18.34	21.83	19.13	18.73
14.64	16.40	17.00	17.15	16.78	16.63
16.09	16.57	17.12	17.05	15.98	15.04
7.16	5.20	3.75	3.53	4.14	2.94
1.32	3.41	4.78	6.38	7 31	7.19
13.87	13.67	11.93	10.92	8.84	9.39
15.86	16.62	18.46	20.96	21.25	22.20
35.36	37.28	38.16	39.87	39.04	37.87

TABEL III.

OVERMAAT DER MORGEN-BAR

VAN IEDER DER MAANDEN

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni
1849	0.82	**6.92**	**2.85**	5.98	0.31	**0.57**
50	**1.05**	**6.24**	**8.54**	9.45	2.11	**2.26**
51	**0.09**	**8.32**	**4.75**	11.15	0.75	**4.29**
52	3.12	**7.87**	**11.07**	6.01	1.31	1.07
53	7.90	0.81	**12.28**	8.68	2.01	3.62
54	10.51	**3.25**	**22.27**	3.70	4.23	5.79
55	5.09	1.44	**16.94**	0.67	7.31	4.80
56	12.87	**1.50**	**23.40**	3.88	11.21	3.49
57	17.32	**6.45**	**22.79**	7.22	10.74	1.55
58	7.13	**8 68**	**21.91**	6.00	11.08	**0.96**
59	**0.06**	**8.97**	**21.86**	9.92	11.42	0.83
60	5.56	**7.78**	**18.26**	10.64	12.29	4.65
61	**0.43**	**6.41**	**13 54**	5.63	9.89	5.71
62	0.59	**9.08**	**7.60**	3.52	10.64	8.78
63	4.20	**16.87**	**5.79**	2.56	9.19	10.55
64	**3.87**	**16 34**	**0 60**	**1.55**	8.63	11.62
65	5.77	**13.17**	2.63	**7.05**	7.90	6.46
66	7.11	**6.53**	8.08	**7 40**	7.05	6.94
67	14.77	**8.85**	11.31	**2.47**	7.64	4.73
68	15.42	**11.55**	10.78	**3.50**	5.01	0.59
69	10.76	**10.65**	15.08	**5 33**	7.80	**1.10**
70	9.07	**9 97**	13.66	**10.96**	4.92	**2.70**
71	11.31	**12.68**	9.96	**8.06**	2.28	**1.35**
72	17 22	**11.36**	12.22	**7.26**	3.30	**0.32**
73	20.81	**13.45**	14.33	**7.05**	3.68	**0.04**
74	18.10	**16.34**	8.73	**6 18**	4.14	**3.20**
75	18.37	**18.55**	3.71	**9.10**	2.29	**2.31**
76	9.70	**14.45**	13.59	**8.21**	**1.35**	**2.43**
77	11.34	**11.10**	19.08	**4.95**	0.65	**4.08**
78	7.92	**18.84**	18 22	**3.18**	3.89	**2.63**
79	6.15	**9.23**	16.56	3.20	2.80	**0.52**
80	**4.11**	**6.62**	10.90	4.58	0.13	1.93
81	**2 97**	**2.87**	11.72	3.91	**3.52**	2.05
82	**13.40**	**9.48**	9.72	6.61	**6.36**	4.39
83	**14.08**	**13.58**	10.96	4.21	**6.19**	4.35
84	**17.05**	**14.25**	10.02	6.83	**7.42**	3.71
85	**17.80**	**9.35**	7.47	10.27	**3.55**	2.62
86	**10 20**	**12.43**	5.47	10.11	**4.18**	4.11
87	**12.14**	**11.91**	2.63	9.10	**4.41**	**0.28**
88	**20.21**	**9.95**	11.87	10.62	**7.12**	0.75

IETERAFWIJKINGEN TE UTRECHT

H ZELVE EN VAN HET JAAR.

Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.	Jaar.
0.37	**0.72**	0.31	**0.28**	**0.02**	0.68	**2.91**
0.54	0.37	**3.00**	2.56	0.72	**2.68**	**8.12**
3.75	**0.95**	**7.32**	2.32	2.91	**11.42**	**16.19**
2.47	2.09	**5.77**	4.08	8.37	**7.39**	**2.58**
3.34	1.96	**5.21**	6.96	2.22	**7.77**	12.24
3.07	0.47	**10.51**	7.53	4.79	**2.64**	0.42
4.76	**1.29**	**14.87**	13.06	1.48	**3.25**	2.26
4.42	0.23	**11.04**	5.71	0.18	0.81	6.86
3.97	**0.91**	**11.56**	5.49	**6.30**	**9.17**	**10.89**
5.48	**0.92**	**13.81**	2.99	**7.64**	**9.54**	**30.78**
2.07	**1.71**	**11.54**	7.06	**9.64**	**6.51**	**28.99**
2.09	3.91	**10.19**	4.27	**9.48**	0.47	**1.83**
6.31	2.50	**7.69**	**0.28**	**4.76**	**4.61**	**7.68**
7.37	2.85	**9.40**	**0.84**	**4.96**	**5.62**	**2.75**
3.93	3.36	**6.77**	**0.30**	**9.01**	**8.18**	**13.13**
3.31	1.04	**6.50**	0.04	**7.37**	**12.23**	**22.62**
3.53	3.21	**13.60**	5.80	**7.70**	**20.54**	**26.76**
5.30	7.58	**8.82**	0.16	**6.68**	**20.37**	**7.58**
7.38	6.24	**11.23**	0.13	**14.39**	**20.16**	**5.90**
5.81	7.12	**9.79**	**0.94**	**16.39**	**12.16**	**9.60**
2.56	3.65	**6.60**	**2.77**	**14.63**	**8.37**	**9.66**
2.31	5.75	**9.69**	0.98	**12.02**	**7.26**	**16.91**
4.63	3.58	**7.83**	**1.44**	**13.48**	**10.81**	**23.89**
5.32	3.62	**4.08**	2.10	**8.49**	**2.47**	9.80
4 99	3.92	**3.54**	2.96	**7.79**	**10.22**	8.60
3.94	4.22	**3.19**	2.47	**8.18**	**4.22**	0.19
4 77	2.64	**5.29**	4.10	**3.97**	**7.48**	**10.82**
2.47	3.12	**0.23**	2.70	**3.25**	1.79	3.45
3.94	5.47	**1.37**	0.26	1.21	0.85	21.35
3 81	9.94	**1.12**	2.41	7.33	7.72	34.48
8.36	12.07	**1.29**	**2.22**	2.06	**1.32**	36.32
[illegible].85	12.29	**1.74**	**0.66**	1.04	0.60	28.19
[illegible].26	13.85	**1.16**	**2.85**	**1.82**	**0.90**	24.68
[illegible].13	16.02	1.96	**2.06**	4.84	5.49	28.86
[illegible].47	15.11	5.09	**3.03**	6.89	3.48	27.68
[illegible].46	13.76	4.02	**5.08**	1.33	6.40	16.72
[illegible].69	14.24	6.23	0.98	0.64	1.19	22.93
[illegible].73	13.72	4.24	2.22	0.52	1.74	26.05
[illegible].87	13.57	5.79	0.28	5.11	5.58	21.19
[illegible].36	12.70	1.65	**2.05**	6.06	3.61	20.28

TABEL IV.

OVERMAAT DER BAROMETE[illegible]

ACHTEREENVOLGE[illegible]

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni.
1849	0.82	**6.10**	**8.95**	**2.97**	**2.66**	**3.22**
50	**4.78**	**4.10**	**9.79**	**6.32**	**4.52**	**6.3[illegible]**
51	**7.16**	**9.24**	**5.45**	**3.75**	**5.11**	**6.9[illegible]**
52	**12.98**	**12.53**	**18.85**	**23.99**	**23.43**	**18.1[illegible]**
53	1.20	9.88	8.67	11.34	12.04	14.59
54	14.85	10.79	0.80	**4.18**	**1.96**	0.21
55	**5.00**	**0.31**	5.02	1.99	5.07	4.08
56	10.04	7.10	0.64	3.85	7.75	6.44
57	11.31	6.36	6.97	10.31	9.84	7.90
58	**21.08**	**22.31**	**21.43**	**23.65**	**23.31**	**25.8[illegible]**
59	**37.97**	**38.26**	**38.21**	**34.29**	**33.95**	**32.1[illegible]**
60	**23.37**	**22.18**	**18.58**	**17.86**	**16.90**	**13.1[illegible]**
61	**7.82**	**6.45**	**1.73**	**6.74**	**9.14**	**8.[illegible]**
62	**6.66**	**9.33**	**3.39**	**5.50**	**4.75**	**1.[illegible]**
63	**0.14**	**7.93**	**6.12**	**7.08**	**8.53**	**6.7[illegible]**
64	**21.20**	**20.67**	**14.28**	**18.39**	**18.95**	**17.[illegible]**
65	**12.98**	**9.81**	**7.78**	**13.28**	**14.01**	**19.1[illegible]**
66	**25.42**	**18.78**	**13.33**	**13.68**	**14.53**	**14.[illegible]**
67	0.08	**2.24**	0.99	4.92	5.51	3.30
68	**5.25**	**7.95**	**8.48**	**8.51**	**11.14**	**15.[illegible]**
69	**14.26**	**13.36**	**9.06**	**10.89**	**8.10**	**9.[illegible]**
70	**11.35**	**10.67**	**12.09**	**17 72**	**20.60**	**23.1[illegible]**
71	**14.67**	**17.38**	**21.08**	**18.18**	**20.82**	**18.4[illegible]**
72	**17.98**	**16.66**	**14.40**	**13.60**	**12.58**	**11.[illegible]**
73	13.39	11.30	13.41	13.62	14.00	14.28
74	5.89	3.00	**2.60**	**1.73**	**1.27**	**4.4[illegible]**
75	0.46	**1.75**	**6.77**	**9.69**	**11.54**	**10.[illegible]**
76	**19.49**	**15.39**	**5.51**	**4.62**	**8.26**	**8.[illegible]**
77	5.09	8.44	13.93	17.19	19.19	17.59
78	17.93	10.19	9.33	11.10	14.34	14.73
79	32.71	42.32	40.66	47.04	45.95	49.05
80	26.36	28.97	23.31	24.69	22.02	24.47
81	29.33	33.08	33.90	33.23	29.57	29.69
82	14.25	7.64	5.64	8.34	5.51	7.85
83	28.18	24.08	25.32	22.92	23.09	23.05
84	24.71	24.04	23.10	25.72	24.48	23.84
85	16.27	21.17	18.62	22.06	25.94	24.85
86	30.23	27.15	25.15	24.99	24.36	25.85
87	23.11	23.63	20.79	19.78	19.55	15.16
88	14.12	16.08	25.32	26.84	24.12	25.15

FWIJKINGEN TE UTRECHT.

HET EINDE VAN

Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
.86	2.59	2.28	2.56	2.59	2.91
.14	5.04	8.35	5.51	4.76	8.12
.76	5.08	9.40	9.64	7.45	16.19
.42	16.38	14.83	13.07	8.61	3.58
.46	15.33	15.89	18.77	12.62	12.24
.06	1.57	6.85	6.28	2.71	0.42
.77	4.01	0.35	5.18	1.87	2.26
.10	7.62	11.45	4.10	2.80	6.86
.45	6.31	5.79	5.57	0.91	10.89
.31	24.32	26.57	29.07	30.41	30.78
.57	26.36	34.09	30.02	32.02	28.99
.15	7.53	6.18	8.97	8.81	1.83
.86	5.27	2.77	7.32	2.60	7.68
.62	0.27	1.98	2.54	2.74	3.75
.20	9.69	7.06	6.52	10.57	12.15
.50	20.82	20.55	20.21	18.57	22.62
.95	16.78	23.88	18.12	18.45	26.76
.28	7.91	2.13	8.77	7.75	7.58
.38	4.04	1.63	1.60	6.11	5.90
.85	15.97	14.53	15.60	17.60	9.60
.10	16.57	12.38	15.21	13.45	9.66
.39	21.29	24.38	20.63	18.02	16.91
.15	18.32	16.46	18.88	20.34	23.89
.86	10.82	7.07	3.53	1.46	9.80
.95	14.25	14.79	15.65	16.35	8.60
.48	5.18	4.82	5.32	5.71	0.19
.82	11.40	13.50	11.87	7.66	10.82
.68	10.20	5.14	6.54	5.82	3.45
.06	21.41	20.27	17.83	22.29	21.35
.62	19.09	19.34	21.49	27.61	34.48
.60	55.73	55.56	50.93	45.66	36.62
.96	26.18	25.73	27.29	26.27	28.19
.10	30.66	31.24	29.05	26.78	24.68
.72	11.89	15.01	15.80	22.47	28.86
.39	25.48	28.61	27.64	29.69	27.68
.83	22.48	21.41	19.36	13.80	16.72
.08	20.56	22.77	28.83	28.14	22.93
.89	26.37	24.38	25.62	25.50	26.05
.30	13.15	14.70	12.76	17.35	21.19
.64	29.77	25.63	22.30	23.25	20.28

TABEL V.

OVERMAAT VA[N

VAN IEDER DER MAANDEN [

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni.
1849	9.8	**25.1**	12.1	**27.7**	5.1	14.8
50	**0.6**	**79.2**	13.7	**87.9**	**2.6**	45.2
51	12.9	**60.0**	**11.7**	**113.6**	0.6	75.2
52	**28.1**	**93.5**	**14.8**	**86.7**	**27.1**	38.0
53	**57.4**	**93.0**	3.0	**155.5**	**13.0**	1.9
54	**71.7**	**118.9**	33.6	**147.6**	**20.6**	17.3
55	**65.5**	**99.0**	48.0	**130.5**	**15.4**	9.[illegible]
56	**75.7**	**117.4**	75.3	**162.7**	**85.2**	4.[illegible]
57	**91.8**	**79.0**	80.8	**178.4**	**41.6**	25.[illegible]
58	**71.6**	**68.7**	102.6	**164.4**	**21.8**	15.[illegible]
59	**47.5**	**56.0**	41.5	**194.6**	11.1	30.7
60	**56.5**	**51.2**	**1.4**	**196.0**	**10.3**	35.[illegible]
61	**17.1**	**31.7**	**16.4**	**200.0**	**16.7**	43.[illegible]
62	**22.1**	**9.7**	5.5	**188.5**	3.7	52.[illegible]
63	**13.4**	2.8	17.4	**171.5**	23.7	56.4
64	15.5	19.7	14.3	**142.8**	43.1	65.9
65	12.8	7.0	17.4	**112.5**	50.7	53.[illegible]
66	1.6	**18.3**	16.9	**108.4**	64.6	41.[illegible]
67	**20.3**	**22.0**	30.6	**120.9**	89.1	53.[illegible]
68	**22.6**	**16.4**	9.6	**123.0**	109.0	15.[illegible]
69	**11.6**	**49.7**	23.8	**105.9**	25.3	6.[illegible]
70	**5.9**	**3.7**	12.4	**84.5**	47.6	23.[illegible]
71	11.3	8.5	36.7	**113.8**	82.7	1.[illegible]
72	**1.4**	6.0	47.5	**102.2**	82.6	1.[illegible]
73	12.7	19.5	70.8	**103.2**	57.4	0.[illegible]
74	12.3	29.7	51.1	**73.6**	26.9	11.[illegible]
75	1.7	41.3	60.7	**51.4**	41.8	14.[illegible]
76	33.4	3.4	34.3	**70.4**	48.8	21.[illegible]
77	**18.2**	**44.6**	13.2	**61.5**	55.7	50.[illegible]
78	**25.6**	**41.4**	**12.8**	**57.5**	9.2	74.[illegible]
79	**23.7**	**48.8**	16.1	**104.2**	26.3	62.[illegible]
80	10.1	**40.0**	23.7	**94.6**	64.7	11.[illegible]
81	29.2	**73.9**	**5.6**	**79.4**	28.7	8.[illegible]
82	37.2	**55.8**	**37.9**	**93.0**	26.4	100.[illegible]
83	48.4	**54.7**	**32.7**	**57.3**	39.6	77.[illegible]
84	16.2	**37.4**	**18.5**	**37.3**	55.1	39.[illegible]
85	15.4	**49.3**	**2.5**	**19.8**	31.5	20.[illegible]
86	**34.3**	**35.2**	**10.7**	0.4	3.5	43.[illegible]
87	**1.2**	1.0	0.0	1.0	**0.4**	0.4

EGEN TE UTRECHT

H ZELVE EN VAN HET JAAR.

Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.	Jaar.
30.8	39.7	35.3	**39.7**	5.4	**36.0**	**37.1**
5.3	**3.3**	63.7	**33.7**	**5.1**	**59.6**	**154.7**
12.4	9.3	103.8	5.2	**56.5**	**14.4**	**91.6**
2.2	**59.3**	83.9	**137.2**	**83.7**	**27.0**	**437.7**
5.8	**50.8**	65.4	**151.4**	**28.2**	8.3	**476.5**
10.4	**24.9**	75.9	**194.3**	**42.9**	**80.4**	**598.6**
57.1	2.8	121.2	**241.4**	**11.7**	**73.1**	**530.9**
12.9	**4.0**	115.8	**182.2**	**56.4**	**62.8**	**592.9**
28.6	37.0	115.3	**142.5**	**26.9**	**13.6**	**543.7**
62.1	**29.7**	149.1	**122.4**	13.6	**22.6**	**283.0**
53.1	**16.1**	135.5	**116.9**	21.1	**18.0**	**262.3**
33.2	**7.8**	129.1	**95.1**	25.8	16.2	**244.5**
26.2	3.3	97.6	**24.6**	5.7	60.6	**209.0**
14.1	22.3	124.7	**45.2**	41.1	64.9	**100.3**
2.6	36.6	109.6	**1.1**	62.5	59.8	72.6
57.0	33.0	97.2	40.7	87.2	112.4	311.5
2.4	**48.0**	155.7	37.0	121.4	164.5	299.9
6.4	**51.0**	99.4	99.8	65.8	143.2	185.9
0.0	**3.4**	86.6	109.0	91 9	131.4	198.4
6.8	**17.0**	131.9	122.3	123.6	97.5	332.6
2.9	**20.6**	121.4	96.2	102.3	93.5	235.3
.8	**113.0**	142.4	55.9	117.1	43.5	202.6
1.4	**51.8**	118.2	58.5	131.0	62.7	261.1
.6	**44.6**	76.5	**4.8**	103.1	18.8	83.0
8.8	**33.6**	38.1	**1.0**	136.1	67.7	205.3
5.1	**3.5**	**14.5**	18.5	97.8	78.9	209.8
9.3	**79.3**	**24.9**	52.9	49.3	113.1	130.5
7.5	**59.3**	**101.2**	91.7	53.3	117.1	125.3
5.6	**105.0**	**72.2**	97.9	27.4	110.1	**2.2**
0.4	**137.0**	**57.4**	109.7	**10.1**	122.6	**36.8**
9.8	**153.2**	**33.2**	122.8	7.2	151.9	**36.0**
9.3	**121.3**	**55.0**	67.6	**13.1**	95.5	**110.5**
0.3	**167.6**	**54.7**	92.8	18.4	55.4	**185.1**
4.3	**194.7**	**72.7**	90.4	**13.8**	30.7	**439.1**
4.7	**159.5**	**66.9**	88.6	**38.5**	36.6	**358.5**
5.1	**134.1**	**54.3**	93.6	**25.5**	2.6	**294.3**
.2	**86.6**	**67.8**	8.2	**18.1**	35.3	**219.9**
3.6	**49.8**	**19.7**	21.9	**7.8**	4.9	**223.6**
1.0	1.7	**1.5**	0.0	0.4	0.2	1.7

TABEL V.

O V E R M A A T V

VAN IEDER DER MAAND

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.
1849	9.8	**25.1**	12.1	**27.7**	5.1
50	**0.6**	**79.2**	13.7	**87.9**	**2.6**
51	12.9	**60.0**	**11.7**	**113.6**	0.6
52	**28.1**	**93.5**	**14.8**	**86.7**	**27.1**
53	**57.4**	**93.0**	3.0	**155.5**	**13.0**
54	**71.7**	**118.9**	33.6	**147.6**	**20.6**
55	**65.5**	**99.0**	48.0	**130.5**	**15.4**
56	**75.7**	**117.4**	75.3	**162.7**	**85.2**
57	**91.8**	**79.0**	80.8	**178.4**	**41.6**
58	**71.6**	**68.7**	102.6	**164.4**	**21.8**
59	**47.5**	**56.0**	41.5	**194.6**	11.1
60	**56.5**	**51.2**	**1.4**	**196.0**	**10.3**
61	**17.1**	**31.7**	**16.4**	**200.0**	**16.7**
62	**22.1**	**9.7**	5.5	**188.5**	3.7
63	**13.4**	2.8	17.4	**171.5**	23.7
64	15.5	19.7	14.3	**142.8**	43.1
65	12.8	7.0	17.4	**112.5**	50.7
66	1.6	**18.3**	16.9	**108.4**	64.6
67	**20.3**	**22.0**	30.6	**120.9**	89.1
68	**22.6**	**16.4**	9.6	**123.0**	109.0
69	**11.6**	**49.7**	23.8	**105.9**	25.3
70	**5.9**	**3.7**	12.4	**84.5**	47.6
71	11.3	8.5	36.7	**113.8**	82.7
72	**1.4**	6.0	47.5	**102.2**	82.6
73	12.7	19.5	70.8	**103.2**	57.4
74	12.3	29.7	51.1	**73.6**	26.9
75	1.7	41.3	60.7	**51.4**	41.8
76	33.4	3.4	34.3	**70.4**	48.8
77	**18.2**	**44.6**	13.2	**61.5**	55.7
78	**25.6**	**41.4**	**13.8**	**57.5**	9.2
79	**23.7**	**48.8**	16.1	**104.2**	26.3
80	10.1	**40.0**	23.7	**94.6**	64.7
81	29.2	**73.9**	**5.6**	**79.4**	28.7
82	37.2	**55.8**	**37.9**	**93.0**	26.4
83	48.4	**54.7**	**32.7**	**57.3**	39.6
84	16.2	**37.4**	**18.5**	**37.3**	55.1
85	15.4	**49.3**	**2.5**	**19.8**	31.5
86	**34.3**	**35.2**	**10.7**	0.4	3.5
87	**1.3**	1.0	0.0	1.0	**0.4**

EGEN TE UTRECHT.

T EINDE VAN

Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
41.8	2.1	33.2	6.5	3.1	37.1
12.0	155.0	126.6	120.6	131.1	154.7
77.0	164.4	124.3	85.4	136.8	91.6
67.0	235.6	255.5	397.9	425.1	437.7
3.1	534.6	553.1	567.3	511.8	476.5
6.7	462.8	452.3	495.2	509.9	598.6
5.3	567.6	522.3	569.4	538.2	530.9
05.5	612.3	617.7	568.5	603.2	592.9
02.6	461.6	462.1	422.4	392.9	543.7
01.7	386.4	334.6	314.5	274.0	283.0
79.9	266.3	279.6	274.4	266.9	262.3
07.1	298.8	305.2	283.4	278.7	244.5
83.4	272.3	303.8	233.3	253.4	209.0
165.5	146.5	119.4	140.0	104.6	100.3
13.0	27.3	12.2	56.3	77.9	72.6
208.4	204.8	192.4	234.4	258.9	311.5
239.8	158.8	217.3	213.6	247.8	299.9
259.3	256.3	201.0	262.8	207.2	185.9
149.1	187.7	174.9	184.1	210.2	198.4
289.8	276.2	321.5	334.8	366.5	332.6
300.8	297.2	286.7	260.6	239.3	235.3
249.5	257.1	278.1	237.8	252.6	202.6
188.4	249.6	225.4	228.0	241.9	261.1
252.6	259.8	218.1	154.8	126.9	83.0
147.0	158.0	119.6	123.4	156.4	205.3
239.9	270.0	217.4	236.9	198.6	209.8
196.6	120.8	110.4	144.8	96.3	130.5
134.8	154.8	78.5	117.3	121.3	125.3
41.2	4.5	24.5	30.7	4.8	2.2
6.4	38.4	23.6	11.8	49.3	36.8
103.7	119.9	95.7	82.6	65.3	36.0
11.3	43.2	21.4	33.6	54.1	110.5
155.7	202.0	201.7	176.5	145.0	185.1
334.7	361.8	379.8	382.2	414.4	439.1
378.9	343.7	337.9	339.7	364.4	358.5
326.3	290.9	278.3	273.3	260.3	294.3
208.6	161.1	174.6	260.0	252.6	219.9
302.1	265.3	217.2	203.5	193.2	223.6
49.6	1.9	20.1	1.8	6.4	1.7

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 23 Februari 1889.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, RAUWENHOFF, BUYS BALLOT, VAN DER WAALS, MICHAËLIS, SCHOLS, VAN DIESEN, STOKVIS, PLACE, FRANCHIMONT, VAN DORP, HOEK, BIERENS DE HAAN, SURINGAR, KAMERLINGH ONNES, MAC GILLAVRY, LORENTZ, KORTEWEG, BEIJERINCK, VAN BEMMELEN, ZAAIJER, HOFFMANN, HUBRECHT, SCHOUTE, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, BAEHR, DE VRIES, PEKELHARING, ZEEMAN, FORSTER en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. H. C. ROGGE, Bibliothecaris van de Universiteits-Bibliotheek te Amsterdam, 31 Januari 1889; 2°. A. J. VAN PESCH, Inspecteur van de Bibliotheek van het Wiskundig Genootschap »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven" te Amsterdam, 31 Januari 1889; 3°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het koninklijk zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 2 Februari 1889; 4°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van Teyler's Stichting te Haarlem, 6 Februari 1889; 5°. A. J. ENSCHEDEE, Bibliothecaris van de Stads-Bibliotheek te Haar-

lem, 2 Februari 1889; 6^{0}. W. F. C. VAN LAAK JR., Bibliothecaris van de Gemeente-Bibliotheek te Arnhem, 1889; 7^{0}. TREUB, Directeur van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, 16 Januari 1889; 8^{0}. FRAKNOI, Secretaris van de Académie Hongroise des Sciences te Budapest, 28 Januari 1889; 9^{0}. GILBERT, Bibliothecaris van de Universitäts-Bibliothek te Greifswald, 8 Februari 1889; 10^{0}. A. DE CANDOLLE, Genève, 1888; 11^{0}. J B. DE ROSSI, Rome, 12 Februari 1889; 12^{0}. den Secretaris van de reale Accademia delle Scienze te Bologna, 1889; 13^{0}. A. OGLIALDRO, Secretaris van de reale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche te Napels, 23 Januari 1889; 14^{0}. H. G. ZEUTHEN, Secretaris van de Académie royale des Sciences et des Lettres te Kopenhagen, 20 December 1888; 15^{0}. den Secretaris van de Société royale norvégienne des Sciences te Drontheim, 18 Januari 1889; 16^{0}. H. WILD, Directeur van het Observatoire physique central te St. Petersburg, 25 Januari 1889; 17^{0}. W. SCHLUTER, Bibliothecaris van de Universität te Dorpat, 15 Februari 1889; 18^{0}. WEIPERT, Bibliothecaris van de deutsche Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens te Tokio, 1 December 1889; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1^{0}. M. J. DE GOEJE, Leiden, Januari 1889; 2^{0}. BUYS BALLOT, Directeur van het Koninklijk Nederlandsch meteorologisch Instituut te Utrecht, 28 Februari 1889; 3^{0}. H. LEEMANS, Directeur van de Service de la Statistique générale te Brussel, 17 Februari 1889; 4^{0}. FÖRSTEMANN, Archivaris van de kön sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 1, 10 December 1888; 5^{0}. H. KNOBLAUCH, Voorzitter van de kais. Leopoldinisch-Carolinischen Akademie te Halle a/S, 30 Januari 1889; 6^{0}. A. S. RILLICH, Secretaris van de Société de Physique et d'Histoire naturelle te Genève, 10 Februari 1889; 7^{0}. den Secretaris van de reale Accademia delle Scienze te Bologna, 1889; 8^{0}. E. FERGOLA, Secretaris van de reale Accademia delle Scienze fisiche e

matematiche te Napels, Augustus 1888; 9°. H. WILD, Directeur van het physikalisch Central-Observatorium te St. Petersburg, September 1888; 10°. J. V. BRIDE, Bibliothecaris van de public Library te Melbourne, 8 October 1888; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Ingekomen zijn: 1°. mededeelingen van de Heeren J. A. C. OUDEMANS en A. C. OUDEMANS JR., dat zij verhinderd zijn de Vergadering bij te wonen; 2°. een brief van den Heer Dr. F. TESAR uit Praag, ter begeleiding van eene gedrukte Latijnsche verhandeling: »Analysis gravitatis terrestris", met het verzoek, daarover een oordeel te willen uitspreken. De Voorzitter doet opmerken, dat art. 10 van het Reglement van Orde der Afdeeling het uitbrengen van eenig oordeel over gedrukte stukken verbiedt, zoodat aan het verzoek van Dr. TESAR niet kan worden voldaan. Wordt besloten, genoemden Heer van een en ander kennis te geven; 3°. een brief van den Heer Dr. JAN DE VRIES, leeraar aan de H. B. S. te Kampen, ter begeleiding van een opstel: »Over vlakke configuraties, welke uit de osculatiegroepen der kubische kromme kunnen gevormd worden", met verzoek, daaraan eene plaats te willen verleenen in de werken der Akademie. De Heeren SCHOUTE en BIERENS DE HAAN verklaren zich, op verzoek des Voorzitters, bereid, daarover verslag uit te brengen.

— De Heeren BIERENS DE HAAN en VAN DEN BERG brengen verslag uit over de in December aangeboden verhandeling van den Heer Dr. JAN DE VRIES, en de Heeren VAN BEMMELEN en MARTIN over de in November aangeboden verhandeling van den Heer J. REINDERS. Omtrent beide wordt, op voorstel van Heeren adviseurs, besloten, ze in de werken der Akademie op te nemen.

— De Heer VAN DER WAALS deelt eenige uitkomsten mede, verkregen bij het zoeken naar een molekulair-theorie voor een mengsel van twee stoffen.

Bij de theorie voor een enkele stof was te vinden geweest: 1°. een betrekking tusschen druk, volume en temperatuur, en 2°. een regel omtrent de phasen, die coëxisteeren kunnen.

Ditzelfde zal ook bij de theorie van twee stoffen het geval moeten zijn; maar daarbij krijgt het tweede gedeelte, het vinden van regels voor de coëxisteerende phasen, een betrekkelijk grooten omvang.

Stelt men het volume door V voor, den druk door p, de temperatuur door T, het molekulairgewicht van de eerste stof door M_1 en van de tweede door M_2, en de gewichtshoeveelheden door $M_1 (1 - x)$ en $M_2\, x$, dan is voor elke willekeurige homogene evenwichtsphase:

$$p = \frac{M R T}{V - b_x} - \frac{a_x}{V^2}$$

In deze formule is

$$a_x = a_1 (1 - x)^2 + 2\, a_{12}\, x (1 - x) + a_2\, x^2$$

en bij benadering

$$b_x = b_1 (1 - x) + b_2\, x$$

De theorie wijst echter voor b_x een meer samengestelde uitdrukking aan, waardoor in b_x een factor zou moeten optreden, die door b_{12} zou kunnen worden voorgesteld.

De regels voor de phasen die coëxisteeren kunnen, worden gevonden door de voorwaarden te zoeken waaronder de integraal

$$\int \frac{\psi}{V}\, d k$$

een minimum wordt; de integraal, uitgebreid over alle hoeveelheden, in een vat van gegeven grootte voorhanden (ψ de vrije energie). Deze voorwaarden zijn.

1°. $$\left(\frac{d\psi}{dv}\right)_x = C_1$$

2°. $$\left(\frac{d\,\psi}{d\,x}\right)_v = C_2$$

3°. $$\psi - x\left(\frac{d\,\psi}{d\,x}\right)_v - v\left(\frac{d\,\psi}{d\,v}\right)_x = C_3$$

Deze uitkomsten voeren tot de volgende constructie:

Nemen wij 3 assen, een V as, een x as en een ψ as, volgens de eerste uitzettende het volume, volgens de tweede x en volgens de 3de de vrije energie, dan worden coëxisteerende phasen gevonden door punten te zoeken, die hetzelfde raakvlak hebben. (De temperatuur wordt standvastig gedacht). De vergelijking voor ψ wordt gevonden:

$$\psi = -\int p\,d\,V + M\,R\,T\,\{x\,log.\,x + (1-x)\,log.\,(1-x)\}$$

of

$$\psi = -MRTlog.(V-b_x) - \frac{a_x}{V} + MRT\{xlog.x + (1-x)log.(1-x)\}$$

De bijgevoegde functie van x volgt uit de entropie winst der menging. De tweede variatie der integraal leert dat alleen die phasen stabiel zijn, waarvoor

$$\frac{d^2\,\psi}{d\,x^2}\,\frac{d^2\,\psi}{d\,V^2} - \left(\frac{d^2\,\psi}{d\,x\,d\,V}\right)^2 > 0$$

Het ψ oppervlak kan zeer verschillende gedaanten vertoonen, afhankelijk van T, a_1, a_{12}, a_2, b_1, b_2 en b_{12}.

Zijn beide stoffen beneden haar kritische temperatuur, dan vertoont het oppervlak een plooi, waarvan de richting in hoofdzaak evenwijdig aan de x as loopt.

Al naar gelang van de waarde a_{12} in verhouding tot a_1 en a_2 en de overige constanten, kan de gedaante voor zeer kleine volumes (vloeistofvolumes) verschillend zijn: 1°. evenals voor groote volumes convexo-convex; dan is er in vloeistofvorm volkomen menging; 2°. met een nieuwe plooi loodrecht op de eerste; dan is er slechts partiëele menging mogelijk.

Een model voor het tweede, meer gecompliceerde, geval werd door den spreker vertoond.

Door een raakvlak over het ψ vlak te rollen, zoodat het telkens in twee punten raakt, vindt men o. a. hoe de druk met de samenstelling, hetzij der vloeistofphase, hetzij der dampphase samenhangt.

Onder anderen blijkt daaruit hoe de druk bij vloeistoffen, die zich slechts gedeeltelijk mengen, theoretisch zou moeten voortloopen ook voor die mengsels, die men niet verwezenlijken kan. Steeds moet er een maximum- en een minimumdruk zijn, en die worden *dan* verkregen, als het rollende raakvlak door de punten der spinodale lijn van de tweede plooi gaat. Tusschen dien maximum- en minimumdruk in, zijn de phasen labiel. Daarbuiten zijn de phasen stabiel, maar niet altijd voor groote evenwichtsstoringen; vandaar dat wederom, zooals in zooveel andere gevallen, niet alle stabiele phasen te verwezenlijken zijn.

De lijn, die de afhankelijkheid van den druk aangeeft voor de samenstelling der dampphase, vertoont een dubbelpunt en twee keerpunten. In het dubbelpunt is het raakvlak, dat over het ψ vlak rolt, rakende aan 3 punten — aangevende de 3 coëxisteerende phasen, die bij de gekozen temperatuur mogelijk zijn.

De drukking voor twee coëxisteerende phasen moet altijd kleiner zijn dan de som der spanningen van de verzadigde dampen der twee samenstellende stoffen. Eerst in het geval van absolute *niet*-menging, iets wat als limietgeval zou kunnen gedacht worden, maar volgens deze theorie niet mogelijk is, zou de druk een fractie grooter kunnen zijn. Dat de proeven nimmer een grooteren druk dan de som der twee afzonderlijke spanningen hebben aangetoond, moet aangemerkt worden als een gevolg van menging, hoe gering die ook zij.

— De Heer Kamerlingh Onnes leest het eerste gedeelte van het levensbericht van wijlen het lid der Akademie R. A. Mees, bestemd voor het Jaarboek.

— De Heer Schoute biedt voor de werken der Akademie

aan eene verhandeling van den Heer J. CARDINAAL, leeraar aan de H. B. S. te Tilburg: »Het construeeren van gebogen oppervlakken door middel van vlakke doorsneden". Op verzoek des Voorzitters zullen de Heeren SCHOUTE en BIERENS DE HAAN de Afdeeling daaromtrent dienen van bericht en raad.

— Voor de Boekerij der Akademie worden aangeboden, door den Heer SCHOLS: twee nieuwe stukken van »Waterbouwkunde" door HENKET, TELDERS en SCHOLS, en door den Heer BIERENS DE HAAN: Nieuw Archief der Wiskunde, Deel XV, Stuk 2.

— Daar er verder niets te behandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

RAPPORT

OVER DE VERHANDELING

VAN Dr. J. DE VRIES.

»OVER DE DESMISCHE CONFIGURATIE 9_3"

DOOR

D. BIERENS DE HAAN EN **F. J. VAN DEN BERG.**

(Uitgebracht in de Vergadering van 23 Februari 1889).

Ondergeteekenden, aan wien door de Afdeeling de beoordeeling van de genoemde verhandeling werd opgedragen, hebben de eer zich van hunne taak te kwijten.

Neemt men drie willekeurige punten c_2, a_2, b_2 aan op de drie gegeven lijnen $\overline{a_1 b_1}$, $\overline{b_1 c_1}$, $\overline{c_1 a_1}$, en nog één willekeurig punt a_3 op de lijn $\overline{b_2 c_2}$, en construeert men de Pascal-lijn $a_1 b_3 c_3$, voor den in twee rechten beschreven zes-hoek $a_2 b_2 c_1 a_3 b_1 c_2$, dan verkrijgt men eene configuratie $9_3\, A$, die schrijver de *desmische* noemt, ter onderscheiding van twee andere configuratiën $9_3\, B$ en $9_3\, C$, die, even als de $9_3\, A$ zelve, reeds in 1881 door S. KANTOR werden aangegeven.

Onze configuratie bezit:

drie hoofd-drie-hoeken $a_1\, a_2\, a_3$, $b_1\, b_2\, b_3$, $c_1\, c_2\, c_3$; hare lijnen vormen dus de basis van eene krommen-reeks der derde klasse.

drie hoofd-drie-zijden $A_1\, A_2 A_3$, $B_1\, B_2\, B_3$, $C_1\, C_2\, C_3$; hare punten vormen dus de basis van een krommen-bundel der derde orde.

Bepaalt men eene K_3 door de drie punten $a_i b_i c_i$ (voor $i = 1, 2, 3$) en een willekeurig punt a''' op $\overline{a_1 a_2}$, dan snijdt K_3 de lijnen $\overline{a_1 a_2}$, $\overline{a_2 a_3}$, $\overline{a_3 a_1}$ in de punten a''', a', a'', die

de tangentiaalpunten zijn van a_3, a_1, a_2; deze laatste vormen dus een inflexietripel. Wanneer de K_3 de lijn $\overline{a_1 a_2}$ in het punt a_1 raakt, dan zijn a_1, a_2, a_3 punten van 9-puntige aanraking met krommen der derde orde, en zijn dus hoekpunten van een driehoek van HART.

Elk drietal collineaire punten eener K_3 behoort slechts tot ééne desmische conf. 9_3 A, in die K_3 beschreven. En daaruit volgt, dat de lijnen, die twee inflexietripels vereenigen, K_3 snijden in een derde inflexietripel.

Daar drie collineaire punten ook drie collineaire tangentiaalpunten hebben, zal men, uit de punten eener desmische conf. 9_3, beschreven in de serpentine der twee-takkige K_3, de raaklijnen aan de kromme trekkende, raakpunten verkrijgen, die tot eene config. (36_{12}, 144_3) aanleiding geven. Deze bevat 16 desmische conf. 9_3 en negen der vroeger door schrijver behandelde conf. (12_4, 16_3) A.

Vervangt men de twee-takkige K_3 door eene één-takkige, dan komt er eene config. (18_6, 36_3), bevattende vier desmische conf. 9_3 en negen vier-zijden.

Nadat schrijver de constructie gegeven heeft voor *connexe* desmische configuratiën, toont hij aan, dat een K_3 bevat eene desmische conf. 9_3, die met hare connexe samenvalt, en daarom *autoconnexe* genoemd wordt. Deze heeft een drievoudig nevenpunt; terwijl de reciproke wel ééne driepuntige diagonaal heeft, maar geen tweede, zonder onbestaanbaar te worden. En, omgekeerd, bij eene desmische conf. 9_3 met drievoudig nevenpunt, komen de negen diagonalen drie aan drie samen in collineaire punten, de buigpunten eener K_3, die door één hunner wordt bepaald; zij vormen puntenquadrupels, met de drie puntentripels der desmische conf. 9_3: en daarom is deze autoconnexe. Hare hoofd-driehoeken zijn, twee aan twee, viermaal perspectief ten opzichte van de hoekpunten van den derden driehoek en het drievoudig nevenpunt der configuratie.

Zoowel de hoofd-driehoeken eener desmische conf. 9_3 met hunne perspectiviteits-assen, als de hoofd-driezijden met hare perspectiviteits-centra, bepalen telkens drie dergelijke conf. Er zijn 27 desmische conf. 9_3, welke ieder zijn samenge-

steld uit zes lijnen, zes punten, twee diagonalen, twee nevenpunten, een nevenpuntslijn en een diagonaalsnijpunt der oorspronkelijke conf. 9_3; zoodat de 27 perspectiviteitsstralen, die behooren tot de paarswijze drievoudig homologe hoofddriezijden der conf. 9_3, elk gaan door 27 homologe snijpunten van de zijden der hoofd-driehoeken, die evenzeens paarswijze drievoudig homoloog zijn.

Het voorgaande leert ons nu uit eene conf. $(3\,x_p, p\,x_3)$ af te leiden de conf. $(9\,x_{3p}, 9\,p\,x_3)$ die bestaat uit de $3\,x$ daartoe behoorende inflexietripels en de lijnen, die hiermede $p\,x$ desmische conf. vormen; — de conf. $(6\,x_{2p}, 4\,p\,x_3)$, die uit px vierzijden is samengesteld; — de conf. $(12\,x_{4p}, 16\,p\,x_3)$, die uit $p\,x$ conf. $(12_4, 16_3)\,A$ bestaat; — verder de conf. $(15\,x_{5p}, 25\,p\,x_3)$, door eene eigenschap der conf. $(15_5, 25_3)$; — en eindelijk de conf. $(24\,x_{8p}, 64\,p\,x_3)$, door eene eigenschap der conf. $(24_8, 64_3)$.

Schrijver somt nu de bekende configuratiën op, die in eene K_3 kunnen beschreven worden, met de indices 2 en 3; die van den vorm n_3, en enkele met de indices 4 en 5. De methode van dit opstel stelt hem nu in staat, dit geringe aantal willekeurig te vermeerderen, zooals hij met een paar voorbeelden toelicht.

Deze arbeid is van dien aard, dat Uwe Commissie U, ook nu weder, gerust kan aanraden, de verhandeling in de Verslagen en Mededeelingen op te nemen.

Leiden en *Hilversum*,
Februari 1889.

D. BIERENS DE HAAN.
F. J. VAN DEN BERG.

OVER DE DESMISCHE CONFIGURATIE 9_3,

DOOR

Dr. JAN DE VRIES.

Sedert S. KANTOR in 1881 *) aantoonde, dat er drie in samenstelling verschillende configuraties 9_3 bestaan en de middelen aanwees, om hen te construeeren en van elkander te onderscheiden, zijn deze cf. herhaalde malen het voorwerp van onderzoek geweest. Zoo bepaalden MARTINETTI †) en SCHOENFLIES §) de groepen van substituties, welke in elke dezer cf. de door de getallen van 1 tot 9 voorgestelde cf. punten in elkander doen overgaan, terwijl SCHROETER **) onlangs bewees, dat ook de $9_3\,C$, welke KANTOR met behulp van lineaal en passer had leeren construeeren, evenals de beide anderen, $9_3\,A$ en $9_3\,B$, eene lineaire constructie toelaat. In de volgende §§ wensch ik eenige eigenschappen der door KANTOR $9_3\,A$ genoemde cf. te behandelen, welke, naar het schijnt, nog niet werden opgemerkt.

§ 1. Neemt men op de lijnen $\overline{b_1\,c_1}$, $\overline{c_1\,a_1}$, $\overline{a_1\,b_1}$ achtereenvolgens de punten a_2, b_2, c_2 en op de lijn $\overline{b_2\,c_2}$ het punt a_3 willekeurig aan, en bepaalt de snijpunten $b_3 \equiv (a_3\,c_1, a_2\,c_2)$

*) Ueber die Conf. mit Ind. 8, 9 (*Sitz. Wien. Ak.*, Bd. 84, S. 915).

†) Sulle cf. piane μ_3 (*Ann. di Mat.*, Ser. II *a*, tomo XV).

§) Ueber die regelmässigen Cf. n_3 (*Math. Ann.* XXXI).

**) Ueber lineare Konstructionen zur Herstellung der Konfigurationen n_3 (*Gött. Nach.* 9, 1888).

en $c_3 \equiv (a_3 b_1, a_2 b_2)$, dan liggen a_1, b_3 en c_3 in eene rechte, die de reeds voorhanden punten en lijnen tot de cf. $9_3 A$ aanvult; deze rechte is de Pascallijn voor den in twee rechten $a_2 b_1 c_1$ en $a_3 b_2 c_2$ beschreven zeshoek $a_2 b_2 c_1 a_3 b_1 c_2$. Tabel (A) geeft een overzicht over de gevormde cf.

Lijnen	A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	A_3	B_3	C_3
Punten	a_2 b_1 c_1	a_1 b_2 c_1	a_1 b_1 c_2	a_3 b_2 c_2	a_2 b_3 c_2	a_2 b_2 c_3	a_1 b_3 c_3	a_3 b_1 c_3	a_3 b_3 c_1

. . . . (A)

De cf. bevat drie hoofddriezijden *) $A_1 A_2 A_3$, $B_1 B_2 B_3$ $C_1 C_2 C_3$, hare punten vormen dus de basis van een (K_3), d. i. een bundel krommen der derde orde; zij bezit ook drie hoofddriehoeken $a_1 a_2 a_3$, $b_1 b_2 b_3$, $c_1 c_2 c_3$, zoodat hare lijnen de basis van eene krommenreeks der derde klasse vormen. Wegens de overeenkomst tusschen het stelsel der hoofddriehoeken — die, zooals KANTOR opmerkte, paarsgewijze driemaal perspectief zijn t. o. v. de hoekpunten van den derden driehoek als middelpunten — en het door HERMES †), STEPHANOS §) en VERONESE **) beschouwde stelsel van drie paarsgewijze viermaal homologe viervlakken, zal ik deze 9_3 de „desmische" noemen.

§ 2. Op de K_3, welke door de negen punten $a_i b_i c_i$ $(i = 1,2,3)$ en het op $\overline{a_1 a_2}$ willekeurig gekozen punt a''' bepaald wordt, is a''' het tegenpunt van $b_1 c_3 b_3 c_1$, omdat de lijnen A_3 en A_1

---

*) Eene hoofdveelzijde (een hoofdveelhoek) is het samenstel van eene groep onderling gescheiden cf. lijnen (punten), die samen alle cf. punten (lijnen) dragen. Verg. mijn opstel „Over vlakke polyedrale cf." (*Versl. en Meded.* 3de Reeks, Deel VI, blz. 12).

†) Ausdehnung eines Satzes vom ebenen Vierseit auf räumliche Figuren (*Journal* v. CRELLE. Bd. 56, 1858).

§) Sur les systèmes desmiques (*Bull. d. sciences math.* Ser. II, tome III, 1e partie).

**) Sopra alcune notevoli conf. (*Atti del l'Acc. R.* IX).

de K_3 in a_1 en a_2 snijden; daar a_3 het dubbelpunt der uit B_3 en C_3 gevormde K_2 is, moet a''' dus het tangentiaalpunt van a_3 wezen. Op dezelfde wijze blijkt, dat K_3 de lijn $\overline{a_2 a_3}$ in het tangentiaalpunt a' van a_1 en de lijn $\overline{a_3 a_1}$ in het tangentiaalpunt a'' van a_2 ontmoet. De punten $a_1 a_2 a_3$ vormen derhalve een inflexietripel, d. w. z. zijn de projecties der drie bestaanbare buigpunten uit een punt van K_3 *).

De drie gescheiden puntentripels eener desmische 9_3 *vormen op elke omgeschreven* K_3 *drie inflexietripels, die paarsgewijze driemaal perspectief zijn t. o. v. het derde tripel.*

Op de K_3, die $\overline{a_1 a_2}$ in a_1 raakt, valt a''' met a_1, dus a' met a_2 samen, waardoor a_3 het tangentiaalpunt van a_2 en het 2[de] tangentiaalpunt van a_1 wordt, dus met zijn 3[de] tangentiaalpunt vereenigd is; $a_1 a_2 a_3$ zijn dan punten van negenpuntige aanraking met krommen der derde orde, dus de hoekpunten van een der beide driehoeken van Hart †).

De (K_3), *welke door eene desmische* 9_3 *bepaald is, bevat drie krommen, voor welke een der hoofddriehoeken tegelijk in en om* K_3 *beschreven is.*

§ 3. Liggen drie punten a_1, b_1, c_2 eener K_3 in eene rechte, dan zijn hunne projecties p, q, r uit de bestaanbare buigpunten i, i', i'' eveneens collineair. De projecties a_2 en a_3 van i' en i'' uit p vullen a_1 tot een inflexietripel aan, terwijl b_1 met de projecties b_2 en b_3 van i'' en i uit q, en c_2 met de projecties c_3 en c_1 van i en i' uit r een inflexietripel vormt. Duidt men door het teeken

$$\left\{\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}\right\}$$

aan, dat de negen punten 1 tot 9 met de zes lijnen

*) Durège, *die ebenen Curven* 3[ter] O. 1871, S. 291, of Schroeter, *die Theorie der ebenen Curven* 3[ter] O. 1888, S. 282.

†) On the nine-punct contact of cubic curves (*Trans. Royal Irish Acad.* 1875).

123, 456, 789, 147, 258, 369 incident zijn, dus met hen eene atrigonische *) $(9_2, 6_3)$ vormen, dan geeft tabel (B) een overzicht over den samenhang tusschen de 15 bovengenoemde punten.

$$\left\{\begin{matrix} p & q & r \\ i & i & i \\ a_1 & b_3 & c_3 \end{matrix}\right\} \quad \left\{\begin{matrix} p & q & r \\ i' & i' & i' \\ a_2 & b_1 & c_1 \end{matrix}\right\} \quad \left\{\begin{matrix} p & q & r \\ i'' & i'' & i'' \\ a_3 & b_2 & c_2 \end{matrix}\right\}$$

$$\left\{\begin{matrix} p & q & r \\ i & i' & i'' \\ a_1 & b_1 & c_2 \end{matrix}\right\} \quad \left\{\begin{matrix} p & q & r \\ i & i'' & i' \\ a_1 & b_2 & c_1 \end{matrix}\right\} \quad \left\{\begin{matrix} p & q & r \\ i' & i & i'' \\ a_2 & b_3 & c_2 \end{matrix}\right\} \ldots\ldots \text{(B)}$$

$$\left\{\begin{matrix} p & q & r \\ i' & i'' & i \\ a_2 & b_2 & c_3 \end{matrix}\right\} \quad \left\{\begin{matrix} p & q & r \\ i'' & i & i' \\ a_3 & b_3 & c_1 \end{matrix}\right\} \quad \left\{\begin{matrix} p & q & r \\ i'' & i' & i \\ a_3 & b_1 & c_3 \end{matrix}\right\}$$

De acht nieuwe lijnen van (B) vormen blijkbaar met de lijn $\overline{a_1 b_1 c_2}$ eene door tabel (A) voorgestelde desmische 9_3.

Elk drietal collineaire punten eener K_3 behoort slechts tot ééne in K_3 beschreven desmische 9_3.

Daar een inflexietripel door een zijner punten bepaald is, geldt voorts de volgende, naar het schijnt nog niet opgemerkte eigenschap.

De lijnen, welke een inflexietripel met een tweede inflexietripel vereenigen, snijden K_3 in een derde inflexietripel.

Drie tot eene desmische 9_3 behoorende inflexietripels zal ik door de benaming *desmische groep* samenvatten.

Daar drie collineaire punten collineaire tangentiaalpunten hebben, vormen de snijpunten van K_3 met de zijden der hoofddriehoeken eener desmische 9_3, dus de punten $a' a'' a'''$, $b' b'' b'''$, $c' c'' c'''$, eene tweede desmische 9_3, waarvoor de tabel uit (A) wordt afgeleid door elken index door het overeenkomstige aantal accenten te vervangen. Elk op eene cf.dia-

*) *Atrigonisch* heet eene cf., wanneer zij geen cf. driehoeken bezit.

gonaal der desmische 9_3 gekozen punt bepaalt dus eene in de hoofddriehoeken dezer cf. beschreven desmische 9_3. Hieruit volgt verder:

Trekt men uit de punten eener in de serpentine eener tweetakkige K_3 beschreven desmische 9_3 de raaklijnen naar de kromme, dan behooren de raakpunten tot eene cf. $(36_{12}, 144_3)$, *welke* 16 *desmische* 9_3 *en* 9 *cf.* $(12_4, 16_3)$ A *) *bevat.*

Verricht men dezelfde constructie voor het geval der eentakkige K_3, *dan ontstaat eene* $(18_6, 36_3)$, *welke* 9 *vierzijden en* 4 *desmische* 9_3 *bevat.*

De beide laatste cf. ontstaan ook, als men de punten der desmische 9_3 tot puntenkwadrupels of tot correspondeerende paren van hetzelfde stelsel aanvult.

Wordt elk inflexietripel eener desmische groep met een bepaald tripel van eene tweede soortgelijke groep vereenigd, dan snijden de 27 *verbindingslijnen* K_3 *in de tripels van een derde desmische groep.*

De 9 *inflexietripels behooren dan met hunne verbindingslijnen tot eene cf.* $(27_6, 54_3)$, *welke uit* 6 *desmische* 9_3 *is samengesteld.*

§ 4. Plaatst men bij de in § 1 gegeven constructie der desmische 9_3 het punt a_3 in de doorsnede der lijnen $\overline{b_2 c_2}$ en $\overline{a_1 a_2}$, dan zijn $a_1 a_2 a_3$ de bestaanbare buigpunten van elke om de cf. beschreven K_3; $b_1 b_2 b_3$ en $c_1 c_2 c_3$ zijn dan *connexe* inflexietripels †). Deze bizondere 9_3 wordt door Schroeter in zijne onlangs verschenen theorie der K_3 vermeld §).

Op elke K_3, *welke om eene desmische* 9_3 *met eene driepuntige diagonaal kan beschreven worden, zijn de beide overige gescheiden puntentripels connexe inflexietripels; op ééne* K_3 *zijn de beide hoofddriehoeken met de driehoeken van* Hart *identiek.*

Dit laatste blijkt hieruit, dat een punt, dat met zijn

*) De cf. $(12_4, 16_3)$ A heb ik beschouwd in mijn opstel „Over vlakke conf." (*Versl. en Meded.*, 3de Reeks, Deel V, blz. 105).

†) Durège, l. c., blz. 288.

§) Schroeter, l. c., blz. 283.

derde tangentiaalpunt samenvalt, uit elk buigpunt in een soortgelijk punt wordt geprojecteerd.

De punten p, q, r, uit welke de punten eener algemeene desmische 9_3 in de drie buigpunten worden geprojecteerd (§ 3), behooren achtereenvolgens tot de connexe tripels van a_i, b_i, c_i $(i = 1, 2, 3)$. Deze drie connexe inflexietripels bepalen eene tweede desmische 9_3; dit volgt trouwens ook uit de aan het slot van § 3 vermelde eigenschap, wanneer aldaar de tweede desmische groep tot het buigpuntentripel wordt samengetrokken. Twee aldus met elkander verbonden desmische 9_3 noem ik *connexe* cf.

De desmische 9_3 eener K_3 kunnen dus in connexe paren gerangschikt worden; daarbij blijkt, dat K_3 ééne desmische 9_3 bevat, welke met hare connexe cf. samenvalt: hare tripels worden gevormd door de sextactische punten, d. z. de 9 antitangentiaalpunten der drie bestaanbare buigpunten. Eene hoofddriezijde dezer *autoconnexe* 9_3 bestaat uit de drie harmonische poollijnen der buigpunten; daar deze rechten naar een punt convergeeren, heeft de cf. een drievoudig nevenpunt, komt dus reciprook overeen met de bovengenoemde door het bezit van eene driepuntige diagonaal gekenmerkte desmische 9_3.

Eene desmische 9_3 kan geen tweede driepuntige diagonaal bezitten, zonder gedeeltelijk onbestaanbaar te worden; immers uit $\mathfrak{A} \equiv \overline{a_1 a_2 a_3}$ en $\mathfrak{B} \equiv \overline{b_1 b_2 b_3}$ volgt $\overline{c_1 c_2 c_3} \equiv \mathfrak{C}$; door toevoeging dezer drie lijnen ontstaat uit de 9_3 eene $(9_4, 12_3)$, die met de door Hesse aangewezen cf. der buigpunten identiek, dus slechts gedeeltelijk bestaanbaar is.

§ 5. Komen $A_1 A_2 A_3$ in een punt o samen, dan bestaat eene der krommen van de derde klasse, welke door A_i B_i C_i worden aangeraakt, uit o en eene kegelsnede. Beschouwt men B_i, C_i als de zijden van den Brianchonzeshoek $a_1 c_1 b_3 a_2 c_3 b_1$, dan blijkt, dat de cf. diagonalen $\overline{a_1 a_2}$, $\overline{b_1 b_3}$ en $\overline{c_1 c_3}$ door een punt γ gaan. Evenzoo volgt uit den zeshoek $a_1 b_2 c_3 a_3 b_3 c_2$, dat $\overline{a_1 a_3}$, $\overline{b_2 b_3}$, $\overline{c_2 c_3}$ naar een punt β, en uit den zeshoek $a_2 b_2 c_1 a_3 b_1 c_2$, dat de diagonalen $\overline{a_2 a_3}$, $\overline{b_1 b_2}$, $\overline{c_1 c_2}$ naar

een punt α convergeeren. De punten α, β, γ zijn als homologe snijpunten der t. o. v. het punt o perspectief gelegen driehoeken $(a_1\, a_2\, a_3)$, $(b_3\, b_1\, b_2)$, $(c_3\, c_1\, c_2)$ collineair. De lijnen B_i, C_i vormen nu met de 9 cf. diagonalen, de as $\alpha\,\beta\,\gamma$, de 9 cf. punten en de punten α, β, γ de door tabel (C) voorgestelde $(12_4,\ 16_3)\ A$ *).

$\mathfrak{A}_3$	$\mathfrak{A}_2$	C_1	B_1	$\mathfrak{A}_1$	O	$\mathfrak{B}_3$	$\mathfrak{C}_3$	B_2	$\mathfrak{B}_1$	$\mathfrak{B}_2$	C_3	C_2	$\mathfrak{C}_1$	B_3	$\mathfrak{C}_2$
a_1	a_1	a_1	a_1	α	α	α	α	b_3	b_3	b_3	b_3	c_3	c_3	c_3	c_3
a_2	β	b_1	c_1	a_2	β	b_1	c_1	a_2	β	b_1	c_1	a_2	β	b_1	c_1
γ	a_3	c_2	b_2	a_3	γ	b_2	c_2	c_2	b_2	γ	a_3	b_2	c_2	a_3	γ

. . (C)

Op de om deze cf. beschreven tweetakkige K_3 vormen $a_1\, b_3\, c_3\, \alpha$, $a_2\, b_1\, c_1\, \beta$ en $a_3\, b_2\, c_2\, \gamma$ drie puntenkwadrupels met collineaire tangentiaalpunten; nu zijn evenwel $a_1\, b_3\, c_3$ met A_3, $a_2\, b_1\, c_1$ met A_1 en $a_3\, b_2\, c_2$ met A_2 incident: α, β, γ zijn dus de buigpunten der K_3 en A_i hunne harmonische poollijnen. Van de geassociëerde $(12_4,\ 16_3)\ A$ liggen op elke A_i drie punten, die door de paren der 9_3 van o harmonisch gescheiden worden; de overige 3 punten zijn in o vereenigd, zoodat de omgeschreven K_3 in het samenstel der lijnen A_i ontaardt.

Hieruit volgt deze omkeering der in § 4 gevonden eigenschap:

Van eene desmische 9_3 met drievoudig nevenpunt komen de negen diagonalen drie aan drie samen in drie collineaire punten, welke de buigpunten der door een hunner bepaalde K_3 zijn; daar deze buigpunten met de drie inflexietripels der 9_3 puntenkwadrupels vormen, is deze 9_3 autoconnex.

De hoofddriehoeken der autoconnexe cf. liggen paarsgewijze viermaal perspectief t. o. v. het punt o en de hoek-

*) J. DE VRIES, Over vlakke cf., blz. 107. De volgorde der kolommen van (C) stemt geheel overeen met die der tabel (B) in de aangehaalde verhandeling.

punten van den derden driehoek *). Omgekeerd geven twee viermaal perspectief geplaatste driehoeken steeds aanleiding tot eene autoconnexe desmische 9_3; een der driehoeken kan willekeurig aangenomen worden, van den tweeden slechts een hoekpunt †); drie der perspectiviteitscentra vormen een derden driehoek, welke met *elken* der beide anderen viermaal perspectief ligt; dit laatste schijnt door SCHROETER niet opgemerkt te zijn.

De hoofddriehoeken eener autoconnexe 9_3 *zijn twee aan twee viermaal perspectief t. o. v. de hoekpunten van den derden driehoek en het drievoudige nevenpunt der cf.*

Heeft eene desmische 9_3 behalve de driepuntige diagonaal $\mathfrak{A} \equiv \overline{a_1 a_2 a_3}$ een drievoudig nevenpunt $o \equiv A_1 A_2 A_3$, dan liggen de punten α, β, γ op $\mathfrak{A}$, en de door een hunner bepaalde K_3 ontaardt in $\mathfrak{A}$ en de door $b_i\ c_i$ $(i = 1, 2, 3)$ getrokken K_2.

Deze in dubbele mate bizondere 9_3 kan aldus geconstrueerd worden: drie in o samenkomende lijnen $A_1 A_2 A_3$ worden door eene vierde lijn $\mathfrak{A}$ achtereenvolgens in a_2, a_3, a_1 gesneden; het op A_1 gekozen punt b_1 wordt uit a_1 op A_2 in c_2, uit a_3 op A_3 in c_3 geprojecteerd; $\overline{a_2 c_2}$ snijdt A_3 in b_3, $\overline{a_2 c_3}$ bepaalt op A_2 het punt b_2, $\overline{a_1 b_2}$ op A_1 het negende punt c_1.

§ 6. De hoofddriehoeken $a_1 a_2 a_3$ en $b_1 b_3 b_2$ eener desmische 9_3 liggen perspectief t. o. v. c_2 (tabel A): de homologe diagonalensnijpunten $\mathfrak{A}_3 \mathfrak{B}_2$, $\mathfrak{A}_1 \mathfrak{B}_1$, $\mathfrak{A}_2 \mathfrak{B}_3$ zijn dus incident met eene rechte C'. Uit de homologie van $a_1 a_2 a_3$ en $b_2 b_1 b_3$ met centrum c_1 volgt evenzoo, dat de punten $\mathfrak{A}_3 \mathfrak{B}_3$, $\mathfrak{A}_1 \mathfrak{B}_2$, $\mathfrak{A}_2 \mathfrak{B}_1$ door eene rechte C''' verbonden worden; eindelijk levert de homologe ligging van $a_1 a_2 a_3$ en $b_3 b_2 b_1$ de rechte $C'' \equiv (\mathfrak{A}_3 \mathfrak{B}_1, \mathfrak{A}_1 \mathfrak{B}_3, \mathfrak{A}_2 \mathfrak{B}_2)$. De lijnen $C'\ C''\ C'''$ vormen met

---

*) Dat twee driehoeken hoogstens *viermaal* perspectief kunnen zijn, heeft ROSANES (*Math. Ann.* II, S. 549) analytisch en SCHROETER (aldaar S. 553) synthetisch bewezen.

†) SCHROETER in de zooeven aangehaalde verhandeling.

de diagonalen $\mathfrak{A}_i$ $\mathfrak{B}_i$ en de diagonalensnijpunten $c_{ij} \equiv (\mathfrak{A}_i \mathfrak{B}_j)$ de door tabel (D) voorgestelde desmische 9_3.

$\mathfrak{A}_1$	$\mathfrak{A}_2$	$\mathfrak{A}_3$	$\mathfrak{B}_1$	$\mathfrak{B}_2$	$\mathfrak{B}_3$	C'	C''	C'''
c_{11}	c_{21}	c_{31}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{11}	c_{13}	c_{21}
c_{12}	c_{22}	c_{32}	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{23}	c_{31}	c_{33}
c_{13}	c_{23}	c_{33}	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{32}	c_{22}	c_{12}

. . (D)

De hoofddriehoeken eener desmische 9_3 bepalen paarsgewijze met hunne bijbehoorende perspectiviteitsassen drie soortgelijke configuraties.

Zijn $\alpha_1\,\alpha_2\,\alpha_3$, $\beta_1\,\beta_2\,\beta_3$ de hoekpunten der hoofddriezijden $A_1\,A_2\,A_3$, $B_1\,B_2\,B_3$, dan ligt $A_1\,A_2\,A_3$ met $B_1\,B_3\,B_2$ t. o. v. de as C_3, met $B_2\,B_1\,B_3$ t. o. v. de as C_2, met $B_3\,B_2\,B_1$ t. o. v. C_1 perspectief. De overeenkomstige centra $\gamma'\,\gamma''\,\gamma'''$ vormen met de punten α_i, β_i en de 9 perspectiviteitsstralen $\Gamma_{ij} \equiv \overline{\alpha_i\ \beta_j}$ de desmische 9_3 van tabel (E).

Γ_{11}	Γ_{23}	Γ_{32}	Γ_{13}	Γ_{22}	Γ_{31}	Γ_{12}	Γ_{21}	Γ_{33}
γ'	γ'	γ'	γ''	γ''	γ''	γ'''	γ'''	γ'''
α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3
β_1	β_3	β_2	β_3	β_2	β_1	β_2	β_1	β_3

. . (E)

De hoofddriezijden eener desmische 9_3 bepalen paarsgewijze met hunne bijbehoorende perspectiviteitscentra drie soortgelijke cf.

Van den in de lijnen $C_1\,C_2$ beschreven zeshoek $a_1\,a_2\,c_2\,b_2\,b_1\,c_3$ met de zijden $\mathfrak{A}_3\,B_2\,A_2\,\mathfrak{B}_3\,B_3\,A_3$ bevat de Pascallijn de punten $c_{33} \equiv (\mathfrak{A}_3\,\mathfrak{B}_3)$, $\beta_1 \equiv (B_2\,B_3)$ en $\alpha_1 \equiv (\mathfrak{A}_2\,A_3)$; blijkens tabel (E) ligt op deze rechte ook γ'.

Tot elke desmische 9_3 behooren 27 soortgelijke cf., welke elk uit 6 punten en 6 lijnen, 2 nevenpunten en 2 diagonalen, 1 diagonalensnijpunt en 1 nevenpuntenlijn der oorspronkelijke 9_3 zijn samengesteld.

Hierdoor is tevens een verband aangewezen tusschen de drie met (D) en de drie met (E) overeenkomende 9_3:

De 27 perspectiviteitsstralen, welke bij de paarsgewijze drievoudig homologe hoofddriezijden eener desmische 9_3 *behooren, gaan elk door een der 27 homologe snijpunten der zijden van de paarsgewijze driemaal homologe hoofddriehoeken.*

§ 7. De eigenschap, dat drie collineaire punten eener K_3 steeds ééne in de kromme beschreven desmische 9_3 bepalen (§ 3), geeft een middel om uit eene cf. ($3\,x_p$, $p x_3$) eene cf. ($9\,x_{3p}$, $9\,p\,x_3$) af te leiden, welke samengesteld is uit de $3\,x$ door de oorspronkelijke cf. punten aangewezen inflexietripels en de lijnen, die met deze tripels $p\,x$ desmische 9_3 vormen. Deze constructie vervalt natuurlijk, wanneer de ($3\,x_p$, $p\,x_3$) zelve uit inflexietripels bestaat; dit is o. a. het geval met de 9_3 C, waarvan KANTOR l. c. heeft aangetoond, dat hare punten steeds met eene K_3 incident zijn *), en de toppen vormen van eenen tangentiaalnegenhoek, d. w. z. een negenhoek, waarin elk hoekpunt het tangentiaalpunt van het voorgaande is. Zooals uit tabel (F) blijkt, vormen de drietallen van punten 1, 4, 7; 2, 5, 8; 3, 6, 9 drie inflexietripels, wanneer ($i + 1$) het tangentiaalpunt van i voorstelt.

1	4	7	2	5	8	3	6	9	
4	7	1	5	8	2	6	9	3	. . (F)
8	2	5	9	3	6	1	4	7	

De bovengenoemde handelwijze om nieuwe cf. te vinden, staat niet op zich zelve. Vult men n.l. de punten der ($3\,x_p$, $p\,x_3$) tot correspondeerende puntenparen of tot puntenkwadrupels aan, dan ontstaat in het eerste geval eene ($6\,x_{2p}$, $4\,p\,x_3$), die uit px vierzijden, in het tweede geval eene ($12\,x_{4p}$, $16\,p\,x_3$), welke uit px cf (12_4, 16_3) A is samengesteld.

*) Door 9_3 B kan geen eigenlijke K_3 gebracht worden (KANTOR l. c.).

Wordt K_3 in de collineaire punten p, q, r door kegelsneden vijfpuntig geraakt, dan liggen de zesde snijpunten met K_3, p', q', r', eveneens in eene rechte *). Nu gaan door het punt p' der tweetakkige K_3 nog vier bestaanbare K_2, die elders vijfpuntig raken †), zoodat door elk der punten p, q, r een puntenkwintupel bepaald wordt; uit de zooeven aangehaalde eigenschap volgt evenwel, dat K_3 door elke lijn, die een punt van het met p overeenkomende kwintupel met een punt van het door q aangewezen kwintupel verbindt, in een punt van het derde kwintupel wordt gesneden.

Construeert men door ieder van drie collineaire punten eener K_3 de vijf kegelsneden, welke K_3 elders vijfpuntig raken, dan behooren de raakpunten tot eene cf. $(15_5, 25_3)$, *die door eene van hare lijnen volkomen bepaald is.*

Deze eigenschap biedt blijkbaar het middel aan, om uit eene $(3\, x_p,\ p\, x_3)$ door aanvulling van hare punten tot kwintupels eene $(15\, x_{5p},\ 25\, p\, x_3)$ te verkrijgen.

Daar verder twee elkander achtpuntig rakende K_3 nog het derde tangentiaalpunt van het raakpunt gemeen hebben §), en van drie collineaire punten de derde tangentiaalpunten mede collineair zijn, volgt hieruit, dat de acht op een bepaalden tak der K_3 gelegen punten, welke x tot derde tangentiaalpunt hebben, met de acht tot denzelfden tak behoorende derde antitangentiaalpunten van y verbonden worden door 64 lijnen, die K_3 acht aan acht ontmoeten in acht punten, waarvan het gemeenschappelijke derde tangentiaalpunt op $\overline{xy}$ ligt. Hier heeft men dus eene cf. $(24_8, 64_3)$, die wederom door *eene* van hare lijnen volkomen bepaald is; zij stelt ons in staat uit eene $(3\, x_p,\ p\, x_3)$ eene $(24\, x_{8p},\ 64\, p\, x_3)$ af te leiden. De cf. $(6_2, 4_3)$, $(9_3, 9_3)$, $(12_4, 16_3)$, $(15_5, 25_3)$ en $(24_8, 64_3)$, waarvan in het voorgaande gebruik wordt gemaakt tot verkrijging van nieuwe cf., behooren blijkbaar tot den vorm $(3\, n_n,\ n^2{}_3)$; in een volgend opstel zal ik aan-

---

*) Schroeter, l. c. blz. 273.

†) Kötter, Beiträge zur Theorie der Osculationen bei ebenen Curven dritten Ordnung. *Inaug. diss.* Berlin 1884. S. 6.

§) Salmon, On curves of the third order. *Phil. Trans.* Vol. 148, p. 537.

toonen, dat voor *elke* waarde van n eene cf. kan aangewezen worden, die tot hetzelfde doeleinde bruikbaar is.

§ 8. Het aantal bekende cf., die in eene K_3 kunnen beschreven worden, is betrekkelijk nog gering: daarvan behooren tot de cf. met indices (2, 3), behalve de volledige vierzijde en de atrigonische $(9_2, 6_3)\,A$, de $(12_2, 8_3)$, welke uit de $(12_4, 16_3)\,A$ door afscheiding van twee hoofdvierzijden ontstaat *), en de $(15_2, 10_3)$, welke door de afzondering van twee hoofdvijfzijden uit de door MARTINETTI †) opgemerkte atrigonische 15_3 gevormd wordt. Tot de cf. n_3, welke hier in aanmerking komen, behooren, behalve de desmische 9_3 en de $9_3\,C$, de door KANTOR §) als $10_3\,A$, $10_3\,B$, $10_3\,D$, $10_3\,G$, vermelde cf., de 12_3, die uit $(12_4, 16_3)\,A$ door weglating van eene hoofdvierzijde ontstaat, en de bovengenoemde 15_3 van MARTINETTI, welke, zooals Dr. SCHOENFLIES mij onlangs mededeelde, ook gevormd wordt door de snijpunten van K_3 met de 15 zijden van eenen in haar beschreven Pascalzeshoek; verder twee verschillende atrigonische 27_3, waarvan de eene door MARTINETTI l. c. uit de bovengenoemde 15_3 wordt afgeleid, terwijl het bestaan der tweede mij eveneens door Dr. SCHOENFLIES werd medegedeeld; zij wordt bepaald door de punten eener atrigonische $(9_2, 6_3)$ en de snijpunten van hare diagonalen met de K_3. Tot de cf. met hooger indices behooren de beide door mij l. c. aangewezen $(12_4, 16_3)$ benevens de eveneens door MARTINETTI gevonden $(27_5, 45_3)$ en de $(24_4, 32_3)$, welke de restfiguur van elke harer lijnen is. De toepassing der bovengenoemde handelwijzen stelt ons nu in staat, uit deze bekende cf. een onbeperkt groot aantal nieuwe cf. te vinden.

Als voorbeeld beschouw ik de cf. $(27_6, 54_3)$, welke ontstaat, wanneer de punten der atrigonische $(9_2, 6_3)$, (verg. § 3),

---

*) J. DE VRIES, Over vlakke cf., blz. 118.

†) Sopra alcune conf. piane (*Ann. di Mat.* Ser. IIa, tomo XIV).

§) Die Conf. $(3, 3)_{10}$ (*Wiener Sitz.* Bd. 84. S. 1291).

$$\left\{\begin{matrix} 1_1 & 2_1 & 3_2 \\ 4_1 & 5_2 & 6_1 \\ 7_2 & 8_1 & 9_1 \end{matrix}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (G)$$

tot inflexietripels p_i ($p = 1$ tot 9, $i = 1, 2, 3$) worden aangevuld. Met het oog op tabel (A) kunnen hare lijnen worden voorgesteld door

$$\left|\begin{array}{c|c|c} 1_i\ 2_i\ 3_{i+1} & 1_i\ 2_{i+1}\ 3_i & 1_{i+1}\ 2_i\ 3_i \\ 4_i\ 5_i\ 6_{i+1} & 4_i\ 5_{i+1}\ 6_i & 4_{i+1}\ 5_i\ 6_i \\ 7_i\ 8_i\ 9_{i+1} & 7_i\ 8_{i+1}\ 9_i & 7_{i+1}\ 8_i\ 9_i \\ \hline 1_i\ 4_i\ 7_{i+1} & 1_i\ 4_{i+1}\ 7_i & 1_{i+1}\ 4_i\ 7_i \\ 2_i\ 5_i\ 8_{i+1} & 2_i\ 5_{i+1}\ 8_i & 2_{i+1}\ 5_i\ 8_i \\ 3_i\ 6_i\ 9_{i+1} & 3_i\ 6_{i+1}\ 9_i & 3_{i+1}\ 6_i\ 9_i \end{array}\right| \quad \ldots\ldots \quad (H)$$

Elke der zes kolommen van tabel (H), waar de index 4 natuurlijk door 1 moet worden vervangen, bevat blijkbaar de notatie voor eene hoofdnegenzijde der $(27_6, 54_3)$; door achtereenvolgens een, twee, drie, vier dezer hoofdnegenzijden weg te laten, ontstaat uit de oorspronkelijk dodekatrigonische *) $(27_6, 54_3)$ eene hexatrigonische $(27_5, 45_3)$, eene atrigonische $(27_4, 36_3)$, eene atrigonische 27_3 en eene atrigonische $(27_2, 18_3)$.

§ 9. Zijn $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$ de toppen van eenen tangentiaal-n-hoek der K_3, zoodat a_{i+1} het tangentiaalpunt van a_i is, dan behooren de inflexietripels a_i, b_i, c_i ($i = 1$ tot n), welke door de punten a_i bepaald worden, tot eene cf. $3n_3$, waarvan de lijnen n driehoeken $(a_i\ b_i\ c_i)$ begrenzen, die zoodanig geplaatst zijn, dat de driehoek $(a_{i+1}\ b_{i+1}\ c_{i+1})$ in den driehoek $(a_i\ b_i\ c_i)$ is beschreven; het laatste is een gevolg van de eigenschap, dat de zijden van den door een

*) Door n-trigonische cf. wordt verstaan eene cf., waarin elk punt tot n cf. driehoeken behoort.

inflexietripel bepaalden driehoek de kromme in de tangentiaalpunten der overstaande toppen snijden, terwijl deze tangentiaalpunten weer een inflexietripel vormen; blijkbaar zijn de punten b_i de toppen van een tweeden, de punten c_i de toppen van een derden tangentiaal-n-hoek. Daar K_3 voor elke waarde van n bestaanbare tangentiaalveelhoeken bezit *), is hierdoor bewezen, dat de door SCHOENFLIES †) opgemerkte tetratrigonische, uit een cyclus van n in elkander beschreven driehoeken samengestelde, cf. $3n_3$ in eene algemeene K_3 kunnen beschreven worden.

Vult men de toppen a_i van een tangentiaal-n-hoek der K_3 tot inflexietripels aan, dan ontstaat eene tetratrigonische $3n_3$ *met de lijnen* $\overline{a_i\, b_i\, c_{i+1}}$, $\overline{a_i\, b_{i+1}\, c_i}$ *en* $\overline{a_{i+1}\, b_i\, c_i}$ ($i = 1$ *tot* n).

Deze cf. bezit drie hoofd-n-zijden, waarvan er eene door de n lijnen $\overline{a_i\, b_i\, c_{i+1}}$ wordt gevormd; door afscheiding dezer hoofd-n-zijde ontstaat uit de $3n_3$ eene $(3\, n_2,\, 2\, n_3)$.

*) KÖTTER, l. c.. S. 50.
†) l. c. S. 51.

VERSLAG

OVER DE VERHANDELING

VAN DEN HEER G. REINDERS.

»OVER DE SAMENSTELLING EN HET ONTSTAAN DER ZOOGENAAMDE OERBANKEN IN DE NEDERLANDSCHE HEIDEGRONDEN".

(Uitgebracht in de Vergadering van 23 Februari 1889.)

De Akademie herinnert zich gewis, dat hare Commissie tot onderzoek: »naar de mate, waarin water onder verschillende drukhoogte door zandmassa's van verschillende samenstelling en breedte stroomt"; haar vóór twee jaren een verslag van dat onderzoek heeft aangeboden. In dat verslag (in de Verhandelingen afgedrukt) werd op den invloed gewezen, dien de zoogenaamde bankvorming in den bodem op het waterdoorlatend vermogen, met name van zandlagen, uitoefent. Van het voorkomen van al of niet doorlatende zandlagen in het Nederl. alluvium en diluvium werden voorbeelden gegeven, en de algemeene oorzaken der bankvorming daarbij vermeld. De samenstelling der bank die het water niet doorlaat, gemeenlijk oerbank genoemd, was echter tot nog toe voor onzen bodem niet of geheel onvoldoende onderzocht. De Heer Reinders heeft dat onderzoek ter hand genomen.

Het voorkomen van oerbanken heeft hij op negen verschillende plaatsen, in de gemeenten Apeldoorn en Olst gelegen, onderzocht, en de aarde zoowel uit de bank als uit de daarboven en daarbeneden gelegen lagen aan een uit-

voerig chemisch onderzoek onderworpen. Hij heeft daarbij vooral getracht de samenstelling van het bindmiddel of cement na te speuren; in hoeverre ijzeroxyde, humuszuren, humaten van ijzeroxyde en aluinaarde, kiezelzuur en silicaten, daaraan deelnemen. Voorts heeft hij uit de onderlinge vergelijking der lagen trachten op te sporen, op welke wijze de beweging dezer bestanddeelen door de verschillende lagen van den bodem daarin de bankvorming voortbrengt — niet alleen langs chemischen maar ook langs mechanischen weg.

Na eene uiteenzetting van de uitkomsten der vroegere onderzoekingen van MÜLLER, TUXEN, RAMANN, EMEIS omtrent de bankvorming in overeenkomstige gronden in Duitschland, vergelijkt de schrijver deze uitkomsten met de zijne. Hij bevestigt dat het bindmiddel in de meeste gevallen niet alleen uit ijzeroxyde — of althans in hoofdzaak — bestaat, maar uit humaten van ijzeroxyde en aluinaarde; en toont daarbij aan dat ook kiezelzuur en silicaten in het bindmiddel aanwezig zijn. Een onderzoek daarnaar had tot nog toe niet plaats gehad. Voorts licht hij uitvoerig toe, hoe uit de beweging der fijnste aarddeeltjes tusschen de zandkorrels, en uit de inwerking der colloidale humuszuren op het ijzeroxyde en op de silicaten enz. — gegeven de eigenaardige omstandigheden van vochtigheid en plantengroei — de ophooping van het bindmiddel in de banklaag aanvankelijk kan verklaard worden.

De schrijver geeft zijn voornemen te kennen om zijn onderzoek voort te zetten.

Aangezien deze verhandeling eene niet onbelangrijke bijdrage is tot de kennis van eene gewichtige vorming in den bouwgrond, en aangezien het onderzoek met nauwkeurigheid is volbracht, en verder doorgevoerd dan tot nog toe het geval was, zoo hebben wij geen bezwaar de plaatsing dezer verhandeling in hare werken aan de Akademie voor te stellen.

Leiden, Februari 1889

J. M. VAN BEMMELEN.
K. MARTIN.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 30 Maart 1889.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, ZEEMAN, BAEHR, HUBRECHT, FORSTER, STOKVIS, RAUWENHOFF, MICHAËLIS, VAN DIESEN, SCHOLS, KAPTEYN, DE VRIES, VAN DER WAALS, BUYS BALLOT, J. A. C. OUDEMANS, GRINWIS, SURINGAR, FRANCHIMONT, MARTIN, VAN BEMMELEN, VAN DORP, DIBBITS, A. C. OUDEMANS JR., KORTEWEG, KAMERLINGH ONNES, MULDER, HOEK, ZAAIJER, HOFFMANN, SCHOUTE, BIERENS DE HAAN, BEIJERINCK, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, VAN 'T HOFF en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. J. A. GROTHE, Secretaris van het historisch Genootschap te Utrecht, Februari 1889; 2°. J. BRANDES, Weltevreden, 13 Februari 1889; 3°. M. BERTHELOT, Parijs 1889; 4°. LAUBMANN, Directeur van de kön. Hof- und Staatsbibliothek te München, 4 Januari 1889; 5°. A. C. DROLSUM, Bibliothecaris van de Université royale de Norvège te Chris-

tiania, 9 Mei 1888; 6^{0}. den Secretaris van de Société impériale des Naturalistes te Moscou, 4 Maart 1889; 7^{0}. A. Liversidge, Secretaris van de royal Society of N. S. Wales te Sydney, 10 Januari 1889; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1^{0}. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 15 Februari 1889; 2^{0}. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 13 Maart 1889; 3^{0}. J. W. R. Tilanus, Secretaris van het Genootschap voor Natuur-, Genees- en Heelkunde te Amsterdam, 18 Maart 1889; 4^{0}. A. D. van Riemsdijk, Utrecht 20 Maart 1889; 5^{0}. de Milloué, Directeur van het Musée Guimet te Parijs, 1889; 6^{0}. L. J. Léger, Onder-Bibliothecaris van de Société Linnéenne de Normandie te Caen, 11 Januari 1889; 7^{0}. M. Gürke, Bibliothecaris van het botanischer Verein der Provinz Brandenburg te Berlijn, 20 Maart 1889; 8^{0}. A. Auwers, Voorzitter van de Commission für die Beobachtung des Venus-Durchgangs, te Berlijn, Februari 1889; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1^{0}. Kennisgeving van Mevr. de Wed. Donders—Hubrecht van het overlijden van haar echtgenoot, wijlen Dr. F. C. Donders, lid der Akademie. — De Voorzitter vindt hierin aanleiding, een woord van warme hulde te wijden aan den grooten geleerde en roemvollen burger van Nederland, die 17 achtereenvolgende jaren als Voorzitter der Akademie werkzaam was en haren glans verhoogde. Zoo veelzijdig als Donder's verdiensten waren op het gebied der wetenschap, zoo menigvuldig ook waren de altijd belangrijke mededeelingen, waarmede hij de zittingen van het hoogste wetenschappelijk lichaam van ons vaderland opluisterde. De naam van Donders zal bij het dankbare nageslacht steeds met hooge onderscheiding genoemd worden, en zijn beeld, als dat van een voortreffelijk dienaar der wetenschap en

edel menschenvriend, onverflauwd in de herinnering blijven voortbestaan van allen, en zeer zeker van alle leden der Akademie, die het voorrecht mochten genieten, met den overledene door banden van vriendschap of genegenheid verbonden te zijn geweest.

2°. Kennisgevingen van het overlijden van de Voorzitters der Akademiën van Wetenschappen van Toskane en Turijn, GIUSEPPE MENEGHINI en ANGELO GENOCCHI.

3°. Een brief van Z. E. den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid, ter begeleiding van eene brochure van den Heer B. P. MOORS te 's Gravenhage, gewijd aan de beschrijving van een door hem uitgevonden natten gasmeter met standvastig watervlak.

4°. Eene missive van den Correspondent der Afdeeling, den Heer J. T. VAN DER STOK te Batavia, ter begeleiding van eene verhandeling voor de Verslagen en Mededeelingen, getiteld: Harmonische analyse der getijden in de Java Zee.

5°. Eene mededeeling van den Heer MAC GILLAVRY, dat hij verhinderd werd de vergadering bij te wonen.

— De Heeren SCHOUTE en BIERENS DE HAAN brengen een gunstig rapport uit over het opstel van den Heer CARDINAAL en stellen voor, het te bestemmen voor de Verslagen en Mededeelingen. — Aldus wordt besloten.

— De Heer KAMERLINGH ONNES leest het 2de en laatste gedeelte van het levensbericht van wijlen het lid der Akademie R. A. MEES, en ontvangt, bij monde van den Voorzitter, den dank der Afdeeling voor de door hem zoo wél volbrachte taak. Het levensbericht zal in het Jaarboek voor 1888 worden opgenomen.

— De Heer FORSTER deelt de uitkomst mede van eenige proeven, in zijn laboratorium genomen door den Heer HUNDER STEWART en FRASER EWMAN, over het voorkomen van bacteriën in het darmkanaal. De eerste vond dat gewone, en de laatste dat typhoide bacteriën, met spijzen in de maag gekomen, later slechts in het laagste gedeelte der dunne en verder

in de dikke darmen terug te vinden zijn. Gewone bacteriën hebben dus geen invloed op het spijsverteeringsproces

— De Heer SCHOUTE bespreekt het teeken van den covariant van HESSE, die bij een gegeven vorm behoort. Met behulp van bekende eigenschappen der poolstelsels en van eenvoudige beschouwingen omtrent bestaanbaarheid toont hij aan, dat deze covariant het negatieve teeken heeft voor die waarden der veranderlijke, die den gegeven vorm nul maken. In het kort is zijn gedachtengang in de volgende woorden samen te vatten.

Zijn de punten A_1, $A_2 \ldots . A_n$ eener willekeurige lijn l de wortelpunten van de vergelijking, die door het nul stellen van den gegeven binairen vorm f verkregen wordt, dan is het eerste poolstelsel van een willekeurig punt P van l als pôol met betrekking tot het stelsel der punten A bepaald door de voorwaarde $\sum_1^n \frac{P A_i}{X A_i} = 0$, terwijl men door van deze $n - 1$ punten X als stelsel van gegeven punten uit te gaan tot hoogere poolstelsels opklimmen kan.

Zijn de wortels van de vergelijking $f = 0$ en dus ook de punten A bestaanbaar en verschillend, dan is dit ook het geval met de $n - 1$ punten X van elk eerste poolstelsel. Wordt nl. de lijn l door de in volgorde genomen punten A verdeeld in de n segmenten

$$A_1 A_2 = s_1, A_2 A_3 = s_2, \ldots . A_{n-1} A_n = s_{n-1}, A_n \infty A_1 = s_n ,$$

waarvan het laatste het oneindig ver gelegen punt insluit, dan zal elk dier segmenten een der punten X bevatten, uitgenomen het segment, waarop de pool ligt. Want de vorm

$$\sum_{i=1}^{i=n} P A_i . X A_1 . X A_2 \ldots . X A_{i-1} . X A_i \ldots . X A_n,$$

dien men verkrijgt door het eerste lid der voorwaardevergelijking met het product der noemers $X A_i$ te vermenigvuldigen, herleidt zich, als men voor X achtereenvolgens de uiteinden A_j en A_{j+1} van het segment s_j in de plaats stelt, tot de enkele termen

$$P A_j . \quad A_j A_1 . \; A_j A_2 \ldots \; A_j A_{j-1} . A_j A_{j+1} . \; A_j A_{i+1} \ldots \; A_j A_{n}$$
$$P A_{j+1} . A_{j+1} A_1 . A_{j+1} A_2 \ldots A_{j+1} A_{j-1} . A_{j+1} A_j . A_{j+1} A_{j+2} \ldots A_{j+1} A_n .$$

En deze twee termen hebben tegengestelde teekens als $P A_j$ en $P A_{j+1}$ hetzelfde teeken hebben en P dus niet op s_j ligt, omdat ze de tegengestelde factoren $A_j A_{j+1}$ en $A_{j+1} A_j$ bevatten en de overige overeenkomstige factoren A_j A_k en A_{j+1} A_k in beide hetzelfde teeken hebben. Dus wordt de bedoelde vorm nul voor een tusschen A_j en A_{j+1} gelegen punt. Zoo blijkt, dat alle segmenten s_j een punt X bevatten, uitgenomen het segment waarop P ligt. En valt P met een der punten A samen, dan maakt dit punt A deel uit van het eerste poolstelsel en zijn de $n—2$ andere punten gelijkelijk verdeeld over de $n—2$ segmenten s, waarvan dit punt A geen grenspunt is.

Uit bovenstaande stelling, die de projectivische uitbreiding vormt van het bekende theorema van Rolle, volgt onmiddellijk, dat een puntstelsel A van louter bestaanbare en van elkaar verschillende punten geen eerste poolstelsel toelaat, waarvan twee punten samenvallen. En dit bewijst dan verder, dat er geen tweede, geen derde... geen $n-2^{de}$ poolstelsel met twee samenvallende punten te vinden is.

Onder den covariant van Hesse, die bij f behoort, verstaat men den van de coëfficienten van f afhangenden vorm, die nul gesteld de punten doet kennen, waarvan de $n—2^{de}$ poolstelsels, d. w. z. de poolpuntenparen, uit dubbelgetelde punten bestaan. Er is dus bewezen, dat bij een binairen vorm f met louter bestaanbare en verschillende wortels een covariant van Hesse behoort, die nul gesteld een vergelijking met louter onbestaanbare wortels oplevert; deze vorm φ kan dus niet van teeken veranderen als de veranderlijke achtereenvolgens alle mogelijke waarden doorloopt. Het teeken van dien vorm, dat van diens nadere bepaling afhankelijk is, mag voorloopig het *oorspronkelijke* heeten.

Onderstelt men, dat de coëfficienten van f een vloeiende verandering ondergaan en deze vorm hierdoor geleidelijk overgaat in een anderen vorm f' met paren onbestaanbare wortels, dan kan men zonder aan de algemeenheid te kort te doen aan deze verandering twee beperkingen stellen. Men

kan eerstens aannemen, dat daarbij het gelijk worden van twee bestaanbare wortels deze bij voortzetting van het proces onmiddellijk onbestaanbaar doet worden en omgekeerd onbestaanbare wortels niet weer tot den bestaanbaren toestand terugkeeren. En ten tweede kan men er zorg voor dragen, dat f niet door een tusschentoestand passeert, waarbij het punt, waarvoor φ oneindig wordt, er deel van uitmaakt. Het bewijs, dat deze beide beperkende voorwaarden de algemeenheid niet schaden, volgt onmiddellijk uit de voorstelling der onbestaanbare punten eener lijn in het platte vlak.

Gaat φ in den loop van het aangeduide proces in φ' over, dan kan bewezen worden, dat φ' voor de waarden der veranderlijke, die met de bestaanbare wortels van f' overeenkomen, het oorspronkelijke teeken heeft behouden. Is nl. A'_k een bestaanbaar punt van f', dan moet dit zich geleidelijk uit een punt A_k van f hebben ontwikkeld. En had nu φ' in A'_k het tegengestelde teeken, dan zou de overgang van φ in A_k tot φ' in A'_k door nul heen hebben moeten plaats vinden, omdat de overgang door het oneindige is uitgesloten. Bij den overgang van A_k tot A'_k zou dan een tusschenstand A''_k gepasseerd zijn, waarvoor de waarde van den overeenkomstigen vorm φ'' nul is. Maar dan heeft volgens de bepaling van den covariant van Hesse het punt A''_k met betrekking tot den overeenkomstigen vorm f'' een dubbelgeteld punt tot poolpuntenpaar. En dan moet dit dubbel te tellen punt met A''_k samenvallen, omdat elk poolstelsel van een punt A''_k van het gegeven puntstelsel f'' — en dus ook het $n-2^{de}$ poolstelsel — dit punt A''_k zelf bevatten moet. Wijl nu eindelijk het punt A''_k alleen dan tweemaal behoort tot het $n-2^{de}$ poolstelsel van dit punt, als f'' het punt A''_k tweemaal bevat — in welk geval het ook tweemaal deel uitmaakt van elk der voorgaande poolstelsels van dit punt, — zoo is A''_k een stand van A_k, waarbij dit punt zich met een der andere punten van het stelsel vereenigd heeft, om bij voortzetting van het proces onmiddellijk onbestaanbaar te worden. Dus sluit de onderstelling, dat A'_k bestaanbaar is, den tusschenstand

A''_k uit en heeft φ' in A'_k nog altijd het oorspronkelijke teeken.

Uit het bovenstaande volgt, dat de covariant van HESSE alleen dan voor alle waarden der veranderlijke het tegengestelde teeken hebben kan, als alle wortels van f onbestaanbaar zijn; dit kan dus alleen voorkomen bij een vorm f van even graad.

Wil men eindelijk weten, welk teeken boven het oorspronkelijke genoemd is, dan moet men den covariant φ nader bepalen. Is f een binaire vorm in x_1 en x_2, dan verstaat men er den determinant $\frac{d^2 f}{d x_1^2} \cdot \frac{d^2 f}{d x_2^2} - \left(\frac{d^2 f}{d x_1 \, d x_2}\right)^2$ der tweede differentiaalquotienten onder. In het bijzondere geval $f = x_1 F$, waarbij F weer homogeen in x_1 en x_2 is, is de waarde van φ voor het punt $x_1 = 0$ door een negatief vierkant, nl. $-\left(\frac{d F}{d x_2}\right)^2$ voorgesteld en dus steeds negatief. Bij de algemeen aangenomen bepaling van φ is het oorspronkelijke teeken dus het negatieve, zoowel voor even als oneven n.

De hier verkregen uitkomst omtrent het teeken van φ in de bestaanbare wortelpunten van f is een uitbreiding van een langs geheel anderen weg door Dr. F. GERBALDI uit Rome bewezen stelling (*Rendiconti del circolo matematico di Palermo*, deel III, blz. 22).

— De Heer J. A. C. OUDEMANS doet eene mededeeling over den tegenwoordigen stand der onderzoekingen betreffende de afstanden der vaste sterren tot het zonnestelsel. Die afstanden worden, zoo als bekend is, gevonden door de bepaling der jaarlijksche parallaxis. Van slechts 39 sterren kan men zeggen dat het bedrag dier parallaxis met eenige nauwkeurigheid bepaald is; gedeeltelijk zijn dat zeer heldere sterren, gedeeltelijk sterren met eene groote eigene beweging Spreker vermeldde dat als men deze sterren naar

de helderheid rangschikte, men geen verband hoegenaamd tusschen deze en de parallaxis vond; eene rangschikking naar de eigene beweging geeft het eigenaardig resultaat, dat de parallaxis slechts zeer langzaam met de eigene beweging vermindert.

De bedoelde 39 sterren in 6 groepen verdeelende, en uit de grootten, eigene bewegingen en parallaxen van elke groep het arithmetisch midden nemende, verkrijgt spreker de volgende getallen:

	Gemiddelde grootte.	Gemiddelde eigene beweging.	Gemiddelde Parallaxis.	Aantal sterren.
1e groep	6.3	5″.3	0″.27	7
2e »	4.7	2 .95	0 .25	7
3e »	4.2	1 .5	0 .23	7
4e »	3.1	0 .8	0 .20	6
5e »	1.2	0 .33	0 .17	6
6e »	2.1	0 .03	0 .055	6

Er is hier wel, bij afnemende eigene beweging, ook eene afnemende parallaxis te bespeuren, maar evenredigheid bestaat er niet, en men moet hieruit dus dit resultaat trekken, dat de sterren met de grootste eigene bewegingen deze over het algemeen aan werkelijke snelheid te danken hebben.

Spreker wijst nog op eene bijzonderheid, waarop reeds dikwijls de aandacht gevallen is, dat nl. de sterkste eigene bewegingen aan betrekkelijk zwakke sterren behooren. Door velen wordt dit een vreemd verschijnsel gevonden, doch naar sprekers oordeel niet met het volle recht, omdat men ook moet letten op het gering aantal heldere tegen het groot aantal minder heldere sterren. Heis telde b. v. aan den te Munster zichtbaren hemel, dus van de noordpool tot ongeveer 34° zuider-declinatie: 61 sterren van de eerste en tweede grootte, maar 3974 sterren van de 6e grootte; en Argelander bepaalde in zijne *Durchmusterung*, die zich tot 1° bezuiden den equator uitstrekte, 324198 sterren. Seeliger, te Munchen, heeft de sterren der Bonner Durchmusterung, zoowel der noordelijke als der zuidelijke, laten aftellen, daarbij den hemel verdeelende

in vakken, die eene breedte hadden van 5° of 20^m Rechte klimming en een hoogte van 5° declinatie en daarbij lettende op de verschillende grootten; (*Sitzungsberichte der math. phys. Classe der Kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München*, 8 Nov. 1884 en 3 Juli 1886); van hem de getallen overnemende, doch slechts heele grotteklassen aannemende, vinden wij, uit zijne beide mededeelingen, voor het gedeelte van den hemel, tusschen de noordpool en de parallel van — 23°,

Sterren van de 1e, tot en met de 6e grootte	5385
» » » 7e grootte.	13045
» » » 8e »	45183
» » » 9e »	341023

Men ziet dus, dat reeds de sterren der 7e grootte met tienduizenden aan den hemel zijn, en er dus voor zulk eene ster veel meer kans is, in een of ander bepaald opzicht eene uitzondering te maken, dan voor de sterren van de eerste of tweede grootte, die slechts ten getale van enkele tientallen aan den hemel zijn; en in nog hoogere mate is dit voor de sterren der volgende grootten van kracht.

— De Voorzitter stelt voor, de vergadering der afdeeling in plaats van op 26 April te doen plaats hebben op 20 April, omdat eerstgenoemde datum samenvalt met een der beide dagen van het te Leiden te houden 2de natuur- en geneeskundig Congres. — Aldus wordt besloten.

— Voor de boekerij der Akademie worden aangeboden, 1°. door den Heer Buys-Ballot: Onweders in »Nederland" naar vrijwillige waarnemingen in 1888; deel IX, bewerkt door den Heer Engelenburg, en 2°. door den Heer Martin een brochure, getiteld: »Het eiland Urk, benevens eenige algemeene beschouwingen over de geologie van Nederland".

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

VERSLAG

OVER DE VERHANDELING

VAN DEN HEER **J. CARDINAAL.**

„HET CONSTRUEEREN VAN GEBOGEN OPPERVLAKKEN DOOR MIDDEL VAN VLAKKE DOORSNEDEN."

(Uitgebracht in de Vergadering van 30 Maart 1889.)

De verhandeling van den Heer Cardinaal, die het bovenstaande opschrift draagt, is een vervolg op de verhandeling van denzelfden schrijver, over welke wij in de November-vergadering van het vorige jaar een gunstig rapport hebben uitgebracht, Zij is ontstaan uit de begeerte een toen door ons aangewezen leemte aan te vullen en brengt ons het constantenaantal van elk der daar behandelde soorten van oppervlakken.

Aan de bepaling der bedoelde getallen laat de schrijver het onderzoek voorafgaan naar de wijze, waarop een algemeen oppervlak van den n^{den} graad door vlakke doorsneden kan worden bepaald. Daarbij blijkt, dat deze bepaling de kennis van n vlakke doorsneden en een buiten deze gelegen punt van het oppervlak vereischt. En op zijn beurt hangt het aantal der punten, die een vlakke doorsnee doen kennen, van het aantal der reeds bekende vlakke doorsneden af. Terwijl de eerste vlakke doorsnee bepaald is door $\frac{1}{2}\, n\, (n + 3)$ punten, wordt de p^{de} door $\frac{1}{2}\, (n - p + 2)\, (n - p + 3)$ nieuwe punten bepaald en verkrijgt men dus in deze getallen de termen eener rekenkundige reeks van de tweede orde, als

men het op zich zelf staande punt bij de $\frac{1}{2} n (n + 3)$ punten van de eerste vlakke doorsnee telt. Van deze reeks stemt de som behoorlijk overeen met het bekende aantal $\frac{1}{6} (n + 1) (n + 2) (n + 3) - 1$ der punten, die een oppervlak van den n^{den} graad bepalen.

Vervolgens wijst de Heer Cardinaal de vereenvoudigingen aan, die zich voordoen als het te bepalen oppervlak een scheef oppervlak is. Dan is vooreest het aantal punten, dat elk der vlakke doorsneden bepaalt, minder dan boven is opgegeven, omdat elk scheef oppervlak van den n^{den} graad een dubbelkromme heeft minstens van den $n - 2^{den}$ graad. Ten tweede is het aantal vlakke doorsneden, dat men kennen moet, nu niet n maar hoogstens drie, omdat drie richtkrommen de beweging der beschrijvende lijn geleiden. En ten derde kan de bekende constructie van het oppervlak dit aantal in sommige gevallen nog meer doen afnemen. Het eerstgenoemde dezer drie punten wordt nader uitgewerkt met betrekking tot de vlakke krommen van den vierden graad.

Ten slotte gaat de schrijver over tot de toepassing op de scheeve oppervlakken van den vierden graad. In verband met de vroeger door hem gevonden constructie dier oppervlakken blijkt dan, dat men hier volstaan kan met het aannemen van een enkele vlakke doorsnee en van de punten der dubbelkromme gelegen in een tweede vlak. Dit voert dan onmiddellijk tot de verlangde uitkomsten, die op een eenvoudige wijs blijken samen te hangen met de door Salmon langs analytischen weg verkregene vergelijkingen der oppervlakken.

Het komt ons voor, dat deze tweede verhandeling van den Heer Cardinaal een belangrijke aanvulling vormt van de eerste. We hebben dus de eer U voor te stellen haar in de Verslagen en Mededeelingen op te nemen.

Groningen en *Leiden*, 22 Maart.

P. H. SCHOUTE.
D. BIERENS DE HAAN.

HET CONSTRUEEREN

VAN

GEBOGEN OPPERVLAKKEN DOOR MIDDEL VAN VLAKKE DOORSNEDEN.

DOOR

J. CARDINAAL.

1. Het doel van deze verhandeling is het bepalen van het aantal voorwaarden, vereischt om een gebogen oppervlak te construeeren door opvolgende vlakke doorsneden, en het maken eener bijzondere toepassing van de gevonden methode op de scheeve oppervlakken van de vierde orde. Daardoor sluit zij zich bij de vroegere verhandeling over de meetkundige theorie van de scheeve oppervlakken van de vierde orde aan.

2. Zooals bekend is, is het construeeren van oppervlakken door aanname van een voldoend aantal geheel willekeurige punten zeer bezwaarlijk. Reeds het construeeren van een oppervlak van den tweeden graad door aanname van 9 zoodanige punten is zeer ingewikkeld, alhoewel lineair uitvoerbaar. Het kan daarom van belang zijn, na te gaan, hoeveel willekeurige punten men aan moet nemen, om de constructie van een gebogen oppervlak onder die vereenvoudigde aanname te volvoeren. Dit vraagstuk splitst zich blijkbaar in twee onderdeelen t. w.

a. Hoeveel vlakke doorsneden moet men van een gebogen oppervlak kennen, opdat het geheel bepaald zij.

b. Hoeveel punten moet men van elke doorsnede aannemen, opdat deze doorsnede bepaald zij.

Hierbij wordt bekend ondersteld, dat het aantal willekeurig gelegen punten, noodig ter bepaling eener vlakke

kromme van de n^{de} orde zonder bijzondere punten gelijk is aan:

$$\tfrac{1}{2}(n+2)(n+1)-1.$$

Van het oppervlak wordt verder ondersteld, dat het geene dubbelpunten of dubbelkrommen bezit, zoodat geene der vlakke doorsneden bijzondere punten heeft.

3. *a.* Ter bepaling van een oppervlak van de n^{de} orde O^n is het noodzakelijk en voldoende, dat $n+1$ vlakke doorsneden volkomen bekend zijn.

Men stelle namelijk, dat n vlakke doorsneden van O volkomen bekend zijn. Men legge verder een snijvlak α_{n+1}; dit vlak snijdt elk der n doorsneden in n punten, gelegen op de n rechte lijnen, volgens welke de opvolgende snijvlakken $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots, \alpha^n$ door α_{n+1} gesneden worden; van de doorsnede c^n_{n+1}, in α_{n+1} gelegen, zijn dus n^2 punten bekend, 't geen voor $n > 3$ meer is dan het vereischte aantal. Deze n lijnen, als een geheel beschouwd, vormen evenwel een bijzonder geval van eene kromme van de n^{de} orde; c^n_{n+1} is dus door deze n^2 punten onvolledig bepaald; de punten zijn de basispunten van een' bundel krommen van de n^{de} orde; eerst wanneer men nog een punt P aanneemt, wordt c^n_{n+1} volkomen bekend. Laat men het vlak α_{n+1} door P bewegen, dan zal, voor elken stand van α_{n+1}, er op dezelfde wijze eene doorsnede construeerbaar zijn; het oppervlak O^n wordt dus nu volledig bekend. Hieruit volgt de vooropgezette stelling.

4. *b.* Bij het bepalen van het aantal punten, noodig ter constructie van de opvolgende vlakke doorsneden, moeten de volgende regels in het oog worden gehouden.

Alleen de eerste doorsnede $c_1{}^n$ is gegeven door

$$\tfrac{1}{2}(n+2)(n+1)-1$$

punten. Voor de volgende doorsneden ondergaat het aantal punten, dat men aannemen kan, eene vermindering als gevolg van het feit, dat een snijvlak elk der voorgaande krommen in n punten snijdt.

Bij de constructie van de doorsnede c^n_p in α_p moet men rekening houden met de mogelijkheid, dat, bij aanname van

$\frac{1}{2}(n+2)(n+1)-1-(p-1)n$ punten, er, in plaats van eene kromme c_p^n van de n^{de} orde, twee krommen van lagere orde zouden kunnen geconstrueerd worden.

De laatste opmerking voert tot de volgende onderzoeking. Heeft men α_p gelegd, dan ontstaan er in α_p een aantal rechte lijnen $= p - 1$; alzoo kan men beginnen met aan te nemen:

$$\frac{1}{2}(n+2)(n+1)-1-(p-1)n \text{ punten.}$$

Van deze punten moet nu worden nagegaan, of er eene kromme van de orde $n - p + 1$ door gebracht kan worden.

Het aantal hiertoe vereischte punten is:

$$\frac{1}{2}(n-p+3)(n-p+2)-1.$$

Het eerste aantal kan door omschrijving met het laatste vergeleken worden; men heeft nl.:

$$\frac{1}{2}(n+2)(n+1)-1-(p-1)n = \frac{1}{2}(n^2+5n-2pn) =$$
$$\frac{1}{2}\{(n-p)^2+5(n-p)+6-(p-3)(p-2)\} =$$
$$= \frac{1}{2}(n-p+3)(n-p+2) - \frac{1}{2}(p-2)(p-3).$$

Wanneer $\frac{1}{2}(p-2)(p-3) >= 1$ is zal men door het aannemen van $\frac{1}{2}(n+2)(n+1)-1-(p-1)n$ punten de kromme c_p^n dus niet volkomen bepalen. Hieruit volgt:

Wanneer men een gebogen oppervlak O^n door vlakke doorsneden wil construeeren, dan kan men in de eerste drie doorsneden een aantal punten aannemen overeenkomende met:

$$\frac{1}{2}(n+2)(n+1)-1$$
$$\frac{1}{2}(n+2)(n+1)-1-n$$
$$\frac{1}{2}(n+2)(n+1)-1-2n.$$

Bij de volgende doorsneden zal evenwel dit aantal punten niet voldoende zijn om de doorsnede te bepalen. Men zal dus dienen na te gaan, hoeveel punten men aan moet nemen in de p^{de} doorsnede, wanneer $p > 3$ en $< n+1$ is.

Uit het voorgaande blijkt, dat men een bundel krommen van de n^{de} orde in α_p kan construeeren, zoolang men slechts $\frac{1}{2}(n-p+3)(n-p+2)-1$ punten heeft. Neemt men

nog één punt daarbij aan, dan wordt eene kromme van den bundel bepaald, hieruit volgt:

Het totaal aantal toe te voegen punten in het p^{de} snijvlak bedraagt $\frac{1}{2}(n-p+3)(n-p+2)$.

Daar $p > 3$ is, zal men slechts de eerste drie vlakke doorsneden afzonderlijk hebben te beschouwen.

In het vlak α_1 neemt men aan:

$$\tfrac{1}{2}(n+2)(n+1)-1 \text{ punten.}$$

In het vlak α_2 neemt men aan:

$$\tfrac{1}{2}(n+2)(n+1)-1-n=\tfrac{1}{2}(n+1)\,n \text{ punten.}$$

In het vlak α_3 neemt men aan:

$$\tfrac{1}{2}(n+2)(n+1)-1-2n=\tfrac{1}{2}\,n\,(n-1) \text{ punten.}$$

Daar voor $\alpha_4 \ldots . \alpha_{n+1}$ het aantal punten door de boven gevonden betrekking aangeduid wordt, kan men de volgende tabel opstellen:

Snijvlak.	Aantal punten.
α_1	$\frac{1}{2}(n+2)(n+1)-1$
α_2	$\frac{1}{2}(n+1)\,n$
α_3	$\frac{1}{2}\,n\,(n-1)$
α_4	$\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$
|	|
α_p	$\frac{1}{2}(n-p+3)(n-p+2)$
|	|
α_n	$\frac{1}{2}\times 3\times 2$
α_{n+1}	$\frac{1}{2}\times 2\times 1$

5. Door optelling kan men het geheel aantal punten bepalen, noodig ter constructie van het oppervlak. Daartoe schrijve men de gevondene getallen aldus:

$$N(n)=\tfrac{1}{2}\{1.2+2.3+\ldots(n-p+3)(n-p+2)\ldots(n-1)(n-2)+ n\,(n-1)+(n+1)\,n+(n+2)(n+1)\}-1$$

als n oneven is kan men hiervoor schrijven:

$$N(n)=\tfrac{1}{2}\{2.\,2^2+2.\,4^2+2.\,6^2+\ldots 2\,(n-3)^2+ +2\,(n-1)^2+2\,(n+1)^2\}-1$$

$$N(n)=2^2+4^2+6^2+\ldots(n-3)^2+(n-1)^2+(n+1)^2-1.$$

Deze reeks is eene rekenkundige reeks van de tweede orde de som harer termen is dus, daar zij $\frac{1}{2}(n+1)$ termen heeft

$$N(n) = \frac{\frac{1}{2}(n+1)}{1.} \,.\, 2^2 + \frac{\frac{1}{2}(n+1)\,.\,\frac{1}{2}(n-1)}{1.\;\;2.} \,.\, 12 +$$
$$+ \frac{\frac{1}{2}(n+1)\,.\,\frac{1}{2}(n-1)\,.\,\frac{1}{2}(n-3)}{1.\;\;2.\;\;3.} \,.\, 8 - 1.$$

Herleidende:

$$N(n) = \tfrac{1}{6}(n+1)\{12 + 9(n-1) + (n-1)(n-3)\} - 1 =$$
$$= \tfrac{1}{6}(n+1)(n+2)(n+3) - 1.$$

Als n even is wordt de som:

$$N(n) = 2^2 + 4^4 + 6^3 + \ldots (n-2)^2 + n^2 + \tfrac{1}{2}(n+2)(n+1) - 1$$
$$N(n) = \tfrac{1}{6}\, n\,(n+1)(n+2) + \tfrac{1}{2}(n+2)(n+1) - 1 =$$
$$= \tfrac{1}{6}(n+1)(n+2)(n+3) - 1.$$

Men ziet dus, dat in beide gevallen het gevonden aantal een minder is dan het aantal termen van de algemeene homogene vergelijking van den n^{den} graad met vier veranderlijken, zooals volgens de analytische meetkunde dan ook het geval moet zijn.

Berekent men op deze wijze het aantal punten noodig ter constructie van oppervlakken van de orde 1 tot 6, dan verkrijgt men de onderstaande uitkomsten:

Orde.	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	Totaal.
1	2	1						3
2	5	3	1					9
3	9	6	3	1				19
4	14	10	6	3	1			34
5	20	15	10	6	3	1		55
6	27	21	15	10	6	3	1	83

6. Bovenstaande lijst geeft aan, hoeveel doorsneden men moet construeeren en hoeveel punten in elke doorsnede aannemen, wanneer een algemeen oppervlak van de n^{de} orde moet worden geconstrueerd. Zoodra men scheeve oppervlakken heeft te construeeren, treden evenwel vereenvoudigingen in. Deze zijn:

a. Bij elke doorsnede wordt het aantal punten, noodig tot hare constructie, met een zeker aantal verminderd, ten gevolge van het feit, dat de doorsnede dubbelpunten of een drievoudig punt bezit.

b. Het oppervlak is volkomen construeerbaar, zoodra men, door middel van vlakke doorsneden, zooveel elementen heeft bepaald, dat de beweging, die de beschrijvende lijnen moeten maken om het oppervlak te doen ontstaan, volkomen bepaald is. De vraag wordt dus nu, hoeveel punten er noodig zijn, om tot de richtlijnen te geraken.

7. Alvorens over te gaan tot de bepaling van het aantal punten, vereischt om een scheef oppervlak van de vierde orde door middel van vlakke doorsneden te construeeren, is het wenschelijk eenige beginselen voorop te stellen, die bij het construeeren van krommen van de vierde orde toegepast zullen worden. Deze zijn:

a. Een algemeene kromme van de vierde orde is bepaald door 14 punten. Het aantal aan te nemen punten ondergaat eene vermindering, wanneer de kromme bijzondere punten bezit, en wel op de volgende wijze.

Bezit de kromme een dubbelpunt, dan is zij door 13 punten bepaald; de 14de voorwaarde wordt dan niet gegeven in den vorm van een punt, maar in dien van den eisch, dat de kromme een dubbelpunt bezitten moet. Deze bepaling laat evenwel de mogelijkheid toe, dat er meerdere krommen met dubbelpunten door het gegeven aantal gelegd kunnen worden; bij eene kromme van de vierde orde met dubbelpunt bedraagt dit aantal 27 *).

---

*) Dit getal, zoowel als de volgende zijn ontleend aan Dr. H. Schubert, *Kalkül der abzählenden Geometrie.* (Leipzig 1879) § 26 pag. 184—187.

Zoo zal eene kromme van de vierde orde met 2 dubbelpunten bepaald zijn door 12 punten, eene met drie dubbelpunten door 11 punten; in het eerste geval kunnen er 225, in het tweede 620 van de gevraagde krommen door heen gelegd worden.

b. Wanneer eene kromme van de vierde orde een drievoudig punt bezit, dan is zij door 10 punten bepaald. Het drievoudig punt stelt, behalve het aanwezig zijn, van drie dubbelpunten, nog den eisch, dat deze een oneindig kleinen driehoek vormen.

Door deze 10 punten kan men 60 zoodanige krommen van de vierde orde leggen.

c. Wanneer eene kromme van de vierde orde een dubbelknoop bezitten moet, is zij door 11 punten bepaald. De dubbelknoop stelt, behalve het aanwezig zijn van twee dubbelpunten, nog den eisch, dat deze te zamenvallen, zoodat het aantal bepalende punten met drie verminderd wordt.

d. Daar bij scheeve oppervlakken de vlakke doorsnede steeds bijzondere punten heeft, zoo is het noodig na te gaan, met hoeveel voorwaarden het aannemen van dubbele of drievoudige punten gelijkstaat.

Laat van eene kromme van de vierde orde vooraf niet bekend zijn, dat zij bijzondere punten heeft. Neemt men nu een dubbelpunt aan, dan bepaalt men: 1°. de bijzonderheid, dat er een dubbelpunt is, 2°. twee samenvallende punten; alzoo blijven er nog 11 willekeurig aan te nemen punten over.

Onder dezelfde voorwaarde staat een dubbelknoop gelijk met 5 niet bijzondere punten. Men denke, om dit toe te lichten, dat men twee dubbelpunten heeft aangenomen; volgens het voorgaande vertegenwoordigen deze 6 voorwaarden; daarmede is tevens de verbindingslijn dier beide punteu gegeven. Gaan de beide dubbelpunten over in een dubbelknoop, dan wordt deze verbindingslijn de raaklijn aan dit bijzondere punt; een dubbelknoop met raaklijn vertegenwoordigt alzoo 6, een dubbelknoop alleen 5 voorwaarden. Op dezelfde wijze vertegenwoordigt een drievoudig punt 6 punten. Om ook dit toe te lichten, denke men zich drie dubbelpunten aangenomen; deze staan gelijk met 9 voor-

waarden; de verbindingslijnen dezer drie punten zijn dan tevens bekend. Vallen de drie dubbelpunten tot een drievoudig punt te zamen, dan worden de verbindingslijnen de drie raaklijnen; een drievoudig punt met zijne drie raaklijnen staat dus gelijk met 9 voorwaarden; voor het drievoudig punt zelf blijven er alzoo 6 over.

e. Is evenwel van eene kromme vooraf bekend, dat zij een of meer bijzondere punten heeft, dan vertegenwoordigt elk bijzonder punt een aantal punten, gelijk aan het voorgaande getal, verminderd met het aantal voorwaarden, besloten in het feit, dat de kromme de bijzondere punten bezit. Zoo vertegenwoordigt in eene kromme met dubbelpunten elk dubbelpunt $3 - 1 = 2$ gegevens, dewijl, door het feit, dat de kromme dubbelpunten bezit, er voor elk dezer punten reeds ééne voorwaarde vastgesteld is; een dubbelknoop vertegenwoordigt om dezelfde reden $5 - 3 = 2$ voorwaarden en eveneens een drievoudig punt $6 - 4 = 2$ voorwaarden.

Ter nadere opheldering kan men de hier vooropgezette beginselen toetsen aan eene kromme van de vierde orde met vier dubbelpunten, welke, gelijk bekend is, in twee kegelsneden overgaat.

Daar de algemeene kromme van de vierde orde door 14 punten bepaald is, wordt het aantal bepalende punten $14 - 4 = 10$; twee kegelsneden zijn dus door 10 punten bepaald. Van deze kegelsneden vertegenwoordigt elk dubbelpunt (hier tevens snijpunt) 2 voorwaarden; twee kegelsneden zijn dus bepaald door de vier snijpunten en 2 niet bijzondere punten.

Bezit eene kromme van de vierde orde 2 dubbelpunten en een dubbelknoop, dan gaat zij over in twee kegelsneden, die elkander in een punt raken. Het aantal bepalende punten moet nu zijn $14 - 2 - 3 = 9$. De eerste kegelsnede wordt door 5 punten bepaald, de tweede door 4, daar zij aan de eerste raken moet. Neemt men de bijzondere punten aan, dan vertegenwoordigen het raakpunt en de snijpunten ieder 2 voorwaarden; er blijven dus nog 3 voorwaarden over. De eerste kegelsnede wordt geconstrueerd door de 3

bijzondere punten en 2 der andere punten, de tweede is bepaald door de drie bijzondere punten, de raaklijn aan het raakpunt van beide kegelsneden en het derde niet bijzondere punt.

Bezit eene kromme van de vierde orde 2 dubbelpunten en een drievoudig punt, dan gaat zij over in eene kegelsnede met twee elkaar snijdende lijnen, welker snijpunt in de kegelsnede gelegen is. Het aantal bepalende punten moet nu zijn: $14 - 2 - 4 = 8$. Door 4 der punten legt men de twee elkaar snijdende lijnen; de kegelsnede kan dan geconstrueerd worden door de 4 overige punten en het snijpunt der twee lijnen. Neemt men het drievoudig punt aan, dan blijven er nog 6 bepalende punten over; door vier punten en dit drievoudig punt kan men de kegelsnede leggen; de twee lijnen verkrijgt men door het drievoudig punt met de twee andere punten te verbinden. Het drievoudig punt telt dus als 2 voorwaarden.

8. Alsnu overgaande tot de scheeve oppervlakken van de vierde orde, trachte men op te sporen het aantal punten, in vlakke doorsneden gelegen, vereischt tot de constructie van ieder dezer oppervlakken en verdeele dit groepsgewijze, overeenkomstig de indeeling bij de aangehaalde verhandeling.

Eerste groep, geval A. Het eerste snijvlak α_1 snijdt het scheeve oppervlak R^4 in eene kromme van de vierde orde c_1^4 met twee dubbelpunten; zij is dus bepaald door 12 punten (7 *a*). Men brenge nu het tweede snijvlak α_2 aan; dit heeft met c_1^4 gemeen vier punten, terwijl buitendien c_2^4 eveneens aan de voorwaarde voldoen moet twee dubbelpunten te bezitten Neemt men deze aan, dan zal het oppervlak R^4 volkomen bepaald zijn. Men denke zich namelijk in α_1 de projectieve kegelsnedenbundels, die c_1^4 doen ontstaan, geconstrueerd; door elk dezer kegelsneden wordt met de beide nu bekende dubbellijnen een oppervlak der bundels oppervlakken van de tweede orde, die R^4 doen ontstaan bepaald; alle oppervlakken en dus ook R^4 worden alzoo bekend. De dubbelpunten vertegenwoordigen ieder twee voorwaarden (7 *e*) alzoo zijn er in het geheel aangenomen

$$12 + 2 + 2 = 16 \text{ punten.}$$

In plaats van de doorsnede c_2^4 in den hier aangegeven algemeenen stand aan te nemen, kan men aan α_2 ook bijzondere standen geven. Laten de dubbelpunten van c_1^4 D_1 en D_2 genoemd worden en zij α_2 door D_1 D_2 gebracht, dan zijn van c_2^4 de beide dubbelpunten bekend. Trekt men nu in α_2, zoowel door D_1 als door D_2, de beide raaklijnen der te construeeren kromme c_2^4, en legt men vlakken door een raaklijnenpaar, door eenzelfde punt in verschillende vlakken getrokken, dan zijn door de snijlijnen dier vlakken de dubbellijnen bepaald en hierdoor het geheele oppervlak. Deze vier raaklijnen voegen aan de eerste 12 voorwaarden 4 nieuwe toe; alzoo heeft men in het geheel 16 punten aangenomen.

9. Eerste Groep, geval *B*. Dit geval onderscheidt zich alleen van het voorgaande doordat, zoowel de doorsnede c_1^4 als c_2^4 twee toegevoegd imaginaire dubbelpunten heeft; zij worden gegeven als dubbelpunten van elliptische punteninvolutiën. Dit oppervlak wordt dus evenals het voorgaande door 16 punten bepaald.

10. Eerste Groep, geval *C*. Het vlak α_1 zal het oppervlak R^4 snijden in eene kromme c_1^4, welke een' dubbelknoop bezit; c_1^4 zal dus bepaald zijn door 11 punten (7*c*). Legt man α_2 op de boven beschreven eerste wijze, dan moet de nieuwe doorsnede c_2^4 wederom een' dubbelknoop bezitten; neemt men dezen aan, dan zijn er 2 nieuwe voorwaarden ingevoerd (7*e*) en de dubbele knooplijn *d* kan getrokken worden. Er moet nu worden nagegaan, hoeveel punten men van c_2^4 nog zal moeten aannemen opdat de twee projectieve oppervlakkenbundels, die R^4 doen ontstaan, bekend zijn. Men construeere daartoe de projectieve bundels kegelsneden, die c_1^4 doen ontstaan; deze beide bundels hebben als gemeenschappelijke basiselementen den dubbelknoop van c_1^4 en de raaklijn daaraan, de overige twee basispunten van den eersten bundel zijn willekeurig op c_1^4 te nemen; dit zelfde is nog het geval met het derde der basispunten van den tweeden bundel, terwijl het vierde door de overige drie bepaald wordt. Men onderstelle nu een paar homologe kegel-

sneden der bundels; deze snijden elkander in nog twee punten P en Q van c_1^4; ware c_2^4 geconstrueerd, dan moesten de oppervlakken van de tweede orde, tot welke de aangenomene kegelsneden behooren, α_2 snijden in twee kegelsneden, die elkander ontmoeten in twee punten P' en Q' van c_2^4, welke nog buitendien zoodanig gelegen moeten zijn, dat PP' en QQ' beiden de dubbelknooplijn ontmoeten. Men neme nu van c_2^4 aan de raaklijn t in den dubbelknoop en een punt A', legge een vlak β door d en A'; dit snijdt c_1^4 volgens twee punten A en B, die weder een punt B' van c_2^4 doen ontstaan. Men kieze nu B als een der basispunten van den eersten kegelsnedenbundel in α_1 en A' als een basispunt van den overeenkomstigen bundel in α_2, en legge eene kegelsnede c_1^2 in α_1; dan is de overeenkomstige kegelsnede c_2^2 in α_2 bepaald, want zij ligt met c_1^2 op een oppervlak van de tweede orde, bevattende c_1^2 als vlakke doorsnede, d als beschrijvende lijn, de raaklijn t als raaklijn en het punt A'. Met c_1^2 is in α_1 homoloog eene kegelsnede d_1^2 die haar in de punten P en Q van c_1^4 snijdt; het vlak $P\,d$ snijdt de overeenkomstige kegelsnede in α_2 in P', het vlak $Q\,d$ doet op dezelfde wijze het punt Q' ontstaan, en de met c_2^2 homologe kegelsnede is bepaald door P', Q', den dubbelknoop met de raaklijn t, terwijl zij met d_1^2 op een oppervlak van de tweede orde ligt. Daar dit bij elke kegelsnede herhaald kan worden, is c_2^4 dus door de aanname van t en A' volkomen bekend en insgelijks het oppervlak R^4. Het aantal aangenomen punten bedraagt dus:

$$11 + 2 + 1 + 1 = 15 \text{ punten.}$$

12. Tweede Groep, geval A. Het vlak α_1 snijdt het oppervlak R^4 volgens eene kromme c_1^4 van de vierde orde met drie dubbelpunten D_1, D_2, D_3. Deze kromme is dus bepaald door 11 punten.

Het vlak α_1 snijdt c_1^4 in vier punten; neemt men van de nieuwe kromme c_2^4 nog de drie dubbelpunten aan, dan is de dubbelkromme, welke eene scheeve kromme van de derde orde is bekend. Het oppervlak R^4 is nu bepaald, want de kegelsnedenbundels, die c_1^4 doen ontstaan hebben

als gemeenschappelijke basispunten D_1, D_2, D_3; met de geconstrueerde scheeve kromme van de derde orde bepaalt dus elke kegelsnede een oppervlak van de tweede orde en de oppervlakkenbundels zijn bekend. Daar elk der drie dubbelpunten van $c_2{}^4$ twee voorwaarden vertegenwoordigt, zoo heeft men in het geheel ter bepaling aangenomen:

$$11 + 3 \times 2 = 17 \text{ punten.}$$

Wil men aan α_2 een bijzonderen stand geven, dan kan men dit vlak leggen door $D_1 D_2$, en, even als dit bij de vorige groep geschied is, door D_1 zoowel als door D_2, twee raaklijnen in α_2 trekken. Wederom vlakken leggende door een raaklijnenpaar, door een zelfde punt in verschillende vlakken getrokken, worden de raaklijnen aan de dubbelkromme, door D_1 en D_2 gaande, bekend; de dubbelkromme, en daardoor R^4, wordt dus geheel bepaald, zoo men nog een dubbelpunt in α_2 aanneemt. Daar elk der raaklijnen weder eene voorwaarde vertegenwoordigt, heeft men als boven:

$$11 + 2 \times 2 + 2 = 17 \text{ punten.}$$

12 Tweede Groep, geval *B*. De doorsnede $c_1{}^4$ is als in geval *A* bepaald door 11 punten.

Van de kromme $c_2{}^4$ kan men 2 dubbelpunten willekeurig aannemen; het derde dubbelpunt moet evenwel aan de voorwaarde voldoen in één vlak te liggen met twee dubbelpunten van $c_1{}^4$ en een van $c_2{}^4$; het ligt dus in de snijlijn van dit vlak met α_2; hierdoor vertegenwoordigt dit derde dubbelpunt slechts éene voorwaarde; het aantal aan te nemen punten bedraagt dus:

$$11 + 2 \times 2 + 1 = 16 \text{ punten.}$$

Om dit nog nader door bijzondere standen van α_2 op te helderen, onderstelle men, dat van de dubbelpunten D_1 en D_2 op de dubbelkegelsnede en D_3 op de dubbele rechte lijn liggen. Legt men dan in de eerste plaats α_2 door D_1 en D_3 en trekt men in α_2 de beide raaklijnen in elk dezer punten, dan worden, als vroeger, de raaklijnen

aan de dubbelkromme in D_1 en D_3 bekend. Daar D_3 evenwel op de dubbellijn d ligt, zoo is d zelve bekend; tevens is de raaklijn door D_1 der dubbelkegelsnede bepaald en daar D_2 een harer punten is, is haar vlak δ te construeeren. Van de dubbelkegelsnede is nu bekend D_1, de raaklijn door D_1, D_2 en het snijpunt van d met δ; het nog aan te nemen dubbelpunt van $c_2{}^4$ ligt in de snijlijn van α_2 met δ, en vertegenwoordigt eene voorwaarde; er zijn dus ook nu aangenomen:

$$11 + 2 \times 2 + 1 = 16 \text{ punten.}$$

Legt men, om nog een bijzonderen stand van α_2 te onderzoeken, dit vlak door $D_1 D_2$, dan kan men in α_2 aan D_1 het raaklijnenpaar trekken; de raaklijn aan de dubbelkegelsnede wordt dan weder bekend. Trekt men een der raaklijnen aan D_2 in α_2, dan wordt een vlak construeerbaar, rakende aan de dubbelkromme in dit punt; dit vlak snijdt de aan D_1 geconstrueerde raaklijn, in een punt P; de lijn $P D_2$ is eene tweede raaklijn aan de dubbelkegelsnede, van welke nu bekend zijn twee raaklijnen met de daarop liggende raakpunten. Nog een dubbelpunt van $c_2{}^4$ in α_2 nemende, kan men de dubbellijn d trekken; zij snijdt het vlak δ in een punt der nu geheel bekende kegelsnede. Het oppervlak is nu construeerbaar en men heeft daarvan aangenomen:

$$11 + 2 + 1 + 2 = 16 \text{ punten.}$$

13. Tweede Groep, geval C en D. Daar het eenige verschil van deze twee gevallen bestaat in de bestaanbaarheid of onbestaanbaarheid der elkander kruisende dubbellijnen, kan men ze gezamenlijk in behandeling nemen.

De doorsnede $c_1{}^4$ is weder door 11 punten bepaald. Voor de kromme $c_2{}^4$ kan men twee dubbelpunten willekeurig nemen, hiermede zijn de kruisend gelegen dubbellijnen bepaald: door het derde dubbelpunt in α_1 kan men dan de derde dubbellijn trekken en het oppervlak is construeerbaar; het verband tusschen dit oppervlak en die der eerste groep blijkt ook nu weder duidelijk. Het aantal bepalende punten is dus nu:

$$11 + 2 \times 2 = 15 \text{ punten.}$$

Voor bijzondere standen van α_2 wordt verwezen naar het eerste geval der eerste groep.

14. Tweede Groep, geval *E*. De kromme $c_1{}^4$ bezit een dubbelpunt en eenen dubbelknoop; dit staat gelijk met 4 voorwaarden; zij moet dus bepaald zijn door 10 punten.

De doorsnede $c_2{}^4$ zal, evenals bij het geval *C* der eerste groep, bepaald zijn, zoodra gegeven zijn de dubbelknoop, de raaklijn daaraan en een punt, 't zij dit een gewoon punt of een dubbelpunt zij, daar ook het dubbelpunt, in één vlak moetende liggen met de dubbele knooplijn en het dubbelpunt van $c_1{}^4$, slechts eene voorwaarde vertegenwoordigt. Bij deze aanname blijkt het, dat, even als bij het aangehaalde geval van de voorgaande groep, de oppervlakkenbundels van de tweede orde bepaald zijn. Het geheel aantal punten, dat ter bepaling gediend heeft, bedraagt dus nu:

$$10 + 2 + 1 + 1 = 14 \text{ punten.}$$

15. Derde Groep, geval *A*. De kromme $c_1{}^4$ is eene kromme van de vierde orde met een drievoudig punt, zij is dus (7*b*) bepaald door 10 punten. Het oppervlak zal verder geheel bekend zijn, zoodra eene tweede doorsnede $c_2{}^4$ gegeven is; dan toch kan men de drievoudige lijn trekken en het door middel van haar en de twee doorsneden construeeren. De kromme $c_1{}^4$ ontstaat namelijk door een kegelsnedenbundel en eene daarmede projectieve straleninvolutie; het middelpunt der stralen-involutie is een basispunt van den kegelsnedenbundel. Door de drievoudige lijn en de stralen-involutie is de vlakken-involutie bepaald; neemt men nu een vlak dezer involutie, dan snijdt dit zoowel $c_1{}^4$ als $c_2{}^4$ in een punt, de verbindingslijn dezer punten is een beschrijvende lijn. De kromme $c_2{}^4$ heeft nu tot hare constructie vereischt 6 punten, alzoo in het geheel:

$$10 + 6 = 16 \text{ punten.}$$

16. Derde Groep, geval *B*. Als in het vorige geval is de kromme $c_1{}^4$ bepaald door 10 punten. Legt men α_2 in den algemeenen stand, dan kan men van $c_2{}^4$ aannemen het

drievoudig punt, waardoor 2 nieuwe voorwaarden ingevoerd worden (7*e*). Trekt men nu door dit punt twee raaklijnen, dan zal de derde raaklijn bekend worden door de voorwaarde, dat zij eene der raaklijnen van het drievoudig punt van c_1^4 moet snijden. De drie raaklijnen in het drievoudig punt van c_2^4 vertegenwoordigen dus slechts twee nieuwe voorwaarden. Van c_2^4 is nu bekend het drievoudig punt, de drie raaklijnen daaraan, benevens de vier snijpunten van α_2 met c_1^4; er is dus ter algeheele bepaling van c_2^4 nog noodig één punt te weten; neemt men ook dit aan, dan is, even als in het vorige geval, het oppervlak bepaald. Men heeft dus in het geheel aangenomen:

$$10 + 2 + 2 + 1 = 15 \text{ punten.}$$

17. Derde Groep, geval *C*. De doorsnede c_1^4 is wederom bepaald door 10 punten; ter verdere constructie bedenke men, dat het oppervlak bepaald is door de kromme c_1^4 en twee rechte lijnen van welke de eene, *t*, door het drievoudig punt *T* van c_1^4 getrokken is en de andere door een niet bijzonder punt van c_1^4 gaat. Het oppervlak R^4 zal dus bepaald zijn, zoodra men zooveel punten van c_2^4 heeft aangenomen, dat beide lijnen getrokken kunnen worden. Men neme nu het drievoudig punt van c_2^4 aan, dan is *t* bekend. Neemt men daarna een punt A_2 van c_2^4 aan, en legt men het vlak $t\,A_2$, dan snijdt dit c_1^4 nog in een punt A_1, en $A_1\,A_2$ is eene beschrijvende lijn van R^4. Op dezelfde wijze zullen twee andere aan te nemen punten B_2 en C_2 van c_2^4 nog twee andere beschrijvende lijnen $B_1\,B_2$ en $C_1\,C_2$ doen ontstaan Alle rechte lijnen, welke zoowel $A_1\,A_2$ als $B_1\,B_2$ en $C_1\,C_2$ snijden, vormen een stelsel beschrijvende lijnen eener hyperboloïde, welker doorsnede met α_1 eene kegelsnede is, die c_1^4 behalve in T, A_1, B_1, C_1 nog in twee punten snijden zal. Uit een dezer beide punten kan men de enkelvoudige richtlijn trekken, en daardoor wordt het geheele oppervlak bepaald. Het aantal punten, dat men aangenomen heeft, is dus:

$$10 + 2 + 3 = 15 \text{ punten.}$$

18. Derde Groep, geval *D*. De kromme c_1^4 is wederom

bepaald door 10 punten; de lijn, welke door alle beschrijvende lijnen gesneden wordt, valt evenwel in dit geval te zamen met de drievoudige lijn. Legt men het vlak α_2, dan kan hierin weder het drievoudige punt aangenomen worden; daar evenwel dit oppervlak twee standvastige raakvlakken heeft, zal men van $c_2{}^4$ dadelijk twee raaklijnen geconstrueerd hebben door vlakken te leggen door de drievoudige lijn en twee der raaklijnen van $c_1{}^4$. Van $c_2{}^4$ zijn nu bekend het drievoudige punt, twee der raaklijnen daaraan en de vier punten volgens welke α_2 $c_1{}^4$ snijdt; men moet dus nog 2 punten van $c_2{}^4$ aannemen om haar te bepalen. Is $c_2{}^4$ geconstrueerd, dan kan men, door vlakken te leggen door de drievoudige lijn, alle beschrijvende lijnen construeeren. Daar men als nieuwe voorwaarden van $c_2{}^4$ slechts heeft aangenomen het drievoudige punt en nog 2 punten zoo maakt dit:

$$10 + 2 + 2 = 14 \text{ punten.}$$

19. Vierde Groep, geval A. Bij dit oppervlak is de dubbelkromme eene scheeve kromme van de derde orde, maar alle beschrijvende lijnen moeten eene rechte lijn — de draagster der punten-involutie — snijden. Men brenge het vlak α_1 aan, dan zal dit vlak het oppervlak R^4 volgens eene kromme van de vierde orde $c_1{}^4$ snijden, welke drie dubbelpunten heeft. Men neme van $c_1{}^4$ aan de drie dubbelpunten benevens vier niet bijzondere punten, dan zal $c_1{}^4$ niet volkomen bepaald zijn. Neemt men evenwel in α_2 eveneens de drie dubbelpunten van $c_2{}^4$ aan, dan is de dubbelkromme bepaald, en het zal blijken, dat nu ook $c_1{}^4$ en dus het geheele oppervlak R^4 construeerbaar is. Uit elk der vier aangenomen punten van $c_1{}^4$ kan men namelijk eene koorde van de scheeve kromme trekken; deze koorden zijn beschrijvende lijnen van R^4; zij hebben verder twee gemeenschappelijke transversalen; elk dezer is eene oplossing voor de lijn, die als drievoudig rakende ontwikkelbare van R^4 optreedt, en tevens de rol van enkelvoudige richtlijn vervult. Is deze lijn geconstrueerd, dan is R^4 bepaald en dus kan $c_1{}^4$ zoowel als $c_2{}^4$ verder geconstrueerd worden. In het geheel heeft men dus aangeaangenomen:

$$3 \times 2 + 4 + 3 \times 2 = 16 \text{ punten.}$$

Deze uitkomst liet zich vermoeden; de algemeene theorie geeft aan, dat dit oppervlak het wederkeerige is van het oppervlak A der derde groep; men zou dus 16 raakvlakken moeten aanleggen om het te kunnen construeeren, en deze vormen evenzeer bepalende elementen als punten, zoodat men ook op deze wijze het getal bepalende punten had kunnen afleiden.

20. Vierde Groep, geval B. Volgens de opmerking aan het slot van het voorgaande geval laat zich het aantal punten noodig ter constructie oogenblikkelijk afleiden uit het geval B der derde groep. Men kan het evenwel ook bepalen door de opmerking te maken, dat dit oppervlak geconstrueerd wordt als het voorgaande, met dit onderscheid, dat de dubbelkromme in eene kegelsnede, gesneden door eene rechte lijn overgaat, en dus een der dubbelpunten van α_2, op eene gegevene rechte lijn moetende liggen, slechts eene voorwaarde uitdrukt. In het laatste geval verkrijgt men

$$3 \times 2 + 4 + 2 \times 2 + 1 = 15 \text{ punten.}$$

't geen met het aantal punten van het getal B der derde groep overeenstemt.

21. Het is duidelijk, dat men bij elk dezer aannamen een zeer groot aantal oplossingen verkrijgt; zoo zoude bv. wanneer men het geval A der derde groep op de voorgeschreven wijze wilde construeeren, men in α_1 door 10 punten 60 krommen van de vierde orde met drievoudig punt verkrijgen, en eveneens in het vlak α_2; daar elke kromme in α_1 met eene in α_2 kan gecombineerd worden, zoude dit tot 3600 oppervlakken aanleiding geven. Het aantal is echter door de aangenomen voorwaarden bepaald.

Evenals in de algemeene tabel der scheeve oppervlakken, is hier alleen nagegaan de hoofdgroepeering, zonder in de bijzonderheden te treden die door het samenvallen van klempunten ontstaan.

Bij vergelijking der uitkomsten met de vergelijkingen gegeven in Salmon-Fiedler, *Geometrie des Raumes* II, 3[de] Aufl.

pag. 430—443, zal men zien, dat in die gevallen, waarin eene vermindering van het aantal aan te nemen punten intreedt, men ook in de vergelijking evenveel bijzondere waarden aan de coëfficiënten moet toekennen, als de vermindering van het aantal punten bedraagt.

De gevallen C en D van groep IV stemmen overeen met de gevallen C en D van de derde groep, en behoeven dus niet afzonderlijk te worden nagegaan.

Tilburg, Januari 1889.

HARMONISCHE ANALYSE DER GETIJDEN IN DE JAVA-ZEE.

DOOR

Dr. J. P. VAN DER STOK.

Ofschoon de verwachtingen, aanvankelijk gekoesterd van de bruikbaarheid der gegevens, door middel der harmonische analyse verkregen, voor eene juiste berekening van de starheid van het inwendige der aarde niet in alle deelen zijn bevestigd, blijft eene ook in de kleinere bijzonderheden tredende nauwkeurige berekening der verschillende componenten van groote beteekenis voor velerlei vraagstukken. Slechts indien deze methode op waarnemingen, op een groot aantal plaatsen verricht, is toegepast en kaarten van »*cotidal lines*" voor de drie groepen van getijden: de halfdaagsche, de eendaagsche en de meerdaagsche afzonderlijk zijn vervaardigd, zal het mogelijk zijn, tot eene juiste kennis te geraken van de voortplantingswijze dezer, voor het grootste gedeelte, vrije golven in diep en ondiep water en de daarmede samenhangende vraagstukken omtrent de gemiddelde diepte der zeeën en de aanwezigheid, al of niet, van staande golven.

Nog slechts voor een veertigtal plaatsen zijn de constanten volledig bekend, waarvan twintig stations in Britsch-

Indië. Binnen kort echter mogen verschillende publicatiën van op deze wijze berekende constanten verwacht worden, daar de roepstem van Prof. G. H. Darwin, die door zijne uitvoerige studiën over dit onderwerp het groote belang der zaak heeft aangetoond, weerklank gevonden heeft in Duitschland, Frankrijk, de Kaap en Australië, terwijl in Amerika reeds sedert meer jaren de studie der getijden van een practisch en theoretisch standpunt uit door Ferrel is ter hand genomen.

Ook in Nederlandsch-Indië zullen, met het doel dit internationale streven te steunen, twee zelfregistreerende peilschalen te Tjilatjap en te Padang worden opgesteld, door welke twee punten dan verband is gebracht tusschen de Australische stations en die van de Britsch-Indische kustlijn.

Terwijl de uitkomsten, die hiervan te wachten zijn, meer licht zullen verspreiden omtrent de voortschrijding der vloedgolven in den Indischen Oceaan, zijn observatiën in een min of meer afgesloten bekken, als de Java-zee, meer geschikt om gegevens te leveren voor de voortplantingswijze der golfbewegingen, indien deze door vele belemmeringen in haren voortgang zijn gestuit en zich voortbewegen in betrekkelijk ondiep water. Reeds eenige jaren lang zijn voor de Java-zee gegevens verzameld door middel van zelfregistreerende peilschalen in de haven van Tandjong-Priok en het bassin van het Marine-etablissement, te Soerabaya opgesteld.

Het doel van dit opstel is, de publicatie van de constanten voor Batavia's haven en de vergelijking van deze met die, welke in 1886 door den ingenieur H. Ypes voor Soerabaya werden gepubliceerd (*Tijdschrift van het Kon. Instituut van Ing.* Afd. N. I. 1885 - 1886).

In Tabel I zijn de amplituden en argumenten der getijden te Tandjong-Priok op dezelfde wijze en in dezelfde volgorde samengesteld als voor een veertigtal plaatsen geschiedde door Prof. Darwin en Majoor Baird in de Proceedings van de Royal Society, 1885. Vol. 39. De amplituden zijn gegeven in centimeters; de argumenten hebben betrekking op localen tijd.

TABEL I.

Constanten der getijden te Batavia.

		1885.	1887—88.			1885.	1887—88.			1885.	1887—88.
S_1	H	1.50 c.m.	2.54 c.m.	M_6	H	0.10 c.m.	0.12 c.m.	N	H	1.92 c.m.	1.96 c.m.
	K	321°	21°		K	77°	357°		K	338°	311°
S_2	H	4.86	5.69	O	H	12.68	13.64	S	H	0.26	0.91
	K	315°	294°		K	140°	121°		K	126°	136°
S_4	H	0.06	0.04	K_1	H	24.64	26.53	V	H	0.15	0.93
	K	222°	76°		K	157°	144°		K	23°	7°
S_6	H	0.04	0.01	K_2	H	2.55	2.13	Mm	H	0.51	1.23
	K	146°	225°		K	269°	271°		K	31°	33°
M_1	H	1.00	0.80	P	H	5.81	7.28	Mf	H	2.41	1.23
	K	168°	79°		K	157°	146°		K	31°	12°
M_2	H	4.17	4.79	J	H	2.94	2.02	MSf	H	0.20	0.43
	K	18°	347°		K	194°	210°		K	40°	182°
M_3	H	0.06	0.27	Q	H	3.02	3.53	Sa	H	7.11	7.54
	K	98°	27°		K	123°	111°		K	70°	129°
M_4	H	0.42	0.61	L	H	0.37	0.90	Ssa	H	5.53	6.44
	K	238°	185°		K	5°	89°		K	106°	117°

De eerste reeks vangt aan op den middag van den eersten Januari 1885, de tweede op den middag van 1 Juli 1887: beide serieën omvatten een vol jaar. Het oorspronkelijk plan om van 1885 af deze grootheden voor elk jaar te berekenen, kon niet gevolgd worden, omdat in het begin van 1887 bleek, dat de toevoerbuis van den getijmeter van lieverlede door de aangroeiing van oesterschelpen was verstopt ge-

raakt; de invloed hiervan was op de toen reeds gedeeltelijk berekende constanten voor 1886 duidelijk merbaar en het scheen dus wenschelijk, dit geheele jaar te verwerpen en met 1 Juli 1887 eene nieuwe, betere reeks aan te vangen.

Dat echter deze aanwas reeds in 1885 was begonnen, blijkt uit de vergelijking der beide reeksen; de amplituden der tweede reeks zijn bijna zonder onderscheid iets grooter dan die der tweede, evenals de argumenten; daar de formule, voor de perioden gebezigd, is:

$$H \cos (n t - k)$$

werd de beweging derhalve reeds in 1885 op merkbare wijze vertraagd. De constanten der tweede reeks zijn daarom te verkiezen boven die van de eerste, om welke reden het middelen der grootheden achterwege is gelaten.

Voor de beteekenis der letters, waarmede de verschillende getijden zijn aangeduid en eveneens voor wijze, waarop de constanten berekend zijn, moge verwezen worden naar het bovengenoemd overzicht der verkregen resultaten in de Proceedings, de verschillende rapporten van Prof. Darwin aan de *British Association* en de handleidingen van Prof. Börgen *) en Majoor Baird †).

Uit de gegevens der Tabel I blijkt terstond, dat de getijden in de haven van Batavia in zeer sterke mate het eendaagsch karakter vertoonen, dat allen plaatsen, buiten den Atlantischen Oceaan gelegen, eigen is, en dat elke practische beteekenis ontneemt aan het havengetal, welks gewoonlijk aangenomen definitie berust op de onderstelling, dat het dubbel maansgetij inderdaad van overwegenden invloed is. Aan welke gegevens het havengetal 10 uur in het uittreksel van de *Connaissance des Temps* en in de *Gezeitentafeln*, uitgegeven door het Hydr. Bureau te Berlijn, is ontleend, is mij onbekend; maar daar, indien wij de beide

---

*) *Ann. d. Hydr.* XII. Jahrg. 1884. Heft VI u. f.

†) *A manual for tidal obs.* by A. W. Baird (1886).

dubbele getijden S_2 en M_2 afzonderlijk beschouwen, het waterverval bij springtij niet meer dan ongeveer 21 cent. bedraagt en bij doodtij de geheele beweging tot nul gereduceerd is, ware het beter, de publicatie van dit havengetal, alsmede dat van Pontianak en de Karimon-Djawa eilanden achterwege te laten. Voor de practijk kan aan een zóó klein getij geene waarde gehecht worden, tenzij dan in verband met de andere grootere getijden, en eene dergelijke publicatie kan aanleiding geven tot het trekken van ongegronde gevolgtrekkingen omtrent den oorsprong der getijden.

De beide andere halfdaagsche getijden K_2 en N_2, de eerste afhankelijk van de maansdeclinatie, de tweede van den maansafstand (elliptisch getij), hoewel zeer klein, zijn toch, zooals uit de vergelijking der beide serieën blijkt, met volkomen juistheid berekenbaar. Het zijn echter vooral de drie eendaagsche getijden K_1, O en P, van welke K_1 van de maans- en zons-declinatie, O van de maans-declinatie en P van de zons-declinatie afhankelijk zijn, maar, in vergelijking met de kleine halfdaagsche getijden, eene overheerschende rol spelen.

De combinatie der getijden K en O veroorzaakt eene sterke veertiendaagsche ongelijkheid: het grootste waterverval, ongeveer 80 cent., valt in ongeveer één dag na dien der grootste maans-declinatie; het kleinste, ongeveer 26 cent., kort na den maansdoorgang door den equator, terwijl het getij P in Maart en September deze getijden tegenwerkt, in December en Juli daarentegen ondersteunt, zoodat in het laatste geval het hoogste getij kan opklimmen tot een verval van $80 + 14.56 = 95$ c. m.; het kleinste, in Maart en September, daarentegen daalt tot 11 c.m. Zelfs onder deze ongunstige omstandigheden, wanneer tevens die voor het dubbel getij het gunstigst zijn, omdat, als de zon den evenaar passeert, volle en nieuwe maan met den maansdoorgang door den equator samenvallen, moet de eendaagsche getijbeweging nog met een bedrag van ongeveer 50 pCt. der halfdaagsche in rekening gebracht worden.

Niet geheel juist is dus de dikwerf geuite meening, dat in Maart en September het eendaagsch getij klein en het halfdaagsch grooter is; dit geldt alleen voor de dagen in

den omtrek van volle en nieuwe maan; op den dag na dien der grootste maansdeclinatie, bedraagt het verval van het eendaagsche getij nog 65 c.m.

De elliptische getijden *O*, *S* en *L* zijn alleen van theoretisch belang; van de beide eersten zijn de argumenten voor de beide reeksen voldoende overeenstemmend en derhalve ook de berekende amplitude juist. Wat de getijden van langen duur betreft, zoo schijnen ook de beide eerste *Mm* en *Mf* (maandelijksch en maans-veertiendaagsch, hoe gering hunne amplituden ook zijn, met voldoende zekerheid uit de Bataviasche waarnemingen af te leiden te zijn; het getij *MSf* (zons en maans-synodisch-veertiendaagsch) echter te klein; het havengetal dier langdurige getijden bedraagt ongeveer 30. Wat eindelijk de meteorologische getijden aangaat, zoo verdient bemerking, dat het getij S_1 zeer klein is en dus de land- en zeewind slechts geringen invloed uitoefent. Het veertiendaagsch getij *Ssa* is, althans voor deze beide reeksen, zeer constant; hoog water komt, volgens deze gegevens, omstreeks de helft van Mei en November voor. Het getij *Sa* (jaarlijksch) schijnt veel veranderlijker te zijn. De eerste reeks geeft hoog water op 31 Mei, de tweede op 30 Juli; indien men hierbij in het oog houdt, dat in 1885 de oostmoesson buitengewoon vroeg is ingevallen, zoodat na 22 Maart geene weers componente meer in de gemiddelde dagelijksche windrichtingen voorkomt, dan is men wel tot de conclusie gedwongen, dat in het westelijk gedeelte der Java-zee door den oostewind het niveau der zee wordt opgestuwd, terwijl men a priori eer geneigd zou zijn eene verhooging van het niveau gedurende den regenmoesson te verwachten. Zoo althans is het te Soerabaya gesteld, waar, zooals blijkt uit Tabel II, door het getij *Sa* hoog water omstreeks 11 Januari veroorzaakt wordt.

TABEL II.

CONSTANTEN DER GETIJDEN TE SOERABAYA,

Maart 1878—Februari 1879.

S_1	H	2.00 c.m.	O	H	27.16 c.m.	N	H	9.12 c.m.
	K	83°		K	284°		K	337°
S_2	H	26.40	K_1	H	46.92	λ	H	1.13
	K	355°		K	318°		K	289°
M_1	H	1.40	K_2	H	8.00	V	H	1.85
	K	309°		K	357°		K	40°
M_2	H	44.29	P	H	14.20	Mm	H	1.51
	K	351°		K	321°		K	351°
M_3	H	3.11	J	H	0.62	Mf	H	1.33
	K	238°		K	260°		K	46°
M_4	H	2.00	Q	H	4.67	MSf	H	1.61
	K	297°		K	281°		K	129°
M_6	H	1.19	L	H	2.99	Sa	H	3.40
	K	218°		K	8°		K	292°
						Ssa	H	6.59
							K	165°

De gegevens, in deze Tabel vereenigd. verschillen eenigszins van de door den Heer YPES berekende; de waarden nl. der amplituden en argumenten zijn, in overeenstemming met de door BÖRGEN en BAIRD gegeven voorschriften, wat de argumenten betreft, gedeeltelijk gewijzigd door herberekening der grootheid $V_0 + u$, terwijl de amplituden alleen door vermenigvuldiging met den reductie-factor $1/\lambda$ voor seculaire variatie zijn gecorrigeerd, waardoor de grootheden met die voor Batavia, in Tabel I gegeven, vergelijkbaar worden.

Het aanmerkelijk verschil tusschen de getijden, waargenomen in het nauw van straat Madoera en die van Batavia,

valt terstond in het oog. Wel is hier, evenals te Batavia, het eendaagsch getij groot, maar de halfdaagsche zons- en maansgetijden spelen beide hier eene veel minder ondergeschikte rol en zijn ook voor de practijk niet over het hoofd te zien. Het havengetal kan hier op 0 of 12 uur aangenomen worden en, daar de argumenten van S_2 en M_2 ongeveer gelijk zijn, zal het springtij met een verval van

$$2 \times (44.29 + 26.40) = 141.38 \text{ c.m.}$$

op den dag van nieuwe maan worden waargenomen, terwijl bij doodtij het verval ongeveer 36 c.m. zal bedragen. Van de eendaagsche getijden K_1, O en P zijn de amplituden 1.9 malen grooter dan die van Batavia; de argumenten voor de twee plaatsen toonen constante verschillen aan; deze zijn, in uren uitgedrukt:

	Batavia.	Soerabaya.	Verschil.
	u.	u.	u.
K_1	9.57	21.14	11.57
O	8.68	20.37	11.69
P	9.76	21.46	11.70

Het effect der eendaagsche getijden is dus te Soerabaya juist omgekeerd van die te Batavia. Gedurende den oostmoesson wordt te Batavia hoog water waargenomen te 10 u. n.m., in December te 10 uur v.m., te Soerabaya respectievelijk te 10 uur vm. en te 10 uur nm. Daar het verschil tusschen de waarden der grootheid K voor de getijden O en K_1 weinig meer bedraagt dan voor Batavia gevonden is, valt ook de tijd van 't hoogste water met een verval van

$$2\,(46.92 + 27.16) = 148.16 \text{ c.m.}$$

ongeveer één dag na de grootste maansdeclinatie. In September en Maart, als wanneer het getij P tegenwerkt en bij eene maansdeclinatie 0, is het verval van het eendaagsch getij

$$2\,(46.92 - 27.16 - 14.20) = 11 \text{ c.m.}$$

dus feitelijk ten opzichte van het groote dubbelgetij te ver-

waarloozen en even klein als, onder gelijke omstandigheden, te Batavia.

Ook al neemt men aan, 't geen waarschijnlijk is, dat de getijhoogten te Soerabaya, door stuwing in den trechter van straat Madoera sterk vergroot, en derhalve op Madoera's noordkust aanmerkelijk kleiner zijn, dan blijft toch de verhouding der een- en halfdaagsche getijden een essentiëel onderscheid uitmaken tusschen de getijden voor beide plaatsen. Het verschil der argumenten voor M_2 bedraagt ongeveer 0^0 of 12 uur, 't geen even goed vroeger als later kan beduiden; dat der argumenten van de eendaagsche getijden gemiddeld 11.65 uren, om welken tijd deze getijden te Soerabaya later invallen ten opzichte van den localen tijd, dan te Batavia. Het is echter geheel onaanneemlijk, zoowel wegens de grootte der Soerabaaische getijden, als wegens de ligging der beide plaatsen, dat inderdaad de vloedgolf zich langs Java's noordkust van West naar Oost zou voortplanten; omgekeerd, dat zij zich westwaarts beweegt, ware denkbaar, in welk geval de 11.65 uren later als 12.35 uren vroeger zouden moeten opgevat worden. De vloedgolf zou in dit geval den weg langs Java's noordkust tusschen de beide plaatsen, gelijk aan ongeveer $656^1/_2$ K. M. hebben afgelegd in 12.74 uren, omdat het verschil in lengte 0.39 uren bedraagt. Volgens de LAGRANGE'sche formule

$$p = \frac{c^2}{2g}$$

waarin p de diepte der zee, c de snelheid van voortplanting, g de versnelling der zwaartekracht beduiden, zou deze snelheid derhalve overeenkomen met eene gemiddelde diepte van niet meer dan 21 meters. Deze diepte is zeker te veel verschillend van de ware, dan dat deze onderstelling zou kunnen stand houden; ook zou bezwaarlijk kunnen toegegeven worden, dat op dezen betrekkelijk korten weg het karakter der getijden zoodanig kon zijn veranderd, als inderdaad het geval is, en het eendaagsch getij, schoon zelf verwakt, in zoo groote mate de overhand zou gekregen hebben boven het halfdaagsche.

Evenmin als deze, schijnt de onderstelling dat de Bataviasche getijden veroorzaakt zouden worden door de vloedgolven, die uit de Chineesche zee door de Karimata- en Gasperstraten in de Java-zee zich voortbewegen, aan de eischen van het probleem te voldoen. Hoewel hier volledige gegevens ontbreken, wijzen toch de in de bovengenoemde »Gezeitentafeln" opgegeven getijhoogten voor Pontianak en de Bankastraat op eene veel te groote getijbeweging, dan dat het kleine verval, te Batavia waargenomen, hierdoor verklaard zou kunnen worden.

Uit de tot heden bekend geworden resultaten moet dus de conclusie getrokken worden, dat de Java-zee het terrein is, waar twee vloedgolven, beide oorspronkelijk afkomstig uit den stillen Oceaan, waarvan echter de eene den langeren weg door de Baschistraat, de Chineesche zee en de Karimatastraat heeft afgelegd, de andere den korteren afstand door de Celebeszee en straat Makasser heeft doorloopen, met elkander op gecompliceerde wijze interfereeren.

Door het verschil in afgelegden weg, kan het groote phasen-onderscheid, dat kenmerkend is voor beide eendaagsche componenten, verklaard worden en te Batavia, gelegen in een cul de sac, zullen door deze interferentie beide componenten elkander voor het grootste gedeelte vernietigen. Terwijl dus te Batavia, blijkens het argument der eendaagsche getijden, de invloed van de uit het Noorden komende vloedgolf nog overheerschend is, maar sterk getemperd door de oostelijke vloedgolf, zal er, meer oostelijk, eene grenslijn te vinden zijn, waar de beide eendaagsche getijden elkander geheel en al tegenwerken en dus alleen zwakke halfdaagsche getijden zullen zijn waar te nemen; oostwaarts van deze demarcatie-lijn zullen de getijden meer en meer het karakter der getijden van Soerabaya aannemen.

Batavia, Februari 1889.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 20 April 1889.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Voorzitter, SCHOLS, PLACE, ZEEMAN, J. A. C. OUDEMANS, GRINWIS, MULDER, A. C. OUDEMANS JR., MAC GILLAVRY, FRANCHIMONT, VAN DORP, HUBRECHT, HOOGEWERFF, MARTIN, BEIJERINCK, HOFFMANN, SURINGAR, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, BAEHR, PEKELHARING, FORSTER, SCHOUTE, BUYS BALLOT, VAN DER WAALS, VAN DIESEN, KAMERLINGH ONNES, HOEK, DE VRIES, BIERENS DE HAAN, STOKVIS, BEHRENS, VAN 'T HOFF en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. A. KLUIJVER, Bibliothecaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, Januari 1889; 2°. J. F. VAN SOMEREN, Bibliothecaris van de Rijks-Universiteit te Utrecht, 1889; 3°. J. W. G. VAN HAARST, Bibliothecaris van de Rijks-Universiteit te Groningen, 17 April 1889; 4°. D. STUR, Directeur van de k. k. geologische Reichsanstalt te Weenen, 14 April 1889; 5°. H. HELMHOLTZ, Berlijn, 9 April 1889; 6°. W. TIESENHAUSEN, Directeur

van de Commission impériale archéologique te St. Petersburg, 28 Maart 1889; 7⁰. M. PEREZ, Directeur van het Observatorio meteorologico central te Mexico, 8 Maart 1889; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1⁰. E. LIENENKLAUS, Secretaris van het naturwissenschaftliche Verein te Osnabrück, 1 April 1889; 2⁰. GILBERT, Bibliothecaris van de kön. Universitäts-Bibliothek te Greifswald, 3 Januari 1889; 3⁰. S. SINCLAIR, Secretaris van het Australian Museum te Sydney, 15 Februari 1889; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Is ingekomen een brief van Z.Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken (18 April 1889), de mededeeling behelzend, dat de herbenoemingen van de Heeren H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, J. D. VAN DER WAALS en C. A. J. A. OUDEMANS, respectievelijk tot Voorzitter, Onder-Voorzitter en Secretaris der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, door den Raad van State bekrachtigd zijn.

— De Heeren SCHOUTE en BIERENS DE HAAN brengen een gunstig verslag uit over de verhandeling van den Heer Dr. JAN DE VRIES. Wordt besloten haar op te nemen in de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer J. A. C. OUDEMANS doet eene mededeeling betreffende te Utrecht uitgevoerde vergelijkingen van twee glazen eindmeters met den platina-iridiummeter N⁰. 27 en biedt over dit onderwerp eene verhandeling aan voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer MARTIN spreekt over de zoogenaamde »oude schieferformatie" op Borneo. Deze formatie is onder anderen in de Westerafdeeling van het eiland bekend en hier werden daarin ook enkele versteeningen door den Ingenieur

C. J. van Schelle verzameld, namelijk aan de Soengei Mottong, en bij Boedoek en Sepang in de Chineesche distrikten. Het bleek uit een daaromtrent ingesteld onderzoek, dat deze versteeningen tot de geslachten *Gervillia* en *Corbula* behooren, en aangezien deze nooit in palaeozoïsche lagen voorkomen, kunnen ook de »oude schiefers" hier niet palaeozoïsch wezen. De schiefers worden bovendien door tertiaire lagen overdekt en er schiet dus niets anders over dan aan te nemen, dat zij tot het mesozoïsche tijdvak behooren. Eene verdere bevestiging dezer veronderstelling vond spreker hierin, dat het hem gelukte, in een grijzen kalksteen van den Bojan in het Boven-Kapoeas-gebied *Orbitolina lenticularis* te vinden. Aangezien dit fossiel cretaceïsch is en de bedoelde kalksteen eveneens in verband met kleischiefers gevonden wordt, komt spreker tot de conclusie, dat de lagen met *Gervillia* en *Corbula* van gelijken ouderdom zijn als die met *Orbitolina* en dat alle tot de krijtperiode behooren. Spreker houdt zich overtuigd, dat de krijtformatie in den Indischen Archipel zeer verspreid is en, wegens gebrek aan fossielen, gedeeltelijk onder de »oude schiefers", gedeeltelijk ook onder het »tertiair" begrepen is geworden.

— De Heer Schols biedt, namens den Heer van den Berg, voor de Verslagen en Medeelingen een opstel aan, getiteld: »Nogmaals over de Bernoulliaansche coëfficiënten".

— De Heer Schoute biedt voor de Verslagen en Mededeelingen aan een opstel, getiteld: »Equianharmonie en harmonie bij poolstelsels van binaire vormen, enz.".

— De Vergadering wordt gesloten.

VERSLAG

OMTRENT DE VERHANDELING

VAN DEN HEER **Dr. J. DE VRIES.**

OVER VLAKKE CONFIGURATIES, DIE UIT DE OSCULATIE-GROEPEN DER KUBISCHE KROMME KUNNEN WORDEN AFGELEID.

(Uitgebracht in de Vergadering van 20 April 1889).

De verhandeling, die bovenstaanden titel voert, brengt verband tusschen twee vroeger door den heer DE VRIES behandelde vraagpunten, de involuties op kromme lijnen en de configuraties. Het zij ons geoorloofd met een enkel woord het onderwerp nader aan te wijzen, en de voornaamste der verkregen uitkomsten te vermelden.

Alle krommen K^n van den n^{den} graad, die een gegeven kubische kromme K^3 in een gegeven punt A $3n-1$-puntig aanraken, snijden deze verder in een zelfde punt B, dat door het aannemen van A bepaald is. Bij elk punt A der kromme K^3 behoort dus een enkel punt B, dat men naar SYLVESTER het *restpunt* der n^{de} orde van A noemen kan. Valt het snijpunt B in een bijzonder geval met het aangenomen raakpunt A samen, dan heeft men met een punt van volledige aanraking van K^3 met een kromme K^n te doen, dat door SYLVESTER een *plethorisch punt* ($\pi\lambda\acute{\eta}\vartheta\omega$ = vol zijn), door anderen een *buigpunt* van de n^{de} orde genoemd is.

Behoort nu bij een aangenomen punt A een enkel restpunt B, omgekeerd is elk punt B restpunt van $(3n-1)^2$ punten A, zoo als dit het eerst door CLEBSCH met behulp van elliptische functies is aangewezen. Deze $(3n-1)^2$ pun-

ten A vormen gezamenlijk, wat men de *osculatiegroep* van het aangenomen punt B zou kunnen noemen. In engeren zin verstaat de heer DE VRIES onder de osculatiegroep O_n van het punt B echter alleen de bestaanbare punten A, die tot het restpunt B voeren. Hierdoor is hij genoodzaakt vooraf te onderzoeken, hoe het aantal dier bestaanbare punten vooreerst afhangt van het een- of tweetakkig zijn der kromme K^3, in het laatste geval verder van het oneven of even zijn van n en in het laatste dezer gevallen verder weer van de ligging van B op het *ovaal* of op de *serpentine*. Daarbij worden dan gelijkloopende onderzoekingen van HART en KÖTTER vermeld.

Het eerste der vier hoofdstukken, waarin de verhandeling verdeeld is, draagt het opschrift *osculatiegroepen*. Daarin heeft het bovengenoemde onderzoek naar het aantal bestaanbare punten dier groepen plaats en wordt de stelling bewezen, dat de punten, die drie collineaire punten A tot osculatiegroepen O_n aanvullen, met deze drie punten een configuratie $\{(9n-3)_{3n-1}, (3n-1)^2{}_3\}$ vormen. Deze belangrijke uitkomst kan beschouwd worden als de rationeele uitbreiding van het bekende theorema, volgens hetwelk de drie toegevoegde punten van drie collineaire punten eener K^3 genomen in een zelfde der drie stelsels met de drie collineaire punten de zes hoekpunten eener volledige vierzij, d. w. z. de configuratie $(6_2, 4_3)$, vormen. Verder worden eenige gevallen, waarbij osculatiegroepen van hoogeren graad uit osculatiegroepen van lageren graad samengesteld zijn, nader onderzocht.

Het tweede hoofdstuk handelt over *plethorische groepen*, d. w. z. over osculatiegroepen O_n, die een buigpunt tot restpunt hebben. Wijl de kromme K^3 drie bestaanbare buigpunten bezit, zijn er drie plethorische groepen; al de punten dier groepen zijn plethorische punten. Zoo als door STORY, PICQUET, KÖTTER en den eersten ondergeteekende is aangewezen, komen onder deze als n deelers heeft de op die deelers betrekking hebbende plethorische punten van lageren graad en, zelfs als n ondeelbaar is, de gewone buigpunten voor. Terwijl nu, als men deze plethorische punten van lageren

graad meetelt, elke plethorische groep uit $3n$ punten bestaat, bewijst Dr. DE VRIES in het voetspoor van KÖTTER, dat n van deze nader met elkaar tot een groep P_n verbonden kunnen worden; van zulk een groep heeft elk der punten de overige punten der groep tot restpunten van verschillenden graad.

Het derde hoofdstuk is gewijd aan de bespreking der *tangentiaalveelhoeken*, der veelhoeken die terzelfder tijd in en om K^3 beschreven zijn. Van deze tangentiaalveelhoeken, over welke men DURÈGE en PICQUET raadplegen kan, zijn de hoekpunten plethorische punten van de orde $\frac{1}{3}\{2^n - (-1)^n\}$, als n het aantal zijden van den veelhoek aanduidt. Zij worden door den schrijver in verband gebracht met de *inflexietripels* van K^3, d. w. z. met drietallen van punten der kromme, die zich met de drie bestaanbare buigpunten door drie in een punt der kromme samenkomende lijnen laten vereenigen. Daarbij maakt hij gebruik van de elders door hem bewezen stelling, die zegt, dat de aanvulling van de hoekpunten eens tangentiaalveelhoeks van n zijden tot de configuratie $3\,n_3$ voert, die bestaat uit de hoekpunten van n driehoeken, die een reeks vormen, van welke elke driehoek in den voorgaanden en om den volgenden beschreven is. Zoo komt hij tot een reeks van samenhangende configuraties, waarvan de opsomming hier achterwege blijven moet.

Het laatste hoofdstuk bevat algemeene beschouwingen omtrent de configuraties, die uit plethorische punten bestaan. Deze beschouwingen betreffen in hoofdzaak de configuraties ontleend aan de plethorische groepen van den graad 3^t en aan die van den graad $18q-3$. Daarbij treden dan algebraïsche congruenties op den voorgrond.

Het is onze meening, dat deze nieuwe studie van Dr. DE VRIES zich op verdienstelijke wijze bij de voorgaanden aansluit. Omtrent het algemeene vraagpunt der configuraties opent zij naar ons oordeel verscheidene nieuwe gezichtspunten. Wij schromen daarom niet U voor te stellen haar in de *Verslagen en Mededeelingen* te doen opnemen.

Amsterdam, 17 April 1889.

P. H. SCHOUTE.
D. BIERENS DE HAAN.

OVER VLAKKE CONFIGURATIES,

WELKE UIT DE

OSCULATIEGROEPEN DER KUBISCHE KROMME KUNNEN GEVORMD WORDEN.

DOOR

JAN DE VRIES.

In zijne verhandeling »Anwendung der Abelschen Functionen auf die Geometrie" heeft CLEBSCH *) aangetoond, dat eene algemeene vlakke kubische kromme K_3 m^2 punten bezit, waar zij m-puntig aangeraakt wordt door krommen K_n, welke $(3n - m)$ vaste punten met haar gemeen hebben. Deze uitkomst is in 1884 aangevuld door KÖTTER †) met den regel, dat van deze m^2 punten m bestaanbaar zijn, als K_3 uit *een* trek bestaat, terwijl voor de tweetakkige K_3 dit aantal m bedraagt, als m oneven is, $2m$, wanneer m even is en een even aantal vaste punten op het ovaal ligt, *nul*, als het ovaal voor even waarde van m een oneven aantal vaste punten bevat. In het bizonder onderzoekt KÖTTER de punten van volledige, dus $3n$-puntige, aanraking met krommen der n^{de} orde en construeert daarna stelsels van zulke punten, of deelen van zoodanige stelsels, voor $n = 2$ tot $n = 15$.

---

*) *Journal* von CRELLE, Band 63.

†) Beiträge zur Theorie der Osculationen bei ebenen Curven dritter Ordnung. *Inauguraldissertation*. Berlin 1884.

In het volgende opstel beschouw ik de configuraties, welke uit groepen van punten der K_3 kunnen gevormd worden, welke eene $(3n-1)$-puntige aanraking met krommen K_n door een vast punt der K_3 toelaten, en daarna groepen van punten van volledige aanraking. Terwijl mijne beschouwingen over het algemeen van Kötter's handelwijze verschillen, heb ik gemeend zijne methode voor de bepaling van het aantal bestaanbare punten in zulke groepen in het verband te moeten opnemen; zij is trouwens eene uitbreiding van de wijze, waarop Hart *) het aantal punten van volledige aanraking met krommen der derde orde heeft gevonden.

---

§ I.

Osculatiegroepen.

Alle krommen K_n, welke K_3 in het punt a_0 $(3n-1)$-puntig osculeeren, snijden haar in een en hetzelfde punt, r_n, dat ik het *restpunt der n*[de] *orde* zal noemen. Een stelsel van krommen K_n, die in a_0 $(3n-2)$ punten met K_n gemeen hebben, snijdt haar dus volgens eene centrale involutie I_2 †). Tot dit stelsel behoort elke kromme, die uit eene $(3n-4)$-puntig rakende K_{n-1} en de raaklijn van a_0 is samengesteld; het restpunt r_{n-1} en het tangentiaalpunt $a_1 \equiv r_1$ vormen dus een paar der I_2, zoodat de lijn $r_1\, r_{n-1}$ de K_3 in het centrum s_n der involutie snijdt. Daar a_0 en r_n ook een paar van I_2 leveren, wordt r_n door de lijn $a_0\, s_n$ ingesneden. Op deze wijze wordt de bepaling van r_k tot de

---

*) On the nine-punct contact of cubic curves. (*Trans. Royal Irish Academy*, Dublin 1875).

†) Weyr heeft in zijne verhandeling „Ueber eindeutige Beziehungen auf einer allgemeinen ebenen Curve 3. O." (*Sitz. ber. Wiener Akad.* April 1883) aangetoond, dat K_3 slechts twee soorten van I_2 bezit, n. l. de drie fundamentale, gevormd uit paren van correspondeerende punten, en de centrale, van welke alle paren met een vast punt der K_3 collineair zijn.

constructie van r_{k-1} teruggebracht, komt dus ten slotte neer op het trekken der raaklijn in a_0. Tabel (I) geeft een overzicht van alle lijnen, welke, volgens deze beschouwing, voor de constructie van r_n vereischt worden.

$$
\begin{array}{ccc|ccc}
 & & & a_0 & a_0 & r_1 \\
r_1 & r_1 & s_2 & a_0 & s_2 & r_2 \\
r_1 & r_2 & s_3 & a_0 & s_3 & r_3 \\
r_1 & r_3 & s_4 & a_0 & s_4 & r_4 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
r_1 & r_{n-1} & s_n & a_0 & s_n & r_n
\end{array}
\quad \ldots\ldots\ldots \text{(I)}
$$

De punten r_p en r_{n-p}, welke K_3 achtereenvolgens gemeen heeft met eene $(3p - 1)$-puntig osculeerende K_p en eene $(3n - 3p - 1)$-puntig osculeerende K_{n-p}, vormen ook een paar der I_2: s_n is dus het snijpunt der lijnen $r_p\, r_{n-p}$ ($p = 1$ tot $\frac{1}{2} n$ of tot $\frac{1}{2}(n - 1)$).

Door het teeken

$$
\left\{\begin{array}{ccc}
1 & 2 & 3 \\
4 & 5 & 6 \\
7 & 8 & 9
\end{array}\right\}
$$

zal ik te kennen geven, dat de door de cijfers 1 tot 9 aangewezen punten der K_3 eene atrigonische $(9_2, 6_3)$ met de lijnen 123, 456, 789; 147, 258, 369 vormen.

Daar het bestaan van vijf dezer zes lijnen de zesde noodzakelijk maakt, volgt uit:

$$
\left\{\begin{array}{ccc}
r_1 & a_0 & a_0 \\
r_{i-1} & r_k & s_{i+k-1} \\
s_i & s_k & r_{i+k-1}
\end{array}\right\}
$$

dat de punten s_i, s_k en r_{i+k-1} steeds collineair zijn. Derhalve is r_{2i-1} het tangentiaalpunt van s_i, terwijl uit het bovenstaande volgt, dat s_{2k} het tangentiaalpunt van r_k is. Stelt a_i het i^{de} tangentiaalpunt van a_0 voor, dan blijkt, dat:

$a_1 \equiv r_1$	$a_2 \equiv s_2$
$a_3 \equiv r_3$	$a_4 \equiv s_6$
$a_5 \equiv r_{11}$	$a_6 \equiv s_{22}$ . . . . . . (II)
$a_7 \equiv r_{43}$	$a_8 \equiv s_{86}$
$a_9 \equiv r_{171}$	$a_{10} \equiv s_{342}$
. . . .	. . . .
$a_{2k-1} \equiv r_{\frac{1}{3}(2^{2k-1}+1)}$	$a_{2k} \equiv s_{\frac{1}{3}(2^{2k}+2)}$

De juistheid der algemeene formule kan gemakkelijk door inductie bewezen worden.

De punten $r_1 \equiv a_1$ en $s_2 \equiv a_2$ liggen steeds op de serpentine der tweetakkige K_3, onverschillig of a_0 tot het ovaal of de serpentine behoort; r_2 en a_0 zijn dus punten van denzelfden tak. Algemeen volgt uit tabel (I): *r_{2m} ligt op het ovaal of op de serpentine, naarmate a_0 zich op ovaal of serpentine bevindt*; *r_{2m+1} behoort altoos tot de serpentine.*

Terwijl elk punt a_0 alle restpunten ondubbelzinnig bepaalt, behoort bij het willekeurig gekozen punt r_n eene groep van punten a_0, waarvan ik, in het voetspoor van Hart en Kötter, het aantal bestaanbare punten zal zoeken.

In denzelfden tijd, waarin a_0 het ovaal of de serpentine doorloopt, beweegt a_1 zich tweemaal, in tegengestelde richting, langs de serpentine *); $a_2 \equiv s_2$ verplaatst zich derhalve (+4) maal, d. w. z. 4 maal in dezelfde richting met a_0, langs de serpentine, zoodat zijne projectie p uit het vaste punt r_2, dat op den door a_0 doorloopen tak wordt aangenomen, dezen tak (— 4) maal beschrijft. Gedurende een omloop komt a_0 het punt p dus 5 maal tegen, zoodat a_0 en s_2 5 maal met r_2 collineair liggen; elk punt r_2 is dus het *restpunt* van eene uit vijf punten a_0 gevormde *osculatiegroep der tweede orde*, O_2.

Stelt $\omega(2m)$ het aantal bestaanbare punten eener osculatiegroep der orde $2m$ voor, dan zullen gedurende een

*) Dit wordt uitvoerig aangetoond door Schroeter in zijn „Theorie der ebenen Kurven 3. O." bl. 250.

omloop van a_0 langs een der takken van K_3 (of langs eene eentakkige K_3) de punten r_{2m} en r_2 denzelfden tak $- \omega(2m)$ maal en $(- 5)$ maal afleggen. Het met hen collineaire punt s_{2m+2} verricht dus $\omega(2m) + 5$ positieve omloopen langs de serpentine, zijne projectie p uit het met a_0 op één tak geplaatste punt r_{2m+2} beschrijft dezen tak dan $\omega(2m) + 5$ maal in negatieven zin, valt dus $\omega(2m) + 6$ maal met a_0 samen; even vaak zijn a_0, s_{2m+2} en r_{2m+2} collineair, zoodat $\omega(2m+2) = \omega(2m) + 6$. Uit deze recursieformule volgt gemakkelijk, dat $\omega(2m) = 6m - 1$.

1. *Elk punt van K_3 behoort tot eene uit $(6m - 1)$ punten gevormde osculatiegroep O_{2m}; alle punten der groep liggen met hun gemeenschappelijk restpunt der orde $2m$ op denzelfden tak der kromme.*

Doorloopt a_0 in eene bepaalde richting het ovaal, dan beschrijft r_{2m} dien tak $(6m - 1)$ maal in tegengestelden zin; daar tegelijk r_1 zich $(- 2)$ maal over de serpentine verplaatst, gaat s_{2m+1} $+ (6m + 1)$ maal langs het ovaal; zijne projectie p uit het op de serpentine willekeurig aangenomen vaste punt r_{2m+1} beschrijft derhalve $-(6m + 1)$ maal het ovaal, ontmoet a_0 dus $(6m + 2)$ maal; even vaak worden a_0, s_{2m+1} en r_{2m+1} collineair. Beweegt a_0 zich langs de serpentine, dan verrichten de genoemde punten evenveel omloopen, maar nu alle langs *dezen* tak, zoodat a_0 ook op dezen $(6m + 2)$ maal met s_{2m+1} en r_{2m+1} door eene rechte verbonden wordt.

2. *Elk punt der serpentine van K_3 is het restpunt der orde $(2m + 1)$ voor $(6m + 2)$ punten van het ovaal en voor $(6m + 2)$ punten der serpentine. Voor de eentakkige K_3 bestaat alleen de tweede groep.*

Wordt elke dezer $(6m + 2)$-puntige groepen als eene O_{2m+1} (osculatiegroep der orde $2m + 1$) aangeduid, dan geldt de algemeene regel:

3. *Elk punt eener algemeene kubische kromme behoort met $(3n - 2)$ andere punten van denzelfden tak tot eene osculatiegroep O_n.*

Voor drie collineaire punten a_0, a_0', a_0'' heeft men blijkbaar:

$$\left\{\begin{matrix} a_0 & a_0' & a_0'' \\ s_2 & s_2' & s_2'' \\ r_2 & r_2' & r_2'' \end{matrix}\right\}$$

Immers de tweede tangentiaalpunten (s_2) van drie collineaire punten zijn mede collineair. Uit het collineair liggen ven r_2, r_2', r_2'' volgt nu:

$$\left\{\begin{matrix} r_1 & r_1' & r_1'' \\ r_2 & r_2' & r_2'' \\ s_3 & s_3' & s_3'' \end{matrix}\right\}$$

zoodat ook s_3, s_3', s_3'' door eene rechte kunnen vereenigd worden. Zoo voortgaande leidt men uit

$$\left\{\begin{matrix} r_1 & r_1' & r_1'' \\ r_{n-1} & r'_{n-1} & r''_{n-1} \\ s_n & s'_n & s''_n \end{matrix}\right\}$$

het collineair liggen van s_n, s'_n, s''_n, en hieruit, blijkens

$$\left\{\begin{matrix} a_0 & a'_0 & a''_0 \\ s_n & s'_n & s''_n \\ r_n & r'_n & r''_n \end{matrix}\right\}$$

de collineaire ligging van r_n, r'_n, r''_n af.

De lijn, welke een punt a_0 eener O_n met een punt a'_0 eener tweede O_n verbindt, ontmoet K_3 dus in een a''_0 van eene derde O_n, waarvan het restpunt r''_n met de restpunten r_n en r'_n der eerste en tweede groep collineair ligt. M. a. w.

4. *Vult men drie collineaire punten eener K_3 tot osculatiegroepen der n^{de} orde aan, dan ontstaat eene cf.*

$$((9\,n - 3)_{3n-1},\ (3\,n - 1)^2{}_3).$$

Daar s_{2n} het tangentiaalpunt van r_n is, hebben de punten eener O_n hetzelfde punt s_{2n}, en wegens $r_{4n-1} \equiv$ tang. s_{2n}, ook hetzelfde punt r_{4n-1}. Elke O_n maakt dus deel uit van eene O_{4n-1}; de $(12\,n - 4)$ punten der laatste groep kunnen derhalve in vier O_n gerangschikt worden, waarvan de vier

restpunten r_n de (op de serpentine gelegen) antitangentiaalpunten van r_{4n-1} zijn.

Deze eigenschap kan uitgebreid worden: de punten met gemeenschappelijk r_n hebben ook het eerste, tweede, . . . k^{de} tangentiaalpunt van r_{4n-1} gemeen, dus de punten s_{8n-2}, r_{16n-5}, s_{32n-10}, r_{64n-21} enz. Het ordegetal o van elk in deze reeks voorkomend restpunt kan blijkbaar afgeleid worden uit de formule $o = 4^i . n - (4^{i-1} + 4^{i-2} + \dots$ $\dots + 4 + 1) = \frac{1}{3}[4^i(3n - 1) + 1]$. Dus:

5. *Elke osculatiegroep der orde* $\frac{1}{3}[4^i(3n - 1) + 1]$ *bestaat uit* 4^i *osculatiegroepen der orde* n.

Verder hebben de punten eener O_n ook gemeen het punt s met den index $\frac{1}{3}[4^i + 4^k)(3n - 1) + 2]$, dat collineair ligt met de restpunten der orden $\frac{1}{3}[4^i(3n - 1) + 1]$ en $\frac{1}{3}[4^k(3n - 1) + 1]$; het tangentiaalpunt van dit punt s is dus voor alle punten der O_n het restpunt der orde $\frac{1}{3}[4^i + 4^k)(6n - 2) + 1]$.

6. *Elke osculatiegroep der orde* $\frac{1}{3}[(4^i + 4^k)(6n - 2) + 1]$ *bestaat uit* $2(4^i + 4^k)$ *osculatiegroepen der orde* n.

Bovendien kan elke osculatiegroep O_{2m+1} van oneven orde in twee groepen gescheiden worden, overeenkomende met de beide hier in aanmerking komende antitangentiaalpunten van r_{2m+1}, die elk voor de helft der groep als s_{m+1} dienst doen. Het stelsel der bestaanbare punten van K_3, welke het centrum s'_{m+1} gemeen hebben, zal ik als *centraalgroep der* $(m + 1)^{ste}$ *orde*, S_{m+1} aanduiden.

7. *Elke uit drie osculatiegroepen der orde* $(2m + 1)$ *samengestelde cf.* $((18m + 6)_{6m+2}, (6m + 2)^2{}_3)$ *bevat vier cf.* $((9m + 3)_{3m+1}, (3m + 1)^2{}_3)$, *die elk gevormd worden door drie centraalgroepen. De punten* s_{m+1} *dezer zes centraalgroepen zijn de toppen eener volledige vierzijde.*

Overeenkomstige eigenschappen gelden voor de splitsing van osculatiegroepen in osculatiegroepen van lager orde.

Van de cf. onder 4 en 7 kan men gebruik maken, om uit cf., in K_3 beschreven, meer samengestelde cf. af te leiden:

8. *Vult men de punten eener in* K_3 *beschreven* $(3x_q, qx_3)$ *tot osculatiegroepen der* n^{de} *orde aan, dan ontstaat er eene*

$((9n-3)\,x_{(3n-1)q},\ (3n-1)^2\,q\,x_3)$. *Voegt men aan elk punt der oorspronkelijke cf. de punten toe, welke het tot eene centraalgroep der* $(m+1)^{ste}$ *orde aanvullen, dan verkrijgt men eene* $((9m+3)\,x_{(3m+1)q},\ (3m+1)^2\,q\,x_3)$.

Zijn a_0 en b_0 twee correspondeerende punten van denzelfden tak, dan hebben zij r_1 en s_2, en dientengevolge r_{2p-1} en s_{2p} gemeen. Immers, gesteld, dat, voor eenige waarde van den index, r_{2p-1} aan a_0 en aan b_0 toekomt, dan geldt dit ook voor het met r_1 en r_{2p-1} collineair gelegen punt s_{2p}, dus ook voor het met s_2 en s_{2p} collineair gelegen punt r_{2p+1}. Elke O_{2p-1} bestaat dus uit $(3p-2)$ paren van correspondeerende punten.

De tangentiaalpunten van O_n behooren blijkbaar tot eene tweede O_n, waarvan r_n met het tangentiaalpunt van het restpunt der eerste groep samenvalt. Voor even waarden van n vindt men zoodoende alle punten der tweede groep; voor oneven n, blijkens het bovenstaande, slechts de helft. Tot de punten dezer tweede O_n komt men ook door de snijpunten op te zoeken van K_3 met de zijden van den door de eerste groep bepaalden volledigen $(3n-1)$hoek; immers drie collineaire punten hebben hunne restpunten der n^{de} orde in eene rechte, die hier eene raaklijn der K_3 wordt.

De groep, waartoe de tangentiaalpunten van O_n behooren, wordt met O_n identiek, zoodra r_n met zijn tangentiaalpunt samenvalt, dus een buigpunt is. Daar een buigpunt i met alle zijne restpunten samenvalt, behoort i ook tot de O_n, waarvoor het als r_n dienst doet. Voor deze bijzondere O_n snijdt $a_0 i$ de K_3 in s_n: daar i ook het punt s_{2n} (tangentiaalpunt van r_n) vertegenwoordigt, is a_0 dus identiek met het steeds op de lijn $s_n\,s_{2n}$ gelegen punt r_{3n-1}, d. w. z. a_0 is een punt van volledige aanraking der K_3 met een stelsel van K_{3n-1}; ik zal zulk een punt, in navolging van SYLVESTER, een *plethorisch punt* der orde $(3n-1)$ noemen.

9. *Elke der drie* O_n, *welke door de drie bestaanbare buigpunten bepaald worden, bestaat uit plethorische punten der orde* $(3n-1)$.

Is het punt s_n met i vereenigd, dan vervangt i voor de overeenkomstige centraalgroep ook het punt s_{4n-2} (tweede

tangentiaalpunt van s_n). De lijn $a_0\, i$ snijdt K_3 dan in r_n, dus is $a_0 \equiv r_{3n-2}$.

10. *Elk bestaanbaar buigpunt bepaalt eene centraalgroep der n^{de} orde, die uit plethorische punten der orde* $(3n - 2)$ *bestaat, en waarvoor het buigpunt tevens de punten s_n en r_{2n-1} vervangt.*

---

§ II.

Plethorische groepen.

Daar, gedurende een omloop van a_0 langs een tak van K_3, het punt r_{2m} denzelfden tak $(6\,m - 1)$maal in tegengestelden zin aflegt, zullen deze beide punten $6m$ maal samenvallen in een plethorisch punt der orde $2m$.

11. *Eene tweetakkige K_3 bezit $12m$ plethorische punten der orde $2m$, waarvan $6m$ op het ovaal en $6m$ op de serpentine liggen.*

Omdat r_{2m+1} steeds tot de serpentine behoort, bevat het ovaal geen plethorische punten van oneven orde. Beweegt a_0 zich eens langs de serpentine, dan verplaatst r_{2m+1} zich $(6\,m + 2)$ maal in tegengestelde richting over dien tak, zoodat de beide punten $(6\,m + 3)$ maal samenkomen.

12. *Eene K_3 heeft* $(6\,m + 3)$ *plethorische punten der orde* $(2\,m + 1)$, *die alle tot de serpentine behooren.*

Vat men de plethorische punten der n^{de} orde, die tot denzelfden tak behooren, tot eene *plethorische groep P_n* samen, dan geldt de algemeene regel:

13. *Elk plethorisch punt der n^{de} orde vormt met* $(3\,n - 1)$ *andere punten van denzelfden tak eene plethorische groep der n^{de} orde.*

Tot de krommen der orde $(n\,p + k)$, die in een plethorisch punt a_0 der n^{de} orde $3\,(n\,p + k) - 1$ punten met K_3 gemeen hebben, behoort elke kromme, die uit eene p-maal getelde, volledig rakende K_n en eene $(3\,k - 1)$—puntig osculeerende K_k is samengesteld; hieruit volgt, dat $r_{n\,p+k} \equiv r_k$.

In het bijzonder kan een plethorisch punt der orde n steeds beschouwd worden als plethorisch punt der orde np. De $3n$ punten eener groep zijn dan ook niet alle eigenlijke plethorische punten der orde n; steeds bevinden zich onder hen de drie buigpunten. Kötter heeft aangetoond, dat het aantal eigenlijke plethorische punten der n^{de} orde $\varphi(n)$ bepaald wordt door eene der formules:

$$\varphi\,(2\,m+1) = 3\,\tau\,(2\,m+1)$$
$$\varphi\,(4\,m+2) = 9\,\tau\,(2\,m+1)$$
$$\varphi\,[2^p\,(2\,m+1)] = 2^p\cdot 3\,\tau\,(2\,m+1)$$

waar τ het teeken voor het totient is *).

Daar r_1, r_n, s_{n+1} steeds collineair zijn, volgt uit $a_0 \equiv r_n$ en $r_1 \equiv a_1$, dat $s_{n+1} = a_0$; daar dan verder s_{n+1}, s_k, r_k in eene rechte liggen, wordt $s_k \equiv r_{n+1-k}$.

14. *Voor een plethorisch punt der n^{de} orde is $s_{np+k} \equiv s_k$, $r_{np+k} \equiv r_k$, $s_k \equiv r_{n+1-k}$ en zijn r_k, r_l en $r_{n+1-k-l}$ collineair.*

Duidt men het punt $s_k \equiv r_{n+1-k}$ door α_0, het restpunt der p^{de} orde van α_0 door ϱ_p, het centrum der p^{de} orde door σ_p aan, dan heeft men $\varrho_1 \equiv$ tang. $\alpha_0 \equiv r_{2k-1}$,

en $\sigma_2 \equiv$ tang. $\varrho_1 \equiv s_{4k-2}$; voorts,

omdat $\alpha_0\ \sigma_2\ \varrho_2$ collineair zijn, $\varrho_2 \equiv r_{5k-3}$,

$\sigma_3 \equiv$ tang. $\varrho_2 \equiv s_{7k-4}$,

$\varrho_3 \equiv$ tang. $\gamma_2 \equiv r_{8k-5}$.

Algemeen is

15. $\varrho_p \equiv r_{2k-1+(p-1)(3k-2)} \equiv r_{p(3k-2)-(k-1)}$.

Immers, neemt men aan, dat deze betrekking voor eenige waarde van p geldt, dan blijkt uit de collineaire ligging van ϱ_1, ϱ_p en γ_{p+1}, dat $\gamma_{p+1} \equiv s_{2(2k-1)+(p-1)(3k-2)} \equiv s_{k+p(3k-2)}$, en uit de collineaire ligging van α_0, γ_{p+1} en ϱ_{p+1}, dat $\varrho_{p+1} \equiv r_{2k-1+p(3k-2)}$; daar 15. voor $p = 1$ waar is, geldt zij dus algemeen.

Nu is $\varrho_n \equiv r_{n(3k-2)-(k-1)} \equiv r_{n+1-k} \equiv \alpha_0$. Omdat elk restpunt van α_0 tevens een restpunt van a_0 is, volgt hieruit:

---

*) T. a. p. bl. 46.

16. *De* $(n - 1)$ *verschillende restpunten van een plethorisch punt der* n^{de} *orde zijn eveneens plethorische punten der* n^{de} *orde en vormen met het eerste eene uit n punten samengestelde groep* R_n. *)

Is het bij $a_0 \equiv r_{mp}$ behoorende punt $s_k \equiv r_{mp+1-k}$ een plethorisch punt der p^{de} orde, dus $\varrho_p \equiv r_{p(3k-2)-(k-1)} \equiv r_{mp+1-k}$, dan heeft men $p(3k - 2) - (k - 1) \equiv mp + 1 - k$ (mod mp) of $3k \equiv 2$ (mod m).

Voor $m = 3q + 1$ wordt dus $k \equiv q + 1$ (mod $3q + 1$), voor $m = 3q - 1$ wordt $k \equiv 2q$ (mod $3q - 1$), voor $m = 3q$ heeft de congruentie geen wortel.

Hieruit blijkt, dat de plethorische punten der orde 3^s, wier aantal 2. 3^s bedraagt, verdeeld zijn over twee gelijkwaardige groepen R_{3^s}; eene derde groep wordt gevormd door de plethorische punten der orden 3^t, ($t = 0, 1, 2$ tot $(s - 1)$); zij bestaat uit groepen R van lager orde.

17. R_{3^s} *bevat enkel eigenlijke plethorische punten;* $R_{9q\pm3}$ *bevat drie plethorische punten der derde orde;* $R_{3q\pm1}$ *bezit een buigpunt.*

Is $a_0 \equiv r_{2m}$ en $\alpha_0 \equiv s_{2m} \equiv r_1$, dan wordt $\varrho_m \equiv r_{2m(3m-2)+1} \equiv a_1$; a_1 is dus een plethorisch punt der orde m. Stelt men $s_{m+1} \equiv \alpha'_0$ dan wordt $\varrho'_m \equiv r_{2m+1+(m-1)(3m+1)} \equiv r_{3m^2}$, d. w. z. ϱ'_m is identiek met r_m of met r_{2m} naar gelang m oneven of even is; in het eerste geval is r_m een plethorisch punt der m^{de} orde, in het tweede een plethorisch punt der orde $2m$.

18. *De plethorische punten der orde 2m zijn de antitangentiaalpunten van de plethorische punten der* m^{de} *orde; naar mate m oneven of even is, geeft elk punt der* m^{de} *orde drie of vier punten der orde 2m.*

---

*) Kötter, t. a. p. bl. 47: „Aus einem eigentlichen Wendepunct n^{ter} Ordnung kann man mit Hülfe des Lineals $(n - 1)$ andere eigentliche oder uneigentliche Wendepuncte derselben Ordnung ableiten.” De groep R_n verschilt natuurlijk van de boven beschouwde groep P_n.

§ III.

Tangentiaalveelhoeken.

Blijkens tabel (II) zal een plethorisch punt der orde $\frac{1}{3}(2^{2k-1}+1)$ met zijn $(2k-1)^{\text{ste}}$ tangentiaalpunt, een plethorisch punt der orde $\frac{1}{3}(2^{2k}-1)$ met zijn $2k^{\text{de}}$ tangentiaalpunt samenvallen; daarbij is het onverschillig of het bedoelde punt een eigenlijk of oneigenlijk plethorisch punt der genoemde orde is. In beide gevallen ontstaat een veelhoek, die tegelijk *in* en *om* K_3 is beschreven, en *tangentiaalveelhoek* zal genoemd worden. Kötter *) vat deze beide gevallen samen tot den regel:

19. *Elk hoekpunt van een tangentiaalveelhoek met n zijden is een eigenlijk of oneigenlijk plethorisch punt der orde* $\frac{1}{3}(2^n-(-1)^n)$.

Doorloopt a_0 de serpentine in eene bepaalde richting, dan verplaatst a_{2k-1} zich 2^{2k-1} maal in tegengestelden zin, valt dus $(2^{2k-1}+1)$ maal met a_0 samen, terwijl a_{2k} dien tak 2^{2k} maal in dezelfde richting beschrijft, derhalve $(2^{2k}-1)$ maal met a_0 vereenigd wordt. Zoo komt men tot de door Durège †) in anderen vorm gegeven eigenschap:

20. *Het aantal toppen van tangentiaal-n-hoeken bedraagt* $2^n-(-1)^n$; *daaronder zijn evenwel punten, behoorende tot veelhoeken met een aantal zijden gelijk aan een deeler van n, en bovendien de drie buigpunten.*

Daar $a_4 \equiv s_6$ en $a_0 \equiv s_{n+1}$, is elk hoekpunt van een tangentiaalvierhoek een plethorisch punt der 5de orde. §) Het buigpunt a_5, dat met de toppen van dien vierhoek eene R_5 vormt, is hun gemeenschappelijk restpunt r_2; wegens de collineaire ligging van a_0, a_2, en r_2 is het in het snijpunt van $a_0 a_2$ en $a_1 a_3$ gelegen. De twaalf eigenlijke plethorische punten der vijfde orde vormen eene 12_3, welke

*) t. a. p. bl. 50. In plaats van plethorisch punt staat daar Wendepunct.

†) „Ueber fortgesetztes Tangentenziehen” (*Math. Ann.* I).

§) De beide tangentiaaldriehoeken vormen met de buigpunten eene desmische 9_3. (J. de Vries „Over de desmische cf. 9_3.” *Versl. en Meded.* deel VI, bl. 175).

uit een der tangentiaalvierhoeken T_4 ontstaat door toepassing van de door mij elders *) bewezen eigenschap:

21. *Vult men de toppen van een tangentiaal-n-hoek tot inflexietripels aan, dan vormen deze n tripels eene cf.* $3n_3$, *welke uit een cyclus van n driehoeken zoodanig is samengesteld, dat elke driehoek in den voorafgaanden en om den volgenden is beschreven, terwijl de* $2n$ *toegevoegde punten tot twee nieuwe tangentiaal-n-hoeken behooren. Deze* $3n_3$ *is tetratrigonisch en levert door afscheiding van eene hoofd-n-zijde eene cf.* $(3n_2, 2n_3)$.

In het vervolg zal ik deze $3n_3$ als *splitsbare* tetratrigonische cf. aanduiden om haar te onderscheiden van de *onsplitsbare* tetratrigonische $3n_3$, welke slechts neven-$(n-1)$-zijden bezit, en waarvan de lijnen door $a_i\ b_i\ c_{i+1}$, $b_i\ c_i\ a_{i+1}$, $c_i\ a_i\ b_{i+1}$, $(i = 1$ tot $n - 1)$ met de drie lijnen $a_n\ b_n\ a_1$, $b_n\ c_n\ b_1$, $c_n\ a_n\ c_1$ worden voorgesteld.

De drie bestaanbare T_4 eener K_3 vormen, volgens N⁰. 21, de splitsbare tetratrigonische 12_3 van tabel (III).

$a_1\ b_1\ c_2$	$a_2\ b_1\ c_1$	$a_1\ b_2\ c_1$
$a_2\ b_2\ c_3$	$a_3\ b_2\ c_2$	$a_2\ b_3\ c_2$
$a_3\ b_3\ c_4$	$a_4\ b_3\ c_3$	$a_3\ b_4\ c_3$
$a_4\ b_4\ c_1$	$a_1\ b_4\ c_4$	$a_4\ b_1\ c_4$

. . . . (III).

Blijkbaar zijn $a_1\ b_1\ c_1$ en $a_3\ b_3\ c_3$ connexe inflexietripels, en geldt hetzelfde voor $a_2\ b_2\ c_2$ en $a_4\ b_4\ c_4$. Tabel (IV) bevat de beide desmische 9_3, welke door de twee connexe paren met de buigpunten $a_5\ b_5\ c_5$ worden gevormd.

$a_1\ a_3\ a_5$	$a_1\ b_3\ c_5$	$a_1\ b_5\ c_3$
$b_1\ b_3\ b_5$	$a_3\ b_5\ c_1$	$a_3\ b_1\ c_5$
$c_1\ c_3\ c_5$	$a_5\ b_1\ c_3$	$a_5\ b_3\ c_1$
$a_2\ a_4\ a_5$	$a_2\ b_4\ c_5$	$a_2\ b_5\ c_4$
$b_2\ b_4\ b_5$	$a_4\ b_5\ c_2$	$a_4\ b_2\ c_5$
$c_2\ c_4\ b_5$	$a_5\ b_2\ c_4$	$a_5\ b_4\ c_2$

. . . (IV).

*) t. a. p. bl. 183.

Samen stellen de tabellen (III) en (IV) eene cf. $(15_6, 30_3)$ met driepuntige diagonaal $a_5\ b_5\ c_5$ voor.

22. *De twaalf plethorische punten der vijfde orde behooren tot eene splitsbare tetratrigonische* 12_3, *waaruit door toevoeging van de drie buigpunten eene* $(15_6, 30_3)$ *ontstaat.*

De cf. $(15_5, 25_3)$, welke uit de bedoelde $(15_6, 30_3)$ te voorschijn komt, als de zes diagonalen der drie T_4 weggelaten worden en men de punten a_5, b_5 en c_5 in de figuur opneemt, is blijkens 9. uit drie osculatiegroepen der tweede orde samengesteld; tabel (V) geeft dus de notatie voor *elke* uit drie O_2 gevormde $(15_5, 25_3)$.

$a_1\ b_1\ c_2$	$a_2\ b_2\ c_3$	$a_3\ b_3\ c_4$	$a_4\ b_4\ c_1$	$a_5\ b_5\ c_5$	
$a_1\ b_2\ c_1$	$a_2\ b_3\ c_2$	$a_3\ b_4\ c_3$	$a_4\ b_5\ c_2$	$a_5\ b_1\ c_3$	
$a_1\ b_3\ c_5$	$a_2\ b_4\ c_5$	$a_3\ b_5\ c_1$	$a_4\ b_1\ c_4$	$a_5\ b_2\ c_4$	(V).
$a_1\ b_4\ c_4$	$a_2\ b_5\ c_4$	$a_3\ b_1\ c_5$	$a_4\ b_2\ c_5$	$a_5\ b_3\ c_1$	
$a_1\ b_5\ c_3$	$a_2\ b_1\ c_1$	$a_3\ b_2\ c_2$	$a_4\ b_3\ c_3$	$a_5\ b_4\ c_2$	

Elke lijn dezer cf. heeft tot restfiguur eene met de cf. van tabel (III) gelijksoortige 12_3.

Laat men c_1 met a_1, c_2 met a_2, c_3 met a_3, c_4 met a_4, c_5 met a_5 samenvallen, waardoor b_2, b_3, b_4, b_1, b_5 achtereenvolgens de tangentiaalpunten van a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 worden, dan gaat tabel (V) over in (VI), welke de punten b_i als neventoppen van den volledigen vijfhoek a_i doet kennen.

$a_1\ a_2\ b_1$	$a_3\ a_4\ b_3$	
$a_1\ a_3\ b_5$	$a_2\ a_4\ b_5$	
$a_1\ a_4\ b_4$	$a_2\ a_3\ b_2$	. . . (VI).
$a_1\ a_5\ b_3$	$a_3\ a_5\ b_1$	
$a_2\ a_5\ b_4$	$a_4\ a_5\ b_2$	

23. *Elke in* K_3 *beschreven splitsbare tetratrigonische* 12_3 *behoort tot eene door drie osculatiegroepen der tweede orde gevormde* $(15_5, 25_3)$.

Immers, snijdt K_3 de lijn $b_1 c_3$ in a_5, dan volgt uit:

$$\left\{\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_2 \\ b_2 & c_3 & a_2 \\ c_1 & a_5 & b_3 \end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix} a_2 & b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 & a_4 \\ c_2 & a_5 & b_4 \end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_2 \\ b_4 & c_3 & a_3 \\ c_4 & a_5 & b_2 \end{matrix}\right\},$$

dat de lijnen $b_3 c_1$, $b_4 c_2$, $b_2 c_4$ door a_5 gaan. Op dergelijke wijze blijkt, dat de lijnen $a_1 c_3$, $a_2 c_4$, $a_3 c_1$ en $a_4 c_2$ in een punt b_5 van K_3, en de lijnen $a_1 b_3$, $a_2 b_4$, $a_3 b_1$, $a_4 b_2$ in een c_5 van K_3 samenkomen. Ten slotte zijn blijkens

$$\left\{\begin{matrix} b_1 & c_2 & a_1 \\ c_3 & a_4 & b_3 \\ a_5 & b_5 & c_5 \end{matrix}\right\}$$

de punten a_5, b_5, c_5 collinair met eene lijn, die de figuur tot eene $(15_5, 25_3)$ aanvult. Verder leert

$$\left\{\begin{matrix} b_1 & c_2 & a_1 \\ c_1 & b_2 & a_1 \\ a_2 & a_3 & tg a_1 \end{matrix}\right\}$$

dat het tangentiaalpunt van a_1 op $a_2 a_3$, dus algemeen het tangentiaalpunt van p_i op de lijn $p_{i+1}\, p_{i+2}$ ligt, waar $p = a$, b of c en $i = 1, 2, 3, 4$ is.

Blijkens

$$\left\{\begin{matrix} a_1 & a_2 & tg.\, a_4 \\ tg.\, tg.\, a_1 & tg.\, a_2 & tg.\, a_3 \\ r_2 & a_2 & tg.tg.a_2 \end{matrix}\right\}$$

hebben a_i en a_k hetzelfde tweede restpunt, behooren dus tot eene O_2; en hierdoor is de waarheid van N°. 22 gestaafd.

Door afscheiding van de hoofdvijfzijde

$$(a_1\ b_1\ c_2,\ a_2\ b_2\ c_3,\ a_3\ b_3\ c_4,\ a_4\ b_4\ c_1,\ a_5\ b_5\ c_5)$$

ontstaat uit de $(15_5, 25_3)$ van tabel (V) eene $(15_4, 20_3)$, waaruit door afzondering der hoofdvijfzijde

$$(a_1\ b_5\ c_3,\ a_2\ b_4\ c_5,\ a_3\ b_2\ c_2,\ a_4\ b_1\ c_4,\ a_5\ b_3\ c_1)$$

eene 15_3 kan gevonden worden.

Is $a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ a_5$ een tangentiaalvijfhoek, dan snijdt $a_1\ a_3$ de K_3 in een punt α_5, dat met zijn vijfde tangentiaalpunt moet samenvallen, omdat dit het geval is voor a_1 en a_3; het behoort dus tot een tweeden tangentiaalvijfhoek $\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3\ \alpha_4\ \alpha_5$. De uit $a_1\ a_2$ en $a_3\ a_4$ gevormde K_2 snijdt K_3 nog in a_1 en a_3, dus is α_5 het tegenpunt van $a_1\ a_2\ a_3\ a_4$; derhalve liggen de punten α_2 en α_3, welke K_3 nog gemeen heeft met de uit $a_2\ a_3$ en $a_4\ a_1$ samengestelde K_2, met α_5 collineair. De beide vijfhoeken a_i en α_i vormen dus de door tabel (VII) voorgestelde 10_3.

$a_1\ a_3\ \alpha_5$	$\alpha_1\ \alpha_3\ a_5$
$a_2\ a_4\ \alpha_1$	$\alpha_2\ \alpha_4\ a_1$
$a_3\ a_5\ \alpha_2$	$\alpha_3\ \alpha_5\ a_2$ . . . . . (VII).
$a_4\ a_1\ \alpha_3$	$\alpha_4\ \alpha_1\ a_3$
$a_5\ a_2\ \alpha_4$	$\alpha_5\ \alpha_2\ a_4$

Daar elk punt dezer 10_3 tot restfiguur heeft een cf. driehoek, is zij identiek met de door KANTOR *) als $10_3\ A$ beschreven cf.

Is $\mathfrak{a}_i$ het snijpunt van K_3 met $a_i\ \alpha_i$ ($i = 1$ tot 5) dan volgt uit:

$$\left\{\begin{matrix} a_1 & \alpha_1 & \mathfrak{a}_1 \\ \alpha_2 & a_2 & \mathfrak{a}_2 \\ \alpha_4 & a_4 & \mathfrak{a}_4 \end{matrix}\right\},$$

dat $\mathfrak{a}_1\ \mathfrak{a}_2\ \mathfrak{a}_4$ collineair zijn; dit geldt dan voor alle drietallen van punten $\mathfrak{a}_i$, die door cyclische verschuiving uit dit drietal ontstaan; alle punten $\mathfrak{a}_i$ zijn dus tot een buigpunt $\mathfrak{a}$ vereenigd.

De zes tangentiaalvijfhoeken, welke blijkens $a_5 \equiv r_{11}$,

*) *Die Conf.* $(3, 3)_{10}$ (*Wiener Sitz. ber.* Bd. 84). KANTOR bewijst, dat elke in eene K_3 beschreven $10_3\ A$ uit twee tangentiaalvijfhoeken bestaat.

uit de dertig eigenlijke plethorische punten de 11[de] orde kunnen samengesteld worden, behooren tot twee cf. 15_3, die door toepassing van N⁰. 21 uit de punten a_i en α_i ontstaan en achtereenvolgens door

$$\left\{\begin{array}{l} a_i\ b_i\ c_{i+1} \\ a_{i+1}\ b_i\ c_i \\ a_i\ b_{i+1}\ c_i \end{array}\right. \quad \text{en} \quad \left\{\begin{array}{l} \alpha_i\ \beta_i\ \gamma_{i+1} \\ \alpha_{i+1}\ \beta_i\ \gamma_i \\ \alpha_i\ \beta_{i+1}\ \gamma_i \end{array}\right. \quad (i = 1 \text{ tot } 5) \qquad \text{(VIII)}$$

worden voorgesteld.

De vijf paren van connexe inflexietripels $a_i\ b_i\ c_i$, $\alpha_i\ \beta_i\ \gamma_i$, bepalen met de buigpunten $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ vijf door tabel (IX) voorgestelde desmische 9_3.

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc} a_i & \mathfrak{a} & \alpha_i & a_i & \mathfrak{b} & \gamma_i & a_i & \mathfrak{c} & \beta_i \\ b_i & \mathfrak{b} & \beta_i & b_i & \mathfrak{c} & \alpha_i & b_i & \mathfrak{a} & \gamma_i \\ c_i & \mathfrak{c} & \gamma_i & c_i & \mathfrak{a} & \beta_i & c_i & \mathfrak{b} & \alpha_i \end{array} \qquad \text{(IX)}.$$

$(i = 1 \text{ tot } 5)$.

De punten der beide cf. 15_3 worden nog door 10 andere desmische 9_3 verbonden. Immers de lijnen $a_i\ a_{i+2}\ \alpha_{i+4}$, $b_i\ b_{i+2}\ \beta_{i+4}$ en $c_i\ c_{i+2}\ \gamma_{i+4}$ van tabel (VII) geven aanleiding tot de cf. van tabel (X), waar $i = 1$ tot 5.

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc} a_i & a_{i+2} & \alpha_{i+4} & a_i & b_{i+2} & \gamma_{i+4} & a_i & \beta_{i+4} & c_{i+2} \\ b_i & b_{i+2} & \beta_{i+4} & a_{i+2} & \beta_{i+4} & c_i & a_{i+2} & b_i & \gamma_{i+4} \\ c_i & c_{i+2} & \gamma_{i+4} & \alpha_{i+4} & b_i & c_{i+2} & \alpha_{i+4} & b_{i+2} & c_i \end{array} \qquad \text{(X)}.$$

Vervanging van a door α, van b door β, van c door γ geeft de tabel voor de overige vijf 9_3.

24. *De dertig plethorische punten der elfde orde vormen twee splitsbare cf.* 15_3, *die deel uitmaken van eene* $(30_{12}, 120_3)$, *welke behalve hen tien desmische* 9_3 *bevat.*

Verwijdert men uit de $(30_9, 90_3)$, waartoe deze tien 9_3 vereenigd zijn, de tien hoofddriezijden:

$$\begin{array}{lll|lll} a_i & a_{i+2} & \alpha_{i+4} & \alpha_i & \alpha_{i+2} & a_{i+4} \\ b_i & b_{i+2} & \beta_{i+4} & \beta_i & \beta_{i+2} & b_{i+4} \\ c_i & c_{i+2} & \gamma_{i+4} & \gamma_i & \gamma_{i+2} & c_{i+4}, \end{array} \quad (i = 1 \text{ tot } 5),$$

dan ontstaat eene $(30_6, 60_3)$, welke door toevoeging van de beide 15_3, (tabel VIII), van de vijf desmische 9_3 van (IX) (met uitzondering van de lijnen $a_i\ \mathfrak{a}\ \alpha_i$, $b_i\ \mathfrak{b}\ \beta_i$, $c_i\ \mathfrak{c}\ \gamma_i$) en de lijn $\mathfrak{a}\ \mathfrak{b}\ \mathfrak{c}$, in eene $(33_{11}, 121_3)$ verandert. Volgens N°. 9 vormen deze 33 punten drie O_4 met de collineaire restpunten $\mathfrak{a}\ \mathfrak{b}\ \mathfrak{c}$.

25. *De cf.* $(33_{11}, 121_3)$, *welke uit drie osculatiegroepen der vierde orde kan samengesteld worden, geeft aanleiding tot de tabel:*

$$\left|\begin{array}{lll|lll|lll|lll} a_i & b_{i+2} & \gamma_{i+4} & \alpha_i & \beta_{i+2} & c_{i+4} & a_i & b_{i-2} & \gamma_{i+2} & \alpha_i & \beta_{i-2} & c_{i+2} \\ b_i & c_{i+2} & \alpha_{i+4} & \beta_i & \gamma_{i+2} & a_{i+4} & b_i & c_{i-2} & \alpha_{i+2} & \beta_i & \gamma_{i-2} & a_{i+2} \\ c_i & a_{i+2} & \beta_{i+4} & \gamma_i & \alpha_{i+2} & b_{i+4} & c_i & a_{i-2} & \beta_{i+2} & \gamma_i & \alpha_{i-2} & b_{i+2} \end{array}\right| \quad \text{(XI)}$$

$$\left|\begin{array}{lll|lll|lll|lll} a_i & b_i & c_{i+1} & \alpha_i & \beta_i & \gamma_{i+1} & a_i & \mathfrak{b} & \gamma_i & a_i & \mathfrak{c} & \beta_i \\ a_i & b_{i+1} & c_i & \alpha_i & \beta_{i+1} & \gamma_i & b_i & \mathfrak{c} & \alpha_i & b_i & \mathfrak{a} & \gamma_i \\ a_{i+1} & b_i & c_i & \alpha_{i+1} & \beta_i & \gamma_i & c_i & \mathfrak{a} & \beta_i & c_i & \mathfrak{b} & \alpha_i \end{array}\right|$$

$$|\ \mathfrak{a}\ \mathfrak{b}\ \mathfrak{c}\ | \qquad (i = 1 \text{ tot } 5).$$

Daar $a_6 \equiv s_{22}$, zullen a_6 en $a_0 \equiv s_1$ samenvallen, zoodra $a_0 \equiv r_{21}$, dus wanneer a_0 een plethorisch punt der 21ste of der 7de orde is. In elk dezer beide gevallen zijn de plethorische punten in tangentiaalzeshoeken gerangschikt, en is de lijn $a_i\ a_{i+3}$ identiek met haar derde satelliet $a_{i+3}\ a_i$, zoodat haar snijpunt met K_3 òf een buigpunt, òf een plethorisch punt der 3de orde is.

Volgens N°. 17 bestaat R_7 uit 6 eigenlijke plethorische punten en een buigpunt, en bevat R_{21} een driehoek van Hart, zoodat de overige 18 punten drie tangentiaalzeshoeken moeten vormen.

Voor R_7 heeft men $r_5 \equiv \mathfrak{a}$ (buigpunt) en

$a_0 \equiv r_7$	$a_3 \equiv r_3$
$a_1 \equiv r_1$	$a_4 \equiv r_2$
$a_2 \equiv r_6$	$a_5 \equiv r_4$

Blijkens N^0. 14 volgt hieruit dat $a_1\ a_3\ a_5$ en evenzoo $a_2\ a_4\ a_6$ collineair zijn.

26. *De achttien plethorische punten der zevende orde vormen drie paren van connexe inflexietripels, welke tot eene splitsbare tetratrigonische* 18_3 *met de lijnen* $a_i\ b_i\ c_{i+1}$, $a_i\ b_{i+1}\ c_i$, $a_{i+1}\ b_i\ c_i$ $(i = 1$ *tot* $6)$ *en twee desmische* 9_3 *met de lijnen*

$a_i\ a_{i+2}\ a_{i+4}$	$a_i\ b_{i+2}\ c_{i+4}$	$a_i\ b_{i+4}\ c_{i+2}$
$b_i\ b_{i+2}\ b_{i+4}$	$a_{i+2}\ b_{i+4}\ c_i$	$a_{i+2}\ b_i\ c_{i+4}$
$c_i\ c_{i+2}\ c_{i+4}$	$a_{i+4}\ b_i\ c_{i+2}$	$a_{i+4}\ b_{i+2}\ c_i$

vereenigd zijn; deze drie cf. vormen samen eene $(18_6, 36_3)$.

De lijnen $a_i\ a_{i+3}\ \mathfrak{a}$, $b_i\ b_{i+3}\ \mathfrak{b}$, $c_i\ c_{i+3}\ \mathfrak{c}$ bepalen drie desmische 9_3, welke behalve deze lijnen de lijnen

$a_i\ \mathfrak{b}\ c_{i+3}$	$a_i\ \mathfrak{c}\ b_{i+3}$
$b_i\ \mathfrak{c}\ a_{i+3}$	$b_i\ \mathfrak{a}\ c_{i+3}$
$c_i\ \mathfrak{a}\ b_{i+3}$	$c_i\ \mathfrak{b}\ a_{i+3}$.

bevatten.

De drie centraalgroepen S_3, waaruit volgens N^0. 10 de drie R_7 bestaan, vormen eene $(21_7, 49_3)$, waartoe behalve de lijn $\mathfrak{a}\ \mathfrak{b}\ \mathfrak{c}$, de genoemde lijnen, met uitzondering van de zes lijnen $p_i\ p_{i+2}\ p_{i+4}$ $(p = a, b, c$ en $i = 1$ en $2)$, behooren.

27. *Drie centraalgroepen der derde orde, waarvoor de punten* s_3 *collineair liggen, vormen eene* $(21_7, 49_3)$ *met de lijnen* $a_i\ b_{i+2}\ c_{i+4}$, $a_i\ b_{i+4}\ c_{i+2}$, $a_i\ \mathfrak{b}\ c_{i+3}$, $b_i\ \mathfrak{c}\ a_{i+3}$, $c_i\ \mathfrak{a}\ b_{i+3}$, $a_i\ b_i\ c_{i+1}$, $a_{i+1}\ b_i\ c_i$, $a_i\ b_{i+1}\ c_i$, $(i = 1$ *tot* $6)$ *en de lijn* $\mathfrak{a}\ \mathfrak{b}\ \mathfrak{c}$.

Voor $a_0 \equiv r_{21} \equiv a_6$ heeft men:

$$\begin{array}{lll|lll|lll} a_1 & \equiv & r_1 & b_1 & \equiv & r_8 & c_1 & \equiv & r_{15} \\ a_2 & \equiv & r_{20} & b_2 & \equiv & r_6 & c_2 & \equiv & r_{13} \\ a_3 & \equiv & r_3 & b_3 & \equiv & r_{10} & c_3 & \equiv & r_{17} \\ a_4 & \equiv & r_{16} & b_4 & \equiv & r_2 & c_4 & \equiv & r_9 \\ a_5 & \equiv & r_{11} & b_5 & \equiv & r_{18} & c_5 & \equiv & r_4 \\ a_6 & \equiv & r_{21} & b_6 & \equiv & r_7 & c_6 & \equiv & r_{14} \end{array} \quad (XII)$$

$$h_1 \equiv r_5 \quad | \quad h_2 \equiv r_{12} \quad | \quad h_3 \equiv r_{19}$$

De laatste drie punten vormen een tangentiaaldriehoek. Volgens N⁰. 14 is a_1 collineair met de puntenparen $r_i \; r_{21-i}$ ($i = 2$ tot 10). Met het oog op tabel (XII) vindt men hieruit, dat de punten a_i, b_i, c_i en h_i door de volgende lijnen verbonden worden:

$$\begin{array}{lll|lll} a_i & b_i & c_{i+1} & a_i & a_{i+3} & h_i \\ a_i & b_{i+1} & c_i & b_i & b_{i+3} & h_{i+1} \\ a_{i+1} & b_i & c_i & c_i & c_{i+3} & h_{i+2} \\ a_i & a_{i+2} & b_{i+4} & a_i & b_{i+3} & h_{i+2} \\ b_i & b_{i+2} & c_{i+4} & b_i & c_{i+3} & h_i \\ c_i & c_{i+2} & a_{i+4} & c_i & a_{i+3} & h_{i+1} \end{array} \quad \ldots . (XIII).$$

($i = 1$ tot 6).

De lijnen $a_i \; b_i \; c_{i+1}$, $a_i \; b_{i+1} \; c_i$, $a_{i+1} \; b_i \; c_i$ vormen eene splitsbare tetratrigonische 18_3; de overige lijnen, welke $a_i \; b_i \; c_i$ onderling verbinden, bepalen twee desmische 9_3, de eene met de driehoeken $a_1 \, a_3 \, a_5$, $b_1 \, b_3 \, b_5$, $c_1 \, c_3 \, c_5$, de andere met $a_2 \, a_4 \, a_6$, $b_2 \, b_4 \, b_6$, $c_2 \, c_4 \, c_6$. Ten slotte zijn de punten $h_1 \, h_2 \, h_3$ met a_i, b_i en c_i tot drie desmische 9_3 vereenigd, waarvan eene de punten a_1, a_4, b_1, b_4, c_1 en c_4 bevat.

28. *Elke der beide groepen van eigenlijke plethorische punten der orde* 21 *bestaat uit drie tangentiaalzeshoeken en een tangentiaaldriehoek; de toppen van den laatsten liggen op*

de hoofddiagonalen der zeshoeken, die ten opzichte van elkander zoodanig geplaatst zijn, dat de overige diagonalen van elken zeshoek de toppen van een tweeden zeshoek dragen, zoodat zij tot een cyclus vereenigd zijn. De geheele groep geeft aanleiding tot eene $(21_9, 63_3)$, *die in eene* 18_3 *en vijf desmische* 9_3 *kan ontleed worden; zondert men den tangentiaaldriehoek af, dan ontstaat eene* $(18_6, 36_3)$.

De lijn, welke een eigenlijk plethorisch punt der orde 21 verbindt met een dergelijk punt der tweede R_{21}, gaat òf door een buigpunt, òf door een plethorisch punt der 7[de] orde. De toppen der drie tangentiaalzeshoeken der eerste soort vormen dus met de toppen van de zes tangentiaalzeshoeken der tweede soort eene $(54_{15}, 270_3)$.

Daar $a_7 \equiv r_{43}$, zijn de 126 plethorische punten der 43[ste] orde gerangschikt in drie groepen van zes tangentiaalzevenhoeken. Is $a_0 \equiv a_7$ een punt van zulk een T_7, dan valt $r_{29} \equiv tg.\ r_{29}$ met het buigpunt der R_{43} samen; de overige punten der groep behooren tot de zes in tabel (XIV) voorgestelde T_7.

$a_1 \equiv r_1$	$b_1 \equiv r_{40}$	$c_1 \equiv r_{17}$	$\alpha_1 \equiv r_{14}$	$\beta_1 \equiv r_{18}$	$\gamma_1 \equiv r_{41}$	
$a_2 \equiv r_{42}$	$b_2 \equiv r_7$	$c_2 \equiv r_{10}$	$\alpha_2 \equiv r_{16}$	$\beta_2 \equiv r_8$	$\gamma_2 \equiv r_5$	
$a_3 \equiv r_3$	$b_3 \equiv r_{30}$	$c_3 \equiv r_{24}$	$\alpha_3 \equiv r_{12}$	$\beta_3 \equiv r_{28}$	$\gamma_3 \equiv r_{34}$	
$a_4 \equiv r_{38}$	$b_4 \equiv r_{27}$	$c_4 \equiv r_{39}$	$\alpha_4 \equiv r_{20}$	$\beta_4 \equiv r_{31}$	$\gamma_4 \equiv r_{19}$	(XIV)
$a_5 \equiv r_{11}$	$b_5 \equiv r_{33}$	$c_5 \equiv r_9$	$\alpha_5 \equiv r_4$	$\beta_5 \equiv r_{25}$	$\gamma_5 \equiv r_6$	
$a_6 \equiv r_{22}$	$b_6 \equiv r_{21}$	$c_6 \equiv r_{26}$	$\alpha_6 \equiv r_{36}$	$\beta_6 \equiv r_{37}$	$\gamma_6 \equiv r_{32}$	
$a_7 \equiv r_{43}$	$b_7 \equiv r_2$	$c_7 \equiv r_{35}$	$\alpha_7 \equiv r_{15}$	$\beta_7 \equiv r_{13}$	$\gamma_7 \equiv r_{23}$	

Deze 42 punten vormen twee groepen van 21 punten, die uit het buigpunt in elkander geprojecteerd worden, en wel a_i in α_i, b_i in β_i, c_i in γ_i. Uit (XIV) blijkt gemakkelijk dat a_1 met de paren $a_3\,b_1$, $b_5\,c_2$, $c_1\,c_6$ en $a_6\,b_6$ collineair ligt.

29. *Drie tangentiaalzevenhoeken eener* R_{43} *bepalen eene* $(21_4, 28_3)$, *welke uit het buigpunt der groep in eene gelijksoortige, door de overige drie zevenhoeken gevormde cf. geprojecteerd wordt. Deze beide cf. zijn vereenigd in eene cf.*

$(42_{19}, 266_3)$. *De toppen der achttien zevenhoeken, welke* K_3 *bezit, behooren tot eene* $(126_{60}, 2520_3)$, *welke uit drie* $(42_{19}, 266_3)$, *zes splitsbare tetratrigonische* 21_3 *en* 266 *desmische* 9_3 *is samengesteld.*

Daar de afleiding der laatstgenoemde eigenschappen op het voetspoor der bij T_6 gebezigde handelwijze kan geschieden, laat ik haar hier, en in het vervolg, achterwege.

Omdat $a_8 \equiv s_{86}$, zijn de plethorische punten der orde 85 en de plethorische punten der orde 17 in tangentiaalachthoeken vereenigd; elke der drie R_{85} bevat een buigpunt, eenen T_4 (daar R_5 tot R_{85} behoort), twee T_8 der eerste soort (behoorende tot R_{17}) en acht T_8 der tweede soort, waarvan de toppen plethorische punten der orde 85 zijn.

Voor $1_0 \equiv r_{17}$ is $r_6 \equiv s_{12}$ met een buigpunt identiek, waardoor de hoofddiagonalen der beide tot R_{17} behoorende achthoeken gaan. De toppen dezer T_8 hangen op de volgende wijze samen met de restpunten van 1_0.

$$
\left.\begin{array}{ll|ll}
1_1 \equiv r_1 & & 2_1 \equiv r_{15} \\
1_2 \equiv r_{16} & & 2_2 \equiv r_5 \\
1_3 \equiv r_3 & & 2_3 \equiv r_8 \\
1_4 \equiv r_{12} & & 2_4 \equiv r_2 \\
1_5 \equiv r_{11} & & 2_5 \equiv r_{14} \\
1_6 \equiv r_{13} & & 2_6 \equiv r_7 \\
1_7 \equiv r_9 & & 2_7 \equiv r_4 \\
1_8 \equiv r_{17} & & 2_8 \equiv r_{10}
\end{array}\right. \quad \ldots\ldots \text{(XV)}.
$$

Uit deze tabel vindt men gemakkelijk, dat de beide T_8 aanleiding geven tot eene cf. $(16_6, 32_3)$ met de lijnen:

$$
\left\{\begin{array}{lll}
1_i & 1_{i+2} & 2_{i+4} \\
1_i & 1_{i+3} & 2_{i+1} \\
2_i & 2_{i+2} & 1_{i+3} \\
2_i & 2_{i+3} & 1_i
\end{array}\right.
$$

Volgens N^0. 9 is elke der drie R_{17} tevens eene O_6 met het buigpunt als gemeenschappelijk restpunt; de samenstelling der $(51_{17}, 289_3)$, tot welke deze drie O_6 behooren, wordt langs soortgelijken weg gevonden als boven voor de uit drie O_4 bestaande cf. is geschied. Tot haar vorming dragen bij: 1^0. twee splitsbare tetragonische 24_3, elke uit drie T_8 en acht inflexietripels bestaande, 2^0. 32 desmische 9_3, elke van de hoofddriezijde beroofd, welke aan de drie $(16_6, 32_3)$ ontleend is, 3^0. acht desmische 9_3, die door de hoofddiagonalen der achthoeken bepaald en van deze ontdaan zijn, 4^0. de lijn, die de drie buigpunten draagt.

In de door het punt $a_0 \equiv r_{85}$ bepaalde R_{85} worden de punten der in haar begrepen R_5 en R_{17} aangewezen door de wortels der congruenties $k \equiv 12$ (mod 17) en $k \equiv 4$ (mod 5), welke uit de congruentie $3k \equiv 2$ (mod m) van bl. 242 voortvloeien.

De toppen van T_4 zijn dus identiek met r_6, r_{23}, r_{40}, r_{74}; de hoekpunten 1_i, 2_i der beide T_8 der eerste soort zijn restpunten van a_0, waarvoor de indices aan de vergelijking $i = 82 - 5\alpha$ voldoen; het aan R_5 en R_{17} gemeenschappelijke buigpunt is met r_{57} vereenigd Hieruit blijkt nu, dat de diagonaal $a_1\, a_3$ een top 1_1 van eenen T_8 der eerste soort draagt, terwijl de diagonaal $a_1\, a_4$ met een plethorisch punt der orde 85 incident is, dat niet tot den achthoek a_i behoort, en door b_1 kan voorgesteld worden; $a_1\, a_5$ bevat een top van T_4, $a_1\, a_6$ het punt b_6, $a_1\, a_7$ het punt 1_7. Bij voortzetting van dit onderzoek blijkt, dat de acht tangentiaalachthoeken der tweede soort elk acht diagonalen bezitten, welke de toppen van een dergelijken T_8 dragen, zoodat zij, als het ware, tot een ring zijn vereenigd en zoodoende eene 64_3 vormen. De 82 punten, waarmede a_0 niet door raaklijnen verbonden is, liggen paarsgewijze in 41 lijnen door a_0; 20 van hen verbinden dit punt met de toppen van den T_4 en de beide T_8 der 1ste soort. Daar evenwel het tot R_{17} behoorende r_{12} met het in R_5 begrepen punt r_{74} door eene met a_0 incidente lijn wordt vereenigd, vallen twee dezer lijnen samen. Zondert men deze 19 lijnen benevens de rechte, welke a_0 met het buigpunt der groep

verbindt, van de 41 af, dan blijkt, dat de eigenlijke plethorische punten der orde 85 in elke der drie R_{85} eene $(64_{21}, 448_3)$ bepalen.

30. *Elke* K_3 *bevat zes tangentiaalachthoeken der eerste en vierentwintig achthoeken der tweede soort. De eerste groep levert eene* $(48_{21}, 336_3)$, *waarin twee* 24_3 *en tweeëndertig desmische* 9_3 *begrepen zijn; de tweede groep geeft eene* $(192_{66}, 4224_3)$, *die in acht* 24_3 *en* 448 *desmische* 9_3 *kan ontleed worden. De hoofddiagonalen van eenen achthoek der eerste soort snijden elkander in een der buigpunten, die van eenen achthoek der tweede soort bepalen op* K_3 *de toppen van eenen tangentiaalvierhoek.*

Omdat $a_9 \equiv r_{171}$ is, kan een tangentiaalnegenhoek door plethorische punten der orde 9, 19, 57 of 171 gevormd worden. Voor $a_0 \equiv r_9$ heeft men:

$$\begin{array}{lll|lll|lll} a_1 & \equiv & r_1 & a_4 & \equiv & r_4 & a_7 & \equiv & r_7 \\ a_2 & \equiv & r_8 & a_5 & \equiv & r_2 & a_8 & \equiv & r_5 \\ a_3 & \equiv & r_3 & a_6 & \equiv & r_6 & a_9 & \equiv & r_9 \end{array} \quad \text{(XVI)}$$

In overeenstemming met N⁰. 17 blijkt R_9 geen plethorische punten van lager orde te bevatten. Verder wordt a_1 collineair met de paren $a_5\, a_7$, $a_3\, a_6$, $a_4\, a_8$, zoodat alle verbindingslijnen der R_9 door $a_i\; a_{i+2}\; a_{i+5}$ kunnen voorgesteld worden. De punten a_i vormen eene 9_3 met de tabel

$$\begin{array}{lll|lll|lll} a_1 & a_4 & a_8 & a_2 & a_5 & a_9 & a_3 & a_6 & a_1 \\ a_4 & a_7 & a_2 & a_5 & a_8 & a_3 & a_6 & a_9 & a_4 \\ a_7 & a_1 & a_5 & a_8 & a_2 & a_6 & a_9 & a_3 & a_7 \end{array} \quad \text{(XVII)}$$

De lijnen dezer 9_3 vormen drie driehoeken $a_1\, a_4\, a_7$, $a_2\, a_5\, a_8$, $a_3\, a_6\, a_9$ in zoodanige ligging, dat elke zijde het tangentiaalpunt van het overstaande hoekpunt bevat, zoodat de toppen van elken driehoek een inflexietripel vormen. Deze onsplitsbare cf. is blijkbaar identiek met de 9_3 C van KANTOR *);

*) t. a. p. KANTOR bewijst, dat *elke* 9_3 C door de toppen en diagonalen van een tangentiaalnegenhoek wordt gevormd.

zij bestaat, evenals de desmische 9_3, steeds uit drie inflexietripels, maar onderscheidt zich van deze daardoor, dat hare punten niet de basis van een K_3-bundel zijn, en de tripels zelf uit bijzondere punten der K_3 zijn samengesteld: men zou haar de *plethorische* 9_3 kunnen noemen. Elke K_3 bezit twee door eene R_9 bepaalde 9_3.

Voor $a_0 \equiv r_{19}$ levert de beschouwing der restpunten de lijnen:

$$\begin{array}{ccc|ccc} a_i & a_{i+3} & a_{i+6} & b_i & b_{i+3} & b_{i+6} \\ a_i & a_{i+2} & b_{i-2} & b_i & b_{i-2} & a_{i-2} \\ a_i & a_{i+4} & b_{i+1} & b_i & b_{i+4} & a_{i+1} \end{array} \qquad \text{(XVIII)}$$

De beide T_9, waaruit R_{19}, na afzondering van het buigpunt r_{13}, blijkt te bestaan, onderscheiden zich van de T_9 der R_9 door het bezit van slechts drie driepuntige diagonalen $a_1\ a_4\ a_7$, $a_2\ a_5\ a_8$, $a_3\ a_6\ a_9$, die elk juist dezelfde punten bevatten, welke bij de plethorische 9_3 tot een inflexietripel vereenigd zijn. De 18 tweepuntige diagonalen van den negenhoek a_i komen paarsgewijze samen in de toppen van den tweeden T_9 der groep. De beide negenhoeken bepalen eene $(18_7, 42_3)$; elke van hen behoort tot eene splitsbare tetratrigonische 27_3, waarvan de 18 overige punten aan de beide andere R_{19} ontleend zijn; de beide 27_3, die door projectie uit de buigpunten in elkander overgaan, zijn met de uit de drie $(18_7, 42_3)$ voortgekomen $(54_{21}, 378_3)$ tot een $(54_{24}, 432_3)$ vereenigd.

Elke R_{57} bevat, behalve een tangentiaaldriehoek (N°. 17), zes T_9, die van de beide bovengevonden soorten van negenhoeken verschillen, daar de lijn $a_1\,a_4$ noch met a_7, noch met a_8 incident is; van de zes diagonalen uit een hoekpunt van een dier T_9 gaan er twee door twee toppen van een tweeden, twee andere door twee toppen van een derden, de beide overige door twee hoekpunten van een vierden T_9. De zes T_9 zijn tot eene $(54_{24}, 432_3)$ vereenigd; met de toppen van den T_3 der groep zijn zij begrepen in eene $(57_{27}, 513_3)$.

Ten slotte blijkt door toepassing van de congruentie $3k \equiv 2$ (mod. 19), dat elke der beide R_{171} eene R_9 bevat, terwijl de overige punten dezer groep tot 18 tangentiaalnegenhoeken gerangschikt zijn, welke van de T_9 der R_{57} in geen enkel opzicht verschillen; samen bepalen zij eene $(162_{75}, 4050_3)$ en met de 9_3 der R_9 eene $(171_{84}, 4788_3)$.

31. *Elke K_3 bezit drie soorten van tangentiaalnegenhoeken. De beide negenhoeken der eerste soort bepalen elk eene plethorische 9_3; elke negenhoek der tweede soort levert met twee andere eene splitsbare tetratrigonische 27_3 en met eenen derden eene $(18_7, 42_3)$; elke negenhoek der derde soort is met vijf of met zeventien dergelijke veelhoeken tot eene $(54_{24}, 432_3)$ of tot eene $(162_{75}, 4050_3)$ vereenigd.*

Uit $a_{10} = s_{342}$ volgt, dat er twee soorten van T_{10} bestaan; van de eerste soort vormen er drie met een buigpunt eene R_{31}, en bepalen samen eene $(30_{13}, 130_3)$, die in eene $(30_4, 40_3)$ en eene $(30_9, 90_3)$ kan gesplitst worden; van de tweede soort komen er dertig voor in elke R_{341}, die behalve hen de drie T_{10} eener R_{31}, de beide T_5 eener R_{11}, benevens het buigpunt bevat, dat R_{11} en R_{31} gemeen hebben. Van een T_{10} der eerste soort snijden de hoofddiagonalen de K_3 in het buigpunt der groep; van eenen tienhoek der tweede soort gaan zij door de toppen van eenen T_5.

---

§ IV.

Algemeene beschouwingen over de configuraties, welke uit plethorische punten bestaan.

De plethorische groepen R der orde 3^t onderscheiden zich van de overige groepen daarin, dat zij geen plethorische punten van lager orde bevatten. Deze overeenkomst wettigt het vermoeden, dat R_{3^t}, evenals R_9, uit inflexietripels bestaat, waarvan elk tripel het tangentiaaltripel van een tweede en het antitangentiaaltripel van een derde is. Zal dit waar zijn, dan moeten de punten $| a_0, a_{3^{t}-1}, a_{2 \cdot 3^{t}-1} |$

een dier tripels vormen, en moet a_1 gelegen zijn op de lijn $a_{3^{t-1}}\ a_{2.3^{t-1}}$. Nu is

$$a_{3^{t-1}} \equiv r_{\frac{1}{3}\left(2^{3^{t-1}}+1\right)} \text{ en } a_{2.3^{t-1}} \equiv s_{\frac{1}{3}\left(2^{2.3^{t-1}}+2\right)};$$

de voorwaarde van de collineaire ligging der genoemde drie punten is derhalve:

$$\tfrac{1}{3}\left(2^{2.3^{t-1}}+2\right) \equiv \tfrac{1}{3}\left(2^{3^{t-1}}+1\right)+1 \pmod{3^t},$$

of

$$2^{2.3^{t-1}}-2^{3^{t-1}}+1 \equiv 3 \pmod{3^{t+1}},$$

of ook

$$2^{3^t}+1 \equiv 3\left(2^{3^{t-1}}+1\right) \pmod{3^{t+1}} \quad . \; . \; . \; (1)$$

Door inductie vindt men gemakkelijk, dat $2^{3^{t-1}}+1 \equiv o$ (mod. 3^t); immers, geldt deze congruentie voor eenige waarde van t, dan is $2^{3^t}+1+3.2^{3^{t-1}}\left(2^{3^{t-1}}+1\right) \equiv o$ (mod. 3^{3t}), en daar, blijkens de onderstelling, $3.2^{3^{t-1}}\left(2^{3^{t-1}}+1\right) \equiv o$ (mod. 3^{t+1}) is, heeft men door aftrekking $2^{3^t}+1 \equiv o$ (mod. 3^{t+1}). Daar nu $2^3+1 \equiv o$ (mod. 3^2), is de congruentie steeds waar, en wordt $3\left(2^{3^{t-1}}+1\right) \equiv o$ (mod. 3^{t+1}), zoodat aan (1) voldaan wordt door elke waarde van t. Tevens vindt men $\frac{1}{3}\left(2^{3^t}+1\right) \equiv o$ (mod. 3^t), zoodat $a_{3^t} \equiv a_0$.

Derhalve:

32. *De beide plethorische groepen der orde 3^t vormen elk een tangentiaalveelhoek van 3^t zijden, waarvan de toppen in 3^{t-1} inflexietripels gerangschikt zijn en eene onsplitsbare tetratrigonische $3^t{}_3$ bepalen, die uit een cyclus van 3^{t-1} driehoeken bestaat, zoodat elke driehoek in een tweeden en om een derden beschreven is en de toppen van elken driehoek de tangentiaalpunten zijn van de overstaande hoekpunten des driehoeks, waarop hij rust. Deze cf. is begrepen in eene*

$$\left(3^t_{\frac{1}{2}(3^t-3)},\ \tfrac{1}{2}.3^t\left(3^{t-1}-1\right)_3\right),$$

welke ontstaat als men alle lijnen trekt, die met drietallen van punten der groep incident zijn.

Is p een priemgetal, dan bezit K_3 twee plethorische groepen der orde $3p$, die elk uit een T_3 en $(3p-3)$ eigenlijke plethorische punten der orde $3p$ bestaan. Zullen deze $(3p-3)$ punten een tangentiaalveelhoek vormen, dan moet

$$a_{3p-3} \equiv a_0, \text{ dus } s_{\frac{1}{2}\left(2^{3p-3}+2\right)} \equiv s_1,$$

of

$$\tfrac{1}{2}\left(2^{3p-3}+2\right) \equiv 1 \pmod{3\,p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

wezen.

Zal deze $(3p-3)$-hoek eene $(3p-3)_3$ bepalen, welke op dezelfde wijze is samengesteld als de bovengevonden $(3^t)_3$, dan moet a_1 met de lijn $a_{p-1}\ a_{2p-2}$ incident wezen; daar deze drie punten achtereenvolgens met r_1, $s_{\frac{1}{2}\left(2^{p-1}+2\right)}$ en $s_{\frac{1}{2}\left(2^{2p-2}+2\right)}$ identiek zijn, is de voorwaarde:

$$\tfrac{1}{2}(2^{2p-2}+2)+\tfrac{1}{2}(2^{p-1}+2)-1 \equiv 1 \pmod{3p}$$

of

$$2^{2p-2}+2^{p-1} \equiv 2 \pmod{9p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Is nu $p = 6\,q+1$, dan volgt uit $2^3 \equiv -1 \pmod{9}$, dat $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{9}$ en $2^{2p-2} \equiv 1 \pmod{9}$, dus, wegens $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$, $2^{2p-2}+2^{p-1} \equiv 2 \pmod{9p}$, zoodat aan de congruentie (3) is voldaan.

Voor $p = 6\,q-1$ volgt uit $2^3 \equiv -1 \pmod{9}$, dat $2^{6q-3} \equiv -1$ en $2^{p-1} \equiv -2 \pmod{9}$, dus $2^{2p-2}+2^{p-1} \equiv 2 \pmod{9}$. Daar weer $2^{2p-2}+2^{p-1} \equiv 2 \pmod{p}$, is ook nu aan (3) voldaan.

Ook congruentie (2) wordt in beide gevallen bevredigd; immers $2^{2p-2}+2^{p-1}+1 \equiv 3 \pmod{9}$ en $2^{p-1}-1 \equiv o$ of $\equiv -3 \pmod{9}$, dus $2^{3p-3}-1 \equiv o \pmod{9}$, en daar $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$, ook $2^{3p-3} \equiv 1 \pmod{9p}$ of $\tfrac{1}{2}(2^{3p-3}+2) \equiv 1 \pmod{3p}$.

Schoon voor $p = 6\,q+1$ aan de beide congruenties voldaan wordt, bestaat er in dat geval toch geen $(3p-3)$-hoek;

numers $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{9p}$, dus $\frac{1}{3}(2^{p-1}+2) \equiv 1 \pmod{3p}$, zoodat a_0 reeds met zijn $(p-1)^{ste}$ tangentiaalpunt vereenigd is, en de plethorische groep uit eene T_3 en drie T_{p-1} is samengesteld; de congruentie (3) drukt dan alleen uit, dat a_1 het tangentiaalpunt van a_0 is.

33. *Elke der beide plethorische groepen der orde* $(18\,q-3)$ *bestaat uit een tangentiaaldriehoek en een tangentiaal-*$(18\,q-6)$*-hoek, waarvan de hoekpunten eene onsplitsbare tetratrigonische, uit* $(6\,q-2)$ *inflexietripels samengestelde,* $(18\,q-6)_3$ *vormen; deze cf. is begrepen in eene* $((18\,q-6)_{9q-6}, (18\,q-6)(3q-2)_3)$, *die door het trekken van alle verbindingslijnen ontstaat, en door toevoeging van de toppen van den tangentiaaldriehoek in eene* $((18\,q-3)_{9q-3}, (18\,q-3)(3\,q-1)_3)$ *overgaat.*

Voor $q=1$ volgt uit (33), dat R_{15} eenen T_{12} bevat, die eene 12_3, en met de punten van T_3, eene $(15_6, 30_3)$ levert.

Boven is gebleken, dat elke in eene R_7 begrepen T_6 en elke in eene R_{19} begrepen T_9 achtereenvolgens twee en drie gescheiden driepuntige diagonalen bezit. Heeft algemeen de T_{6q} uit eene R_n de diagonaal

$$a_0\ a_{2q}\ a_{4q} \equiv a_0\ s_{\frac{1}{3}(2^{2q}+2)}\ s_{\frac{1}{3}(2^{4q}+2)}\ ,$$

dan is voldaan aan de congruentie

$$\frac{1}{3}(2^{4q}+2)+\frac{1}{3}(2^{2q}+2)-1 \equiv 0 \pmod{n},$$

of

$$2^{4q}+2^{2q}+1 \equiv 0 \pmod{3\,n}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Bezit eene T_{6q+3} de diagonaal

$$a_0\ a_{2q+1}\ a_{4q+2} \equiv a_0\ r_{\frac{1}{3}(2^{2q+1}+1)}\ s_{\frac{1}{3}(2^{4q+2}+2)},$$

dan is

$$s_{\frac{1}{3}(2^{4q+2}+2)} \equiv s_{\frac{1}{3}(2^{2q+1}+1)},$$

dus

$$2^{4q+2}-2^{2q+1}+1 \equiv 0 \pmod{3\,n}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

De congruentie (4) levert voor $q = 1$ als kleinste waarde van n het getal 7, dus den bovengenoemden tangentiaalzeshoek. Voor $q = 2$ wordt $n = 91$, zoodat elke T_{12} uit eene R_{13} of eene R_{91} de eigenschap bezit, dat de punten $a_0\, a_4\, a_8$, dus ook de groepen $a_1\, a_5\, a_9$, $a_2\, a_6\, a_{10}$, $a_3\, a_7\, a_{11}$ collineair zijn. Met behulp van de methode der restpunten vindt men gemakkelijk, dat de T_{12} eener R_{91} geen andere driepuntige diagonalen bezit, terwijl voor den T_{12} uit R_{13} de in tabel (XIX) voorgestelde $(12_4, 16_3)$ gevonden wordt.

a_1	a_5	a_9	a_1	a_3	a_{10}	a_1	a_8	a_{11}	a_5	a_2	a_7	
a_2	a_6	a_{10}	a_2	a_4	a_{11}	a_2	a_9	a_{12}	a_5	a_8	a_{10}	(XIX).
a_3	a_7	a_{11}	a_3	a_5	a_{12}	a_3	a_6	a_8	a_6	a_9	a_{11}	
a_4	a_8	a_{12}	a_4	a_6	a_1	a_4	a_7	a_9	a_7	a_{10}	a_{12}	

Deze $(12_4, 16_3)$ verschilt van de beide cf. A en B, welke ik elders *) beschouwd heb; elk van hare punten heeft tot restfiguur een cf. driehoek.

Laat men uit deze cf. de vier lijnen der eerste kolom weg, dan ontstaat eene hexatrigonische 12_3, die identiek is met de door SCHÖNFLIES †) behandelde 12_3; zij kan beschouwd worden als een in zichzelven beschreven twaalfhoek, als het samenstel van twee in elkander beschreven zeshoeken en als het samenstel van drie in elkander beschreven vierhoeken. De boven gevonden 12_3 levert volgens de eerste wijze van beschouwing den twaalfhoek:

$$a_1\ a_8\ a_3\ a_{10}\ a_5\ a_{12}\ a_7\ a_2\ a_9\ a_4\ a_{11}\ a_6\,;$$

volgens de tweede opvatting de zeshoeken:

$$a_1\ a_3\ a_5\ a_7\ a_9\ a_{11} \quad \text{en} \quad a_{10}\ a_{12}\ a_2\ a_4\ a_6\ a_8\,;$$

---

*) *Over vlakke cf.* (*Versl. en Med.* 3, V) en *Ueber gewisse ebene Cf.* (*Acta Math.* 12).

†) Ueber die regelmässigen Cf. n_3 (*Math. Ann.* Bd. XXXI, S. 48, Figur 1).

volgens de derde opvatting de vierhoeken :

$$a_1\ a_4\ a_7\ a_{10};\quad a_6\ a_9\ a_{12}\ a_3;\quad a_{11}\ a_2\ a_5\ a_8.$$

De bovengenoemde $(12_4,\ 16_3)$ is regelmatig ten opzichte van hare punten; ten opzichte van de vier lijnen $a_i\ a_{i+4}\ a_{i+8}$ is zij anders samengesteld als ten opzichte van de twaalf lijnen $a_i\ a_{i+3}\ a_{i+5}$ $(i = 1$ tot $12)$. Hiermede hangt samen, dat de 12_3, welke ontstaat door afscheiding van eene hoofdvierzijde, waarvan eene lijn van den vorm $a_i\ a_{i+4}\ a_{i+8}$ is en de overige drie van den vorm $a_i\ a_{i+8}\ a_{i+5}$ zijn, niet regelmatig is, maar drie op de eerste lijn gelegen pentatrigonische punten bezit, terwijl de overige negen tetratrigonisch zijn.

Congruentie (5) levert voor $q = 1$ den bekenden T_9 der R_{19}; voor $q = 2$ vindt men $n = 331$; elke R_{31} bevat dus, behalve een buigpunt, 22 tangentiaalvijftienhoeken, waarvan de punten $a_i\ a_{i+5}\ a_{i+10}$ collineair liggen, $(i = 1$ tot $5)$. Dus:

34. *Is n het kleinste getal, waarvoor de congruentie* $2^{2h} + (-2)^h + 1 \equiv o$ *(mod.* $3n$*) waar is, dan liggen van elken tot eene plethorische groep der* n^{de} *orde behoorenden tangentiaal-3h-hoek de punten* $a_i\ a_{i+h}\ a_{i+2h}$ $(i = 1$ *tot* $h)$ *collineair.*

Door uitbreiding dezer beschouwingen kan men de voorwaarden vinden, die vervuld moeten zijn, zal een tangentiaalveelhoek eene driepuntige diagonaal $a_i\ a_{i+p}\ a_{i+q}$ bezitten. Men vindt dan den volgenden regel:

35. *Is n het kleinste getal, waarvoor de congruentie* $(-2)^p + (-2)^q \equiv -1$ *(mod.* $3n$*) waar gemaakt wordt, dan bezit elke tangentiaalveelhoek der* R_n *de driepuntige diagonalen* $a_i\ a_{i+p}\ a_{i+q}$.

Door toepassing van dezen regel vindt men b.v., dat de lijnen $a_i\ a_{i+2}\ a_{i+6}$ voorkomen bij elken T_{22}; de plethorische punten der R_{23} geven dus aanleiding tot eene 22_3, waarin a_i met de puntenparen $a_{i+2}\ a_{i+6}$, $a_{i+4}\ a_{i+20}$ en $a_{i+16}\ a_{i+18}$ collineair is. Trekt men alle lijnen der R_{23}, welke niet door het buigpunt gaan, dan worden er nog twee 22_3 ge-

vormd, welke met de genoemde cf. tot eene $(22_9, 66_3)$ vereenigd zijn.

In de cf., waartoe de diagonalen $a_i\ a_{i+p}\ a_{i+q}$ eener plethorische groep behooren, is het punt a_0 met de paren a_p, a_q ; a_{-p}, a_{q-p} ; $a_{-q}\ a_{p-q}$ collineair ; deze drie lijnen worden gesneden door de volgende negen cf. lijnen:

$$\left|\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c} a_p & a_p & a_q & a_q & a_{-p} & a_{-p} & a_{-q} & a_{p-q} & a_{q-p} \\ a_{2p} & a_{p-q} & a_{2q} & a_{q-p} & a_{-q} & a_{-2p} & a_{-2q} & a_{p-2q} & a_{q-2p} \\ a_{p+q} & a_{2p-q} & a_{p+q} & a_{2q-p} & a_{-p-q} & a_{q-2p} & a_{p-2q} & a_{2p-2q} & a_{2q-2p} \end{array}\right| \quad \text{(XX)}.$$

Het punt a_0 komt derhalve voor in de driehoeken

$$a_0\ a_p\ a_{p-q},\ a_0\ a_q\ a_{q-p} \text{ en } a_0\ a_{-p}\ a_{-q}.$$

36. *De regelmatige cf. met den index* 3, *waarvan de lijnen door* $a_i\ a_{i+p}\ a_{i+q}$ *worden voorgesteld, zijn in het algemeen genomen tritrigonisch.*

Dat het aantal cf.-driehoeken, waartoe elk punt eener zoodanige cf. behoort, soms grooter kan worden, blijkt uit het voorbeeld der boven beschouwde hexatrigonische 12_3 der R_{13}; zooals door SCHÖNFLIES is aangetoond, kan dit aantal evenwel slechts 6 of 4 zijn.

Vormen de tangentiaalveelhoeken a_i, b_i, c_i, . . . l_i eenen cyclus, zoodat de diagonalen $a_0\ a_p, b_0\ b_p, \ldots\ l_0\ l_p$ achtereenvolgens de toppen $b_q, c_q, \ldots\ a_q$ bevatten, dan is a_0 met de paren $a_p\ b_q$, $a_{-p}\ b_{q-p}$ en $l_{-q}\ l_{p-q}$ collineair. In de cf. met index 3, welke door de diagonalen dier veelhoeken wordt bepaald, worden deze drie naar a_0 convergeerende lijnen gesneden door de lijnen:

$$\left|\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} a_p & a_p & a_{-p} & a_{-p} & b_q & b_q & b_{q-p} & l_{p-q} \\ a_{2p} & l_{p-q} & a_{-2p} & l_{-q} & b_{p+q} & b_{q-p} & b_{q-2p} & a_{p-2q} \\ b_{p+q} & l_{2p-q} & b_{q-2p} & l_{-p-q} & c_{2q} & c_{2q-p} & c_{2q-2p} & a_{2p-2q} \end{array}\right| \quad \text{(XXI)}.$$

Uit deze tabel blijkt, dat het punt a_0 tot de driehoeken $a_0\ b_q\ b_{q-p}$, $a_0\ a_p\ l_{p-q}$ en $a_0\ a_{-p}\ l_{-q}$ behoort; daar de cf.

uit den aard der zaak regelmatig is, zijn derhalve alle hare punten in het algemeen tritrigonisch.

37. *Elke regelmatige cf. met den index* 3, *welke door de diagonalen van eene reeks van tangentiaalveelhoeken gevormd wordt, waarin elke veelhoek op de diagonalen van den voorgaanden rust, terwijl zijne diagonalen den volgenden veelhoek dragen, is in het algemeen genomen tritrigonisch.*

De 10_3 van tabel (VII) is een voorbeeld van eene cf. der genoemde soort, waarbij het aantal cf. driehoeken in elk punt 6 bedraagt.

Kampen, 15 Februari 1889.

NOGMAALS

OVER DE

BERNOULLIAANSCHE COËFFICIËNTEN.

DOOR

F. J. VAN DEN BERG.

(Vervolg van 2de Reeks, Deel XVI, 1881, blz. 74—176, en 3de Reeks, Deel V, 1889, blz. 358—397.)

In de eerste der hierboven aangehaalde bijdragen in de *Verslagen en Mededeelingen*, Afdeeling Natuurkunde, gaf ik op blz. 113—116 eene afleiding van de beide door M. A. STERN in zijne Beiträge zur Theorie der BERNOULLI'schen und EULER'schen Zahlen, in *Abhandl. der Kön. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 23er Band, 1878, blz. 7—8, medegedeelde betrekkingen, die ter berekening van eenigen Bernoulliaanschen coëfficiënt terugloopen niet over alle, maar slechts over eenige onmiddellijk voorafgaande coëfficiënten.

Op blz. 393—395 van mijne in de tweede plaats genoemde bijdrage vond ik aanleiding meer in het bijzonder nog stil te staan bij diegene van de bedoelde onvolledig of afgebroken terugloopende betrekkingen, waarin de beide van STERN zamenvallen in het geval dat zij ieder, voor een zelfden willekeurigen Bernoulliaanschen coëfficiënt, het kleinst mogelijk aantal voorafgaande coëfficiënten bevatten. Voor deze bijzondere betrekking werd aldaar, indien als vroeger in het algemeen de q^{de} Bernoulliaansche coëfficiënt door B_{2q-1} bleef voorgesteld, gevonden

$$\sum_{0}^{\frac{q-1}{2} \text{ of } \frac{q}{2}} {}_r (-)^r \frac{2q-2r+1}{2r+1} \binom{q}{2r} B_{2q-2r-1} = \begin{Bmatrix} (\text{voor } q=1) \frac{1}{2} \\ (\text{voor } q>1) \ 0 \end{Bmatrix},$$

terwijl voor $q = 1$ tot en met 8 de opvolgende betrekkingen volgens dit type voluit werden nedergeschreven.

Daar het mij niet bekend is, of door een der schrijvers over dit onderwerp reeds opmerkzaam gemaakt werd op de omstandigheid dat uit vorenstaande betrekking zonder veel moeite een paar andere kunnen worden afgeleid, die zich in meer dan één opzigt geschikter tot de werkelijke getallenberekening leenen dan vele overigen, geeft dit mij aanleiding thans nogmaals op deze zaak terug te komen.

Telt men namelijk bij die voor eene willekeurige waarde van $q \overline{\gtrless} 1$ geldende betrekking het dubbel van de onmiddellijk voorafgaande, waarin zij zelve alzoo door vervanging van q door $q-1$ overgaat, op, en voegt men daartoe telkens elke twee gelijknamige termen $B_{2q-2r-1}$ bijeen, waarvoor dus in die voorafgaande betrekking ook iedere r door $r-1$ dient vervangen te worden, dan doet zich deze som aanvankelijk vóór onder den vorm

$$\sum_{0}^{\frac{q+1}{2} \text{ of } \frac{q}{2}} {}_r (-)^r (2q-2r+1) \left\{ \frac{1}{2r+1} \binom{q}{2r} - \frac{2}{2r-1} \binom{q-1}{2r-2} \right\} B_{2q-2r-1} =$$

$$= \begin{Bmatrix} (\text{voor } q=2) \ 1 \\ (\text{voor } q>2) \ 0 \end{Bmatrix},$$

waarin namelijk voor oneven q de oorspronkelijke bovengrens $\frac{q-1}{2}$ van r vervangen werd door $\frac{q+1}{2}$, omdat in dát geval — maar daarentegen niet voor even q — die voorafgaande betrekking, behalve de in de oorspronkelijke zelve voorkomende coëfficiënten B, nog één lageren B bevat; terwijl, zooals in het tweede lid aangewezen, de toepasselijkheid eerst bij $q = 2$ begint, omdat meergenoemde voor-

afgaande betrekking slechts voor $q-1 \overline{\gtrless} 1$ geldt. De herleiding

$$\frac{1}{2r+1}\binom{q}{2r} - \frac{2}{2r-1}\binom{q-1}{2r-2} =$$

$$= \frac{1}{(2r-1)\,2r(2r+1)}\{q(q-2r+1)-4r(2r+1)\}\binom{q-1}{2r-2} =$$

$$= \frac{(q-4r)(q+2r+1)}{(2r-1)\,2r(2r+1)}\binom{q-1}{2r-2}$$

doet voorts de evengevonden betrekking overgaan in

$$\sum_{0}^{\frac{q+1}{2} \text{ of } \frac{q}{2}} {}_r (-)^r \frac{(q-4r)(q+2r+1)(2q-2r+1)}{(2r-1)\,2r\,(2r+1)}\binom{q-1}{2r-2} B_{2q-2r-1} =$$

$$= \begin{cases} (\text{voor } q = 2)\ 1 \\ (\text{voor } q > 2)\ 0 \end{cases}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\alpha)$$

en deze vormt nu den grondslag der verdere berekening. Of liever, voor het geval van even q is zij zelve reeds, zonder eenige nadere bewerking, de beoogde einduitkomst, indien men slechts opmerkt dat alsdan telkens de coëfficiënten van twee symmetrisch wederzijds het midden geplaatste termen van het eerste lid (dat is dus van elk paar termen in r en $\frac{q}{2} - r$) óf gelijk óf tegengesteld gelijk zijn: immers, de onderlinge verwisseling van $2r$ en $q-2r$, waardoor de factor

$$\frac{1}{(2r-1)\,2r\,(2r+1)}\binom{q-1}{2r-2},$$

geschreven onder den vorm

$$\frac{(q-1)!}{(2r+1)!\,(q-2r+1)!},$$

blijkt onveranderd te blijven, geeft als coëfficiënt van den term in B_{q+2r-1} de waarde

$$(-)^{\frac{q}{2}-r}\frac{(4r-q)(2q-2r+1)(q+2r+1)}{(2r-1)\,2r\,(2r+1)}\binom{q-1}{2r-2},$$

dat is juist $(-)^{\frac{q}{2}-1}$ maal den coëfficiënt van $B_{2q-2r-1}$ zelf; en op grond hiervan de termen paarsgewijs bijeenbrengende, heeft men dus de meer beknopte formule:

$$(\text{voor even } q)\sum_{0}^{\frac{q-2}{4}\text{ of }\frac{q-4}{4}}{}_{r}(-)^{r}\frac{(q-4r)(q+2r+1)(2q-2r+1)}{(2r-1)\,2r\,(2r+1)}\binom{q-1}{2r-2}\left(B_{2q-2r-1}+(-)^{\frac{q}{2}-1}B_{q+2r-1}\right)=\begin{Bmatrix}(\text{voor } q=2)\ 1\\(\text{voor } q>2)\ 0\end{Bmatrix},\ldots(1)$$

waarin namelijk voor even $\frac{q}{2}$ als bovengrens van r geschreven mogt worden $\frac{q-4}{4}$ in plaats van $\frac{q}{4}$, omdat de op zich zelf staande middelste term, die alsdan voor $r=\frac{q}{4}$ in (α) zou voorkomen, blijkens zijn factor $q-4r=0$ van zelf komt te verdwijnen.

Heeft men daarentegen met het geval van oneven q te doen, dan is de in het algemeen gevonden betrekking (α) zelve niet voor eene dergelijke vereenvoudiging als zoo even vatbaar, omdat in dat geval al hare coëfficiënten onderling ongelijk zijn. Toch kan men ook in dit geval uit (α) eene andere betrekking afleiden van althans bijna even beknopten vorm als (1). Vermindert men namelijk in het algemeen de betrekking (α) met de onmiddellijk voorafgaande van hetzelfde type, waarvoor dus in (α) wederom q door $q-1$ en, ten einde ook nu den aanwijzer $2q-2r-1$ van den algemeenen term in B onveranderd te laten, bovendien r door $r-1$ te vervangen is, dan geeft dit:

$$\sum_{0}^{\frac{q+1}{2}\text{ of }\frac{q+2}{2}}{}_{r}(-)^{r}(2q-2r+1)\left\{\frac{(q-4r)(q+2r+1)}{(2r-1)\,2r\,(2r+1)}\binom{q-1}{2r-2}+\right.$$
$$\left.+\frac{(q-4r+3)(q+2r-2)}{(2r-3)(2r-2)(2r-1)}\binom{q-2}{2r-4}\right\}B_{2q-2r-1}=\begin{Bmatrix}(\text{voor} q=3)-1\\(\text{voor} q>3)\ \ 0\end{Bmatrix},$$

waarin namelijk voor even q de in (α) aangewezen bovengrens $\frac{q}{2}$ van r vervangen werd door $\frac{q+2}{2}$ om dezelfde reden als bij het opmaken van (α) zelve de in het geval van oneven q oorspronkelijke bovengrens $\frac{q-1}{2}$ veranderd werd in $\frac{q+1}{2}$. En brengt men nu deze uitkomst vooreerst onder den vorm

$$\sum_{0}^{\frac{q+1}{2} \text{ of } \frac{q+2}{2}} {}_r (-)^r \frac{2q-2r+1}{(2r-3)(2r-2)(2r-1)2r(2r+1)} \Big\{ \{(q-4r)(q+2r+1)(q-1)(q-2r+2)+$$

$$+(q-4r+3)(q+2r-2)2r(2r+1)\}\binom{q-2}{2r-4}B_{2q-2r-1}=$$

$$=\begin{Bmatrix}(\text{voor } q=3)-1 \\ (\text{voor } q>3)\ \ 0\end{Bmatrix}$$

en herleidt men hierin verder de uitdrukking tusschen $\{\ \}$ tot

$$\begin{aligned}&\{(q-4r+1)(q+2r)-6r\}(q-1)(q-2r+2)+\\&\quad+\{(q-4r+1)(q+2r)+6(2r-1)\}2r(2r+1)=\\&\quad=(q-4r+1)(q+2r)\{(q-1)(q-2r+2)+2r(2r+1)\}-\\&\quad-6r\{(q-1)(q-2r+2)-2(2r-1)(2r+1)\},\end{aligned}$$

dat is, door hierin den laatsten term, onder den vorm

$$-6r(q-4r+1)(q+2r),$$

met den eersten bijeen te brengen,

$$=(q-4r+1)(q+2r)\{(q-1)(q-2r+2)+2r(2r-2)\},$$

dan is in het algemeen bewezen, wanneer men weder op

$$(q-1)(q-2r+2)\binom{q-2}{2r-4}=(2r-3)(2r-2)\binom{q-1}{2r-2}$$

let, dat

$$\sum_{0}^{\frac{q+1}{2} \text{ of } \frac{q+2}{2}} r (-)^r (q-4r+1)(q+2r)(2q-2r+1) \left\{ \frac{1}{(2r-1)2r(2r+1)} \binom{q-1}{2r-2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{(2r-3)(2r-1)(2r+1)} \binom{q-2}{2r-4} \right\} B_{2q-2r-1} =$$

$$= \left\{ \begin{matrix} (\text{voor } q = 3) - 1 \\ (\text{voor } q > 3) \;\; 0 \end{matrix} \right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\alpha')$$

is. Bij deze nieuwe betrekking (α') doet zich nu juist het tegengestelde voor van wat boven ten aanzien van de betrekking (α) bleek. Terwijl zij namelijk voor even q wegens de onderlinge ongelijkheid der coëfficiënten van al hare termen den gevonden vrij zamengestelden vorm behoudt, laat zij zich daarentegen voor oneven q om zoo te zeggen weder tot het halve aantal termen zamendringen. Dit valt waarschijnlijk het gemakkelijkst in het oog wanneer men, de uitdrukking die thans in (α') tusschen $\{ \; \}$ verkregen is onder haar oorspronkelijken vorm

$$\frac{(q-1)(q-2r+2)+2r(2r-2)}{(2r-3)(2r-2)(2r-1)2r(2r+1)} \binom{q-2}{2r-4}$$

of liever nog onder den vorm

$$\{(q-1)(q+2)-2r(q-2r+1)\} \frac{(q-2)!}{(2r+1)!(q-2r+2)!}$$

beschouwende, opmerkt dat deze bij onderlinge verwisseling van $2r$ en $q-2r+1$ geheel onveranderd blijft, en wanneer men hieraan de opmerking knoopt dat diezelfde verwisseling het vóór de $\{ \; \}$ staande product $(q-4r+1)(q+2r)(2q-2r+1)$ alleen van teeken doet omkeeren. Hieruit toch volgt dat de door deze verwisseling uit den coëfficiënt van $B_{2q-2r-1}$ af te schrijven coëfficiënt van B_{q+2r-2} zich van den oorspronkelijken slechts onderscheidt door voorvoeging van het teeken $(-)^{\frac{q-1}{2}}$ en dat men, op dezen grond elk paar symmetrisch

wederzijds het midden geplaatste termen van het eerste lid (dat is dus thans, voor oneven q, elk paar termen in r en $\frac{q+1}{2}-r$) weder bijeenbrengende, kan schrijven:

$$\text{(voor oneven } q) \sum_{0}^{\frac{q-3}{4} \text{ of } \frac{q-1}{4}} r(-)^r(q-4r+1)(q+2r)(2q-2r+1)\left\{-\frac{1}{(2r-1)2r(2r+1)}\binom{q-1}{2r-2}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{(2r-3)(2r-1)(2r+1)}\binom{q-2}{2r-4}\right\}\left(B_{2q-2r-1}+\right.$$

$$\left.+(-)^{\frac{q-1}{2}}B_{q+2r-2}\right)=\begin{Bmatrix}(\text{voor } q=3)-1\\(\text{voor } q>3)\ \ 0\end{Bmatrix}, \quad \ldots\ldots (1')$$

waarin namelijk voor even $\frac{q+1}{2}$ als bovengrens van r geschreven werd $\frac{q-3}{4}$, omdat de door $r=\frac{q+1}{4}$ aangewezen eerstvolgende en in dat geval tevens middelste term in (α') wegens zijn factor $q-4r+1=0$ van zelf uitvalt.

Bij de getallentoepassing zoowel van (1) als van (1') kan het gemak geven onder anderen op de volgende bijzonderheden bedacht te zijn: 1⁰ dat voor den eersten, door $r=0$ aangewezen, term $B_{2q-1}+(-)^{\frac{q}{2}-1}B_{q-1}$ in (1) en $B_{2q-1}+(-)^{\frac{q-1}{2}}B_{q-2}$ in (1') de coëfficiënt, omdat dan

$$\frac{1}{(2r-1)2r(2r+1)}\binom{q-1}{2r-2}=\frac{(q-1)!}{(2r+1)!\,(q-2r+1)!}=$$

$$=\frac{1}{q(q+1)} \text{ en } \binom{q-2}{2r-4}=0$$

wordt, niet anders is dan de enkele $2q+1$; 2⁰ dat in het algemeen voor een willekeurigen door r aangewezen term de factor $2q-2r+1$ steeds de som is van de twee daarvóór staande factoren, hetzij dan $q-4r$ en $q+2r+1$, hetzij $q-4r+1$ en $q+2r$; 3⁰ dat alle getallencoëfficiënten van de Bernoulliaansche coëfficiënten, omdat (1) en (1') uitsluitend uit optelling of aftrekking van formulen met

geheele coëfficiënten zijn voortgekomen, ook geheelen moeten zijn. De beurtelingsche toepassing overigens van de beide gevonden formulen (1) en (1'), met voorvoeging, voor het daarin niet begrepen geval $q = 1$, van de oorspronkelijke formule waaruit zij werden afgeleid, geeft het volgende overzigt, waarin telkens de uitgerekende getallencoëfficiënten tusschen [ ] achteraan zijn geplaatst:

$$q = 1,\quad 3\,B_1 = \frac{1}{2}, [3]$$

$$q = 2,\quad 5\,(B_3 + B_1) = 1, [5]$$

$$q = 3,\quad 7\,(B_5 - B_1) = -1, [7]$$

$$q = 4,\quad 9\,(B_7 - B_3) = 0, [9]$$

$$q = 5,\quad 11\,(B_9 + B_3) - \frac{2.7.9}{1.2.3}\binom{4}{0}(B_7 + B_5) = 0, [11, 21]$$

$$q = 6,\quad 13\,(B_{11} + B_5) - \frac{2.9.11}{1.2.3}\binom{5}{0}(B_9 + B_7) = 0, [13, 33]$$

$$q = 7,\quad 15\,(B_{13} - B_5) - \frac{4.9.13}{1.2.3}\binom{6}{0}(B_{11} - B_7) = 0, [15, 78]$$

$$q = 8,\quad 17(B_{15} - B_7) - \frac{4.11.15}{1.2.3}\binom{7}{0}(B_{13} - B_9) = 0, [17, 110]$$

$$q = 9,\quad 19\,(B_{17} + B_7) - \frac{6.11.17}{1.2.3}\binom{8}{0}(B_{15} + B_9) + 2.13.15\left\{\frac{1}{3.4.5}\binom{8}{2} + \frac{1}{1.3.5}\binom{7}{0}\right\}(B_{13} + B_{11}) = 0, [19, 187, 208]$$

$$q = 10,\quad 21\,(B_{19} + B_9) - \frac{6.13.19}{1.2.3}\binom{9}{0}(B_{17} + B_{11}) + \frac{2.15.17}{3.4.5}\binom{9}{2}(B_{15} + B_{13}) = 0, [21, 247, 306]$$

$$q = 11,\quad 23(B_{21} - B_9) - \frac{8.13.21}{1.2.3}\binom{10}{0}(B_{19} - B_{11}) + 4.15.19\left\{\frac{1}{3.4.5}\binom{10}{2} + \frac{1}{1.3.5}\binom{9}{0}\right\}(B_{17} - B_{13}) = 0, [23, 364, 931]$$

$$q = 12,\quad 25\,(B_{23} - B_{11}) - \frac{8.15.23}{1.2.3}\binom{11}{0}(B_{21} - B_{13}) + \frac{4.17.21}{3.4.5}\binom{11}{2}(B_{19} - B_{15}) = 0, [25, 460, 1309]$$

$$q = 13,\quad 27\,(B_{25}+B_{11}) - \frac{10.15.25}{1.2.3}\binom{12}{0}(B_{23}+B_{13}) +$$
$$+\,6.17.23\left\{\frac{1}{3.4.5}\binom{12}{2} + \frac{1}{1.3.5}\binom{11}{0}\right\}(B_{21}+B_{15}) -$$
$$-\,2.19.21\left\{\frac{1}{5.6.7}\binom{12}{4} + \frac{1}{3.5.7}\binom{11}{2}\right\}(B_{19}+B_{17}) = 0,$$

[27, 625, 2737, 2299]

enz.

Het voordeel dat nu deze betrekkingen voor de opvolgende berekening van B_1, B_3, B_5, enz., B_{2q-1} uit elkander opleveren bestaat vooreerst hierin dat ter bepaling van B_{2q-1} ten naastebij slechts $\frac{q}{4}$ getallencoëfficiënten vereischt worden, die ieder op vrij eenvoudige wijze van de binomiaalcoëfficiënten van geene andere dan de $(q-1)^e$, of de $(q-1)^e$ en de $(q-2)^e$, magt afhangen; terwijl bij voorbeeld de toepassing van de terugloopende betrekking, die men het veelvuldigst voor de Bernoulliaansche coëfficiënten vermeld vindt, namelijk van de betrekking

$$\sum_{1}^{q}{}_{r}\,(-)^{r-1}\binom{2q+1}{2r}B_{2r-1} = \frac{2q-1}{2}$$

(zie onder anderen mijne eerst aangehaalde bijdrage, blz. 109, formule (4*)), welke alzoo alle voorafgaande coëfficiënten B bevat, de berekening van een aantal van q binomiaalcoëfficiënten, en wel van de zooveel hoogere $(2q+1)^e$ magt, vordert. Maar eene niet minder belangrijke vereenvoudiging vloeit naar het mij toeschijnt voort uit de eigenaardige wijze waarop in de gevonden betrekkingen de Bernoulliaansche coëfficiënten niet anders dan twee aan twee tot eene som of een verschil verbonden voorkomen. Op grond van eene stelling toch, die nagenoeg gelijktijdig door VON STAUDT in A. L. CRELLE's *Journal für die Mathematik*, 21er Band, 1840, blz. 372—374, en door TH. CLAUSEN in H. C. SCHUMACHER's *Astronomische Nachrichten*, 17er Band, 1840, blz. 351—352, (beide stukken aangehaald in mijne eerste bijdrage, blz. 168) werd bekend gemaakt, bestaat, al naarmate q oneven of even

is, de algemeene Bernoulliaansche coëfficiënt B_{2q-1} uit een geheel getal vermeerderd of verminderd met de breuk $\frac{1}{2}$ en verminderd of vermeerderd met de som van alle breuken die de eenheid tot tellers hebben en tot noemers diegene uit de met de eenheid vermeerderde even deelers van $2q$ die ondeelbaar zijn. Zoo heeft men bij voorbeeld — en wij kiezen hier juist die coëfficiënten B, die ons zoo dadelijk ter verdere toelichting te stade zullen komen — de waarden

$$B_{11} = \frac{691}{2730} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13},$$

$$B_{13} = \frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3},$$

$$B_{15} = \frac{3617}{510} = 7 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{17},$$

$$B_{19} = \frac{174611}{330} = 529 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{11},$$

$$B_{21} = \frac{854513}{138} = 6192 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{23},$$

$$B_{23} = \frac{236364091}{2730} = 86580 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13}.$$

Nu komen, voor even q, in (1) met elkander telkens verbonden vóór de $(q-r)^e$ en de $\left(\frac{q}{2}+r\right)^e$ Bernoulliaansche coëfficiënt, en wel, naarmate het verschil $\frac{q}{2}-2r$ hunner rangnummers oneven of even en dus de exponent $\frac{q}{2}-1$ aldaar even of oneven is, verbonden als som of als verschil; desgelijks treft men, voor oneven q, in (1') met elkander telkens verbonden áán de $(q-r)^e$ en de $\left(\frac{q-1}{2}+r\right)^e$ coëfficiënt, en wel, naarmate hun rangverschil $\frac{q+1}{2}-2r$ oneven of even en dus de exponent $\frac{q-1}{2}$ in (1') even of on-

even is, almede verbonden tot som of tot verschil. Maakt men deze sommen en verschillen dus telkens op uit de, zooals in de pas aangevoerde voorbeelden, in geheelen en in breuken gesplitste waarden der coëfficiënten B, dan zullen, op grond van het toen gezegde, daarbij niet alleen de in iederen B steeds voorkomende termen $(-)^{q-1}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$, maar naar omstandigheden ook sommige, of vele, of zelfs alle overige gedeeltelijke breuken elkander opheffen, hetgeen alligt – door het alsnu overbodig worden van verschillende vermenigvuldigers wier invoering noodzakelijk zou geworden zijn indien iedere coëfficiënt B zelfstandig was blijven optreden — tot eene niet onbelangrijke bekorting van de uitrekening kan leiden. Door het volgende voorbeeld vleijen wij ons het hier bedoelde voordeel voldoende te zullen toelichten. Stel dat alle zoo even geschreven waarden, met uitzondering van de laatste of B_{23}, reeds bekend zouden zijn, dan mag men voor deze, omdat onder de met de eenheid vermeerderde even deelers van 24, namelijk 3, 5, 7, 9, 13, 25, de beide deelbare 9 en 25 verworpen moeten worden, nemen

$$B_{23}=x-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{13},$$

en dan komt de berekening van het onbekende geheele getal x door toepassing der in het bovenstaande overzigt voluit geschreven betrekking voor $q=12$ op het volgende te staan:

$$25(x-0)-460\left(6192-1-\frac{1}{23}\right)+1309\left(529-7+\frac{1}{11}-\frac{1}{17}\right)=0$$

of

$$25x-460 \,.\, 6191+1309 \,.\, 522=-20-119+77=-62,$$

waaruit zonder veel moeite $x=86580$ en daarmede B_{23} zelf gevonden wordt.

Te vergeefs heb ik getracht om, wanneer niet de aaneengesloten reeks van alle opvolgende Bernoulliaansche coëfficiënten zou beschouwd worden, maar ieder voor zich de gedeeltelijke reeksen B_1, B_5, B_9, enz. en B_3, B_7, B_{11}, enz.

die men bij indeeling in perioden van twee termen, of de gedeeltelijke reeksen B_1, B_7, B_{13}, enz. en B_3, B_9, B_{15}, enz. en B_5, B_{11}, B_{17}, enz. die men bij perioden van drie termen zou verkrijgen — op de wijze zooals in mijne eerste bijdrage behandeld — alsdan voor deze gedeeltelijke reeksen afgebroken periodieke terugloopende betrekkingen te ontwikkelen, die daarbij dus dezelfde rol zouden vervullen als de beide betrekkingen van STERN of de daaruit in het voorenstaande afgeleide betrekkingen (1) en (1′) bij de enkele of aaneengesloten reeks B_1, B_3, B_5, B_7, enz.

Nadat ik het voorgaande had opgesteld, viel mijne aandacht nog op een artikel van ED. LUCAS, Sur les nouvelles formules de MM. SEIDEL et STERN, concernant les nombres de BERNOULLI, in *Bulletin de la société mathématique de France*, T. 8, 1879—1880, blz. 169—172. Door dat artikel werd ik er aan herinnerd dat juist de in mijn tegenwoordig en in mijn voorgaand opstel beschouwde bijzondere betrekking van STERN — maar niet zijne algemeene — dezelfde is die reeds vóór hem door L. SEIDEL als vergelijking VI—VIII werd bekend gemaakt in diens in de *Sitzungsberichte der mathem.-physik. Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München* (door LUCAS wordt ten onregte aangehaald de *böhm. Academie zu Prag*), Band 7, Jahrg. 1877, blz. 157—187, opgenomen (en ook in mijn eerste opstel, van 1881, op blz. 170 vermelde) bijdrage, getiteld: Ueber eine einfache Entstehungsweise der BERNOULLI'schen Zahlen und einiger verwandten Reihen. De door mij, in verband met de stelling van VON STAUDT-CLAUSEN, thans besproken vervorming van de bedoelde bijzondere betrekking heb ik evenwel in deze stukken van LUCAS en SEIDEL niet aangetroffen.

April 1889.

EQUIANHARMONIE EN HARMONIE

BIJ

POOLSTELSELS VAN BINAIRE VORMEN, ENZ.

DOOR

P. H. SCHOUTE.

1. Zooals bekend is, liggen de vier punten voorgesteld door de binaire vergelijking $p_x^4 \equiv q_x^4 \equiv r_x^4 = 0$ equianharmonisch als de invariant $i \equiv (p\,q)^4$ en harmonisch als de invariant $j \equiv (q\,r)^2\,(r\,p)^2\,(p\,q)^2$ verdwijnt *). In verband hiermee zullen, volgens een bekend overdragingsbeginsel van Clebsch †), de lijnen, die een vlakke kromme gegeven door de ternaire vergelijking $p_x^4 \equiv q_x^4 \equiv r_x^4 = 0$ volgens een equianharmonisch of harmonisch puntkwadrupel snijden, krommen omhullen, die achtereenvolgens door de tangentiëele vergelijkingen $(p\,q\,u)^4 = 0$ en $(q\,r\,u)^2\,(r\,p\,u)^2\,(p\,q\,u)^2 = 0$

---

*) Men heeft

$$i = (pq)^4 = 2\,(p_0 p_4 - 4p_1 p_3 + 3\,p_2^2),$$

$$j = (qr)^2 (rp)^2 (pq)^2 = 6 \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 \\ p_1 & p_2 & p_3 \\ p_2 & p_3 & p_4 \end{vmatrix} = 6(p_0 p_2 p_4 + 2\,p_1 p_3 p_2 - p_2^3 - p_0 p_3^2 - p_1^2 p_4).$$

Men vergelijke Clebsch *Theorie der binären algebraïschen Formen*, blz. 135 en blz. 171, of Clebsch-Lindemann *Vorlesungen über Geometrie*, blz. 229 en blz. 239.

†) Men vergelijke Clebsch-Lindemann, t. a. p., blz. 276.

worden bepaald en waarvan dus de eerste van de vierde en de tweede van de zesde klasse is.

In het volgende zullen eenige aanverwante stellingen met betrekking tot puntstelsels en krommen van hoogeren graad ontwikkeld worden; daartoe onderzoeken we eerst door welke vergelijkingen de polen y worden bepaald, waarvan de bikwadratische poolstelsels ten opzichte van een gegeven puntstelsel $f = 0$ deze ligging vertoonen.

Het bikwadratische poolstelsel van y ten opzichte van het puntstelsel $f \equiv a_x^n \equiv b_x^n \equiv c_x^n = 0$ is voorgesteld door $a_y^{n-4}\, a_x^4 = 0$. De bedoelde voorwaarden worden dus gevonden door voor $p_1^k\, p_2^{4-k}$ en de gelijkwaardige symbolen q en r de meer samengestelde uitdrukkingen $a_1^k\, a_2^{4-k}\, a_y^{n-4}$ en de gelijkwaardige symbolen b en c in de plaats te stellen. We vinden dan

$$i \equiv (p\,q)^4 = (a\,b)^4\, a_y^{n-4}\, b_y^{n-4} = 0\,,$$
$$j \equiv (q\,r)^2\,(r\,p)^2\,(p\,q)^2 = (b\,c)^2\,(c\,a)^2\,(a\,b)^2\, a_y^{n-4}\, b_y^{n-4}\, c_y^{n-4} = 0,$$

waaruit blijkt, dat van $2\,(n-4)$ polen y het poolkwadrupel equianharmonisch en van $3\,(n-4)$ polen y het poolkwadrupel harmonisch is.

De vorm $i \equiv (a\,b)^4\, a_y^{n-4}\, b_y^{n-4}$, die de coëfficiënten van f in den tweeden graad bevat, is blijkens zijn gedaante de vierde *overschuiving* van a_x^n over b_x^n, d. i. van f over zichzelf, en kan dus door het symbool $(f, f)^4$ worden voorgesteld. De covariant $j \equiv (b\,c)^2\,(c\,a)^2\,(a\,b)^2\, a_y^{n-4}\, b_y^{n-4}\, c_y^{n-4}$, die in de coëfficiënten van f tot den derden graad opklimt, is op het teeken na de tweede overschuiving van i over f, d. i. $-(i, f)^2$; dit wordt gemakkelijk aangetoond door het door GORDAN voor het bijzondere geval $n = 5$ gegeven bewijs *) op een willekeurige n uit te breiden.

Als toepassing van het bovenstaande bepalen we in het vlak eener gegeven kromme C^n van den n^{den} graad de meetkundige plaats van het punt Q, dat op de lijn PQ, die

*) Men vergelijke Dr. P. GORDAN's *Vorlesungen über Invariantentheorie*, herausgegeben von Dr. G. KERSCHENSTEINER, deel II, blz. 241.

het met een vast punt P van het vlak verbindt, met betrekking tot de snijpunten van deze lijn met C^n tot een equianharmonisch of harmonisch poolkwadrupel voert. We vonden, dat elke willekeurige lijn PQ van de eerste meetkundige plaats $2(n-4)$ en van de tweede $3(n-4)$ punten oplevert. Men vindt dus de graden dier meetkundige plaatsen door de genoemde getallen te vermeerderen met het aantal lijnen door P, waarvoor P tot zulk een poolkwadrupel leidt. Zooals uit de in den aanhef genoemde omhullenden blijkt, is dit achtereenvolgens vier en zes. Dus is de eerste meetkundige plaats een kromme van den graad $2(n-2)$ met P tot viervoudig punt, de tweede een kromme van den graad $3(n-2)$ met P tot zesvoudig punt.

2. We gaan nu een stap verder door het kubische poolstelsel van y ten opzichte van $f \equiv a_x^n \equiv b_x^n \equiv c_x^n = 0$ met het laatste poolpunt van een andere pool z ten opzichte van een ander poolstelsel $\varphi \equiv \alpha_x^\nu \equiv \beta_x^\nu \equiv \gamma_x^\nu = 0$ van den ν^{den} graad te vereenigen en de betrekking te zoeken, die er tusschen y en z bestaan moet, opdat het door deze vereeniging ontstane puntkwadrupel equianharmonisch of harmonisch zij. We hebben dan met de substituties te doen, die voortvloeien uit het overeenbrengen van p_x^4 met $a_y^{n-3}\, a_x^3\, \alpha_z^{\nu-1}\, \alpha_x$. Zij zijn

$$\left.\begin{array}{r} p_0 \\ 4p_1 \\ 6p_2 \\ 4p_3 \\ p_4 \end{array}\right\} = a_y^{n-3}\ \alpha_z^{\nu-1} \left\{\begin{array}{c} a_1^3\,\alpha_1 \\ (3\,a_1^2\,a_2\,\alpha_1 + a_1^3\,\alpha_2) \\ (3\,a_1\,a_2^2\,\alpha_1 + 3\,a_1^2\,a_2\,\alpha_2) \\ (a_2^3\,\alpha_1 + 3\,a_1\,a_2^2\,\alpha_2) \\ a_2^3\,\alpha_2 \end{array}\right\}.$$

Wij vinden dus

$$i = (f,f)^4 = a_y^{n-3}\, b_y^{n-3}\, \alpha_z^{\nu-1}\, \beta_z^{\nu-1}\, \overset{3}{\overline{(a,b}};\ \overset{1}{\overline{\alpha,\beta)}} = 0,$$

$$j = -(i,f)^2 = a_y^{n-3} b_y^{n-3} c_y^{n-3} \alpha_z^{\nu-1} \beta_z^{\nu-1} \gamma_z^{\nu-1} \overset{3}{\overline{(a,b,c}};\overset{1}{\overline{\alpha,\beta,\gamma)}} = 0,$$

waarbij onder $\overset{k}{\overline{(a,b\ldots}};\ \overset{l}{\overline{\alpha,\beta\ldots)}}$ een vorm te verstaan is, die

in elk der symbolenparen a_1 en a_2, b_1 en b_2, enz. homogeen van den k^{den} en op dezelfde wijs in elk der symbolenparen α_1 en α_2, β_1 en β_2 enz. homogeen van den l^{den} graad is. Hoewel deze vormen door volledige uitvoering der aangegeven substitutie kunnen gevonden worden, zullen we ter vermijding van omslachtige berekeningen een minder rechtstreekschen weg inslaan.

Zooals bekend is, kan elke simultane covariant van twee vormen a_x^n en α_x^ν worden opgebouwd uit drie soorten van elementen, nl. determinanten (ab), $(\alpha\beta)$, $(a\alpha)$, lineaire vormen a_x, α_x en identische covarianten (yz) *). Dus kan de symbolische vorm $(\overset{3}{\overline{a,\, b}};\ \overset{1}{\overline{\alpha,\, \beta}})$ slechts twee termen bevatten, nl. $(ab)^3\,(\alpha\beta)$ en $(ab)^2\,(a\alpha)\,(b\beta)$. Wijl echter de met $(ab)^3\,(\alpha\beta)$ overeenkomende term van i bij de omwisseling der gelijkwaardige symbolen a en b of α en β van teeken omkeert en dus nul is, vinden we met weglating van een onbekenden getallenfactor

$$(ab)^2\,(a\alpha)\,(b\beta)\,a_y^{n-3}\,b_y^{n-3}\,\alpha_z^{\nu-1}\,\beta_z^{\nu-1} = 0.$$

Op overeenkomstige wijs laat zich $(\overset{3}{\overline{a,\, b,\, c}};\ \overset{1}{\overline{\alpha,\, \beta,\, \gamma}})$ bepalen. Hier zijn de vormen

$$\left.\begin{array}{lll} (bc)\,(ca)\,(ab) & . & (a\alpha)\,(b\beta)\,(c\gamma) \\ (bc)^2\,(ca) & . & (a\alpha)\,(a\beta)\,(b\gamma) \\ (bc)^2\,(ca)\,(ab) & . & (\beta\gamma)\ .\ (a\alpha) \end{array}\right\}$$

mogelijk, van welke de eerste en tweede drie gemengde factoren $(a\alpha)$ bevatten en de derde slechts een. Nu is echter de term van j, die bij den laatsten vorm behoort, nul, daar zij van teeken verandert bij verwisseling van β en γ. En door de bekende identische vergelijking †)

$$(b\beta)\,(c\gamma) + (b\gamma)\,(\beta c) + (bc)\,(\gamma\beta) = 0$$

*) Men vergelijke Clebsch-Lindemann, t. a. p. blz. 187.

†) Men vergelijke Clebsch Lindemann, t. a. p. blz. 193.

met $(bc)(ca)(ab)(a\alpha)$ te vermenigvuldigen, vindt men, dat de term van j, die bij den eersten der drie vormen behoort, half zoo groot is als de juist besprokene en dus eveneens nul. De tweede voorwaarde wordt derhalve, eveneens met weglating van een onbekenden getallenfactor *) .

$$(bc)^2(ca)(a\alpha)(a\beta)(b\gamma)\,a_y^{n-3}\,b_y^{n-3}\,c_y^{n-3}\,\alpha_z^{\nu-1}\,\beta_z^{\nu-1}\,\gamma_z^{\nu-1}=0.$$

Laat men α_x^ν met a_x^n en z met y samenvallen, dan herleiden zich de beide vergelijkingen tot

$$(ab)^2(ac)(bd)\,a_y^{n-3}\,b_y^{n-3}\,c_y^{n-1}\,d_y^{n-1}=0,$$

$$(bc)^2(ca)(ad)(ae)(bf)\,a_y^{n-3}\,b_y^{n-3}\,c_y^{n-3}\,d_y^{n-1}\,e_y^{n-1}\,f_y^{n-1}=0.$$

In het voorgaande is dus een eenvoudige beteekenis begrepen van deze beide covarianten †).

Is $n=3$ en $\nu=1$, dan vallen y en z uit de vergelijkingen weg en drukken de simultane invarianten $(ab)^2(a\alpha)(b\alpha)$ en $(bc)^2(ca)(a\alpha)^2(b\alpha)$ door hun verdwijnen uit, dat het kwadrupel gevormd door de samenvoeging der punten $a_x^3=0$ en $\alpha_x=0$ equianharmonische of harmonische ligging heeft. Volgens het bekende overdragingsbeginsel van Clebsch zullen de ternaire tangentiëele vergelijkingen

$$(abu)^2\,(a\alpha u)\,(b\alpha u)=0,$$
$$(bcu)^2\,(cau)\,(a\alpha u)^2\,(b\alpha u)=0$$

dus de omhullenden voorstellen van de lijnen, die de kubische kromme $(a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3)^{(3)}=0$ en de rechte lijn $\alpha_1x_1+\alpha_2x_2+\alpha_3x_3=0$ equianharmonisch of harmonisch snijden. De eerste dezer omhullenden is van de vierde klasse; zij raakt de lijn $\alpha_x=0$ in de twee punten die equianharmonisch liggen met de drie punten S_1, S_2, S_3 van $a_x^3=0$ op de lijn gelegen, de kromme $a_x^3=0$ in deze drie punten

---

*) Deze getallenfactoren kunnen niet nul zijn; want de gezochte betrekking is uit den aard der zaak geen identiteit.

†) De eerste der beide vormen is een der drie eerste overschuivingen van den vorm $t=(ab)^2(ac)\,a_y^{n-3}\,b_y^{n-2}\,c_y^{n-1}$ over $f=d_y^n$; de tweede is een dieper liggende overschuiving en wel een der eerste overschuivingen van t over een eerste overschuiving van f over $(f,f)^1$.

S en de buigraaklijnen van $a_x^3 = 0$ buiten deze kromme. De tweede der omhullenden is van de zesde klasse; zij raakt de lijn $\alpha_x = 0$ in de drie punten die harmonisch liggen met de drie punten S, heeft de drie punten S tot buigpunten en raakt in deze punten de kromme $a_x^3 = 0$, terwijl zij de buigraaklijnen van $a_x^3 = 0$ in de punten der kromme aanraakt. Dus bestaan de 24 gemeenschappelijke raaklijnen van a_x^3 met de eerste omhullende uit de drie raaklijnen s_1, s_2, s_3 in S_1, S_2, S_3 aan $a_x^3 = 0$ dubbel geteld en de negen buigraaklijnen van $a_x^3 = 0$ eveneens dubbel geteld, evenzoo de 36 gemeenschappelijke raaklijnen van $a_x^3 = 0$ en de tweede omhullende uit dezelfde twaalf lijnen driemaal geteld en eindelijk de 24 gemeenschappelijke raaklijnen der beide omhullenden uit de lijn $\alpha_x = 0$ zesmaal, de lijnen s driemaal en de buigraaklijnen van $a_x^3 = 0$ eenmaal geteld.

Zijn in een vlak twee krommen C^n en C^ν en een punt P gegeven, dan kan men weer vragen naar de meetkundige plaats van het punt Q, dat op de lijn PQ met betrekking tot de snijpunten met C^n een kubisch poolstelsel en tot de snijpunten met C^ν een laatste poolpunt bepaalt, uit wier samenvoeging een equianharmonisch of harmonisch kwadrupel ontstaat. Op een willekeurige lijn door P liggen $2(n+\nu-4)$ punten van de eerste kromme en $3(n+\nu-4)$ van de tweede. Verder is de meetkundige plaats der kubische poolstelsels van P op de lijnen PQ met betrekking tot de snijpunten dier lijnen met C^n de kubische poolkromme van P ten opzichte van C^n en de meetkundige plaats van het laatste poolpunt van P op de lijnen PQ met betrekking tot de snijpunten dier lijnen met C^ν de poollijn van P ten opzichte van C^ν. Dus volgt uit de voor het geval $n = 3$ en $\nu = 1$ gevonden omhullenden, dat P viermaal op de eerste en zesmaal op de tweede kromme ligt. De eerste kromme is dus van den graad $2(n+\nu-2)$ en heeft P tot viervoudig punt, de tweede is van den graad $3(n+\nu-2)$ en heeft P tot zesvoudig punt.

3. De vereeniging van het kwadratische poolstelsel van y ten opzichte van $f = 0$ met het kwadratische poolstelsel

van z ten opzichte van $\varphi = 0$ geeft meer symmetrische uitkomsten. Zij leidt tot de substituties, die den vorm p_x^4 in $a_y^{n-2}\, a_x^2\, \alpha_z^{\nu-2}\, \alpha_x^2$ doen overgaan, nl.

$$\left.\begin{array}{r} p_0 \\ 4\, p_1 \\ 6\, p_2 \\ 4\, p_3 \\ p_4 \end{array}\right\} = a_y^{n-2}\, \alpha_z^{\nu-2}\ . \left\{\begin{array}{c} a_1^2\, \alpha_1^2 \\ (2\, a_1\, a_2\, \alpha_1^2 + 2\, a_1^2\, \alpha_1\, \alpha_2) \\ (a_2^2\, \alpha_1^2 + 4\, a_1\, a_2\, \alpha_1\, \alpha_2 + a_1^2\, \alpha_2^2) \\ (2\, a_2^2\, \alpha_1\, \alpha_2 + 2\, a_1\, a_2\, \alpha_2^2) \\ a_2^2\, \alpha_2^2 \end{array}\right\},$$

die ons voeren tot de voorwaarden

$$i = a_y^{n-2}\, b_y^{n-2}\, \alpha_z^{\nu-2}\, \beta_z^{\nu-2}\, \overset{2}{\overline{(a, b;}}\ \overset{2}{\overline{\alpha, \beta)}} = 0,$$

$$j = a_y^{n-2} b_y^{n-2} c_y^{n-2} \alpha_z^{\nu-2}\, \beta_z^{\nu-2}\, \gamma_z^{\nu-2}\, \overset{2}{\overline{(a, b, c;}}\ \overset{2}{\overline{\alpha, \beta, \gamma)}} = 0. \text{*)}$$

Het symbool $\overset{2}{\overline{(a, b;}}\ \overset{2}{\overline{\alpha, \beta)}}$ bevat vier vormen, nl.

$$\left.\begin{array}{c} (a\, \alpha)^2\ (b\, \beta)^2 \\ (a\, \alpha)\ (b\, \beta)\ (a\, \beta)\ (b\, \alpha) \\ (a\, b).\ (a\, \alpha)\ (b\, \beta).\ (\alpha\, \beta) \\ (a\, b)^2.\ (\alpha\, \beta)^2 \end{array}\right\}.$$

Ook deze vier symbolen zijn echter niet onafhankelijk van elkaar. Stellen we ze kortheidshalve door P, Q, R, S voor, dan gelden de betrekkingen $P = Q + R$ en $2\, R = S$, die men vindt door de identiteit

$$(a\, \beta)\, (b\, \alpha) + (a\, \alpha)\, (\beta\, b) + (a\, b)\, (\alpha\, \beta) = 0$$

achtereenvolgens met $(a\, \alpha)\, (b\, \beta)$ en met $(a\, b)\, (\alpha\, \beta)$ te vermenigvuldigen. Hieruit volgt dus voor $\overset{2}{\overline{(a, b;}}\ \overset{2}{\overline{\alpha, \beta)}}$ de waarde $k\, (a\, \alpha)^2\, (b\, \beta)^2 + l\, (a\, b)^2\, (\alpha\, \beta)^2$, waarin k en l twee nog

*) Deze beide symbolen kunnen evengoed in de gedaante $\overset{2}{\overline{(a, b, \alpha\, \beta)}}$ en $\overset{2}{\overline{(a, b, c, \alpha, \beta, \gamma)}}$ geschreven worden.

te bepalen getallenfactoren zijn. Nu is de coëfficiënt van $\alpha_1^2 \beta_2^2$ met dien van den gelijkwaardigen term $\alpha_2^2 \beta_1^2$ vereenigd volgens de gemaakte onderstelling $2[k a_1^2 b_2^2 + l(ab\,.^2]$ of $2[(k+2l)a_1^2 b_2^2 - 2l\, a_1 a_2 b_1 b_2]$ en in werkelijkheid $2\left(\frac{7}{6} a_1^2 b_2^2 - a_1 a_2 b_1 b_2\right)$; hieruit volgt $k=\frac{1}{6}$ en $l=\frac{1}{2}$.

De eerste voorwaarde wordt dus na verdrijving der breuken

$$[(a\,\alpha)^2 (b\,\beta)^2 + 3\,(a\,b)^2\,\alpha\,\beta)^2]\quad a_y^{n-2} b_y^{n-2} \alpha_z^{\nu-2} \beta_z^{\nu-2} = 0.$$

De uitdrukking $\overline{(a,b,c}^{\,2};\ \overline{\alpha,\beta,\gamma)}^{\,2}$ brengt elf vormen mee, die we naar het aantal gemengde factoren rangschikken en, voor zoover ze niet identisch nul zijn, door een enkele letter aanduiden. Ze zijn, naar verschillende typen gerangschikt,

$$
\begin{array}{lll}
\textit{type } 6\,(a\,\alpha)\ldots\ldots P_1 &=& (a\,\alpha)^2 (b\,\beta)^2 (c\,\gamma)^2, \\
P_2 &=& (a\,\alpha)^2 (b\,\beta)\,(c\,\gamma)\,(b\,\gamma)\,(c\,\beta), \\
P_3 &=& (a\,\beta)\,(a\,\gamma)\,(b\,\gamma)\,(b\,\alpha)\,(c\,\alpha)\,(c\,\beta), \\
\textit{type } 4\,(a\,\alpha)\ldots\ldots Q_1 &=& (b\,c)\,.\,(a\,\alpha)^2 (b\,\beta)\,(c\,\gamma)\,.\,(\beta\,\gamma), \\
 & & (b\,c)\,.\,(a\,\beta)\,(a\,\gamma)\,(b\,\alpha)\,(c\,\alpha)\,.\,(\beta\,\gamma), \\
Q_2 &=& (b\,c)\,.\,(a\,\beta)\,(b\,\gamma)\,(a\,\alpha)\,(c\,\alpha)\,.\,(\beta\,\gamma), \\
\textit{type } 2\,(a\,\alpha)\ldots\ldots R_1 &=& (a\,b)\,(a\,c)\,.\,(b\,\beta)\,(c\,\gamma)\,.\,(\alpha\,\beta)(\alpha\,\gamma), \\
R_2 &=& (b\,c)^2\,.\,(a\,\beta)\,(a\,\gamma)\,.\,(\alpha\,\beta)\,(\alpha\,\gamma), \\
R_3 &=& (a\,b)\,(a\,c)\,.\,(b\,\alpha)\,(c\,\alpha)\,.\,(\beta\,\gamma)^2, \\
R_4 &=& (b\,c)^2\,.\,(a\,\alpha)^2\,.\,(\beta\,\gamma)^2, \\
\textit{type } 0\,(a\,\alpha)\ldots\ldots & & (b\,c)\,(c\,a)\,(a\,b)\,.\,(\beta\,\gamma)\,(\gamma\,\alpha)\,(\alpha\,\beta).
\end{array}
$$

Van deze elf vormen zijn de vijfde en de laatste nul, omdat zij bij verwisseling van b en c van teeken omkeeren. Verder is

$$
\begin{array}{lll}
2\,P_2 = 2\,P_1 - R_4, & Q_1 = \frac{1}{2}\,R_4, & R_1 = \frac{1}{4}\,R_4, \\
P_3 = P_1 - \frac{3}{4}\,R_4, & Q_2 = -\frac{1}{4}\,R_4, & R_2 = R_3 = \frac{1}{2}\,R_4,
\end{array}
$$

zooals gemakkelijk blijkt met behulp der identiteiten

$$(b\,\beta)\,(c\gamma) + (b\gamma)\,(\beta\,c) + (b\,c)\,(\gamma\,\beta) = 0,$$
$$(b\,\beta)^2(c\gamma)^2 + (b\gamma)^2(c\beta)^2 - (bc)^2(\beta\gamma)^2 = 2\,(b\beta)(b\gamma)(c\beta)(c\gamma).$$

Men kan alle overblijvende vormen dus in P_1 en R_4 uit-

drukken en voor $\overline{(a, b, c}^{\,2}; \overline{\alpha, \beta, \gamma)}^{\,2}$ derhalve

$$(a\,\alpha)^2\,[k\,(b\,\beta)^2\,(c\,\gamma)^2 + l\,(b\,c)^2\,(\beta\,\gamma)^2]$$

in de plaats stellen. Ter bepaling van k en l zoeken we den coëfficiënt van den term met $\alpha_2^2\,\beta_1^2\,\gamma_1^2$ en de gelijkwaardige omwisselingen. In P_1 is $\alpha_2^2\,\beta_1^2\,\gamma_1^2$ vermenigvuldigd met $3\,a_1^2\,b_2^2\,c_2^2$, in R_4 met $4\,(a_1^2\,b_2^2\,c_2^2 - a_2^2\,b_1\,b_2\,c_1\,c_2)$ en in $\overline{(a, b, c}^{\,2}; \overline{\alpha, \beta, \gamma)}^{\,2}$ met $3\,(11\,a_1^2\,b_2^2\,c_2^2 - 12\,a_2^2\,b_1\,b_2\,c_1\,c_2)$. We vinden dus $k = -1$, $l = 9$, zoodat de tweede voorwaarde wordt

$$(a\alpha)^2[(b\beta)^2(c\gamma)^2 - 9(bc)^2(\beta\gamma)^2]\,a_y^{n-2}\,b_y^{n-2}\,c_y^{n-2}\,\alpha_z^{\nu-2}\,\beta_z^{\nu-2}\,\gamma_z^{\nu-2} = 0.$$

Voor $\alpha_x^\nu = a_x^n$ en $z = y$ herleiden beide uitkomsten zich tot $(a\,b)^2\,a_y^{n-2}\,b_y^{n-2} = 0$, de punten van den covariant $\varphi \equiv (f, f)^2 = 0$ van Hesse. Werkelijk vormen twee punten elk dubbel geteld alleen dan een equianharmonisch en dan ook tevens een harmonisch kwadrupel als ze samenvallen en dit gebeurt met de kwadratische poolpunten van elk met den covariant van Hesse overeenkomend punt als pool.

Zijn n en ν beide twee, dan vallen y en z uit de vergelijkingen weg en drukken de betrekkingen

$$(a\,\alpha)^2\,(b\,\beta)^2 + 3\,(a\,b)^2\,(\alpha\,\beta)^2 = 0,$$
$$(a\,\alpha)^2\,[(b\,\beta)^2\,(c\,\gamma)^2 - 9\,(b\,c)^2\,(\beta\,\gamma)^2] = 0$$

uit, dat de puntenparen $a_x^2 = 0$ en $\alpha_x^2 = 0$ equianharmonisch of harmonisch liggen. Volgens het overdragingsbeginsel van Clebsch stellen de vergelijkingen

$$(a\,\alpha\,u)^2\,(b\,\beta\,u)^2 + 3\,(a\,b\,u)^2\,(\alpha\,\beta\,u)^2 = 0,$$
$$(a\,\alpha\,u)^2\,[(b\,\beta\,u)^2\,(c\,\gamma\,u)^2 - 9\,(b\,c\,u)^2\,(\beta\,\gamma\,u)^2] = 0$$

derhalve de omhullenden der lijnen voor, die de kegelsneden $a_x^2 = 0$ en $\alpha_x^2 = 0$ equianharmonisch of harmonisch snijden. De eerste vergelijking gaat volgens de notatie van Clebsch over in $F_{12}^2 + 3\,F_{11}\,F_{22} = 0$, een kromme van de vierde klasse, die de snijpunten van $a_x^2 = 0$ en $\alpha_x^2 = 0$ tot dub-

belpunten en de raaklijnen in die punten aan de beide krommen tot dubbelpuntsraaklijnen heeft. En de tweede vergelijking splitst zich in $F_{12} = 0$, de omhullende der lijnen op welke de snijpuntenparen elkaar harmonisch scheiden, en in $F_{12}^2 - 9\,F_{11}\,F_{22} = 0$, de omhullende der lijnen waarvoor de dubbelverhouding dier paren 2 of $\frac{1}{2}$ is *).

Denken we ons in een vlak nu weer twee krommen C^n en C^ν en een punt P gegeven, dan kunnen we de meetkundige plaats zoeken van het punt Q, dat met betrekking tot de snijpunten der lijn $P\,Q$ met de beide krommen twee poolparen bepaalt, die vereenigd een equianharmonisch of harmonisch kwadrupel opleveren. Langs den in art. 2 gevolgden weg vinden we, dat de eerste kromme van den graad $2\,(n + \nu - 2)$ is en viermaal door P gaat, dat de tweede kromme van den graad $3\,(n + \nu - 2)$ is en zesmaal door P gaat; hierin komen de nieuwe krommen dus met die van art. 2 overeen. Maar de tweede bestaat hier uit twee deelen, uit een tweemaal door P gaande kromme van den $n + \nu - 2^{\text{den}}$ graad en een viermaal door P gaande kromme van den $2\,(n + \nu - 2)^{\text{den}}$ graad; van deze deelen bevat het eerste de punten Q met elkaar harmonisch scheidende poolparen, enz.

4. De vereeniging van het kwadratisch poolstelsel van y ten opzichte van $f = 0$ met de laatste poolpunten van z ten opzichte van $\varphi = 0$ en van t ten opzichte van $\psi \equiv A_x^N = 0$ voert tot de substituties, die p_x^4 doen overgaan in

$$a_y^{n-2}\,a_x^2\,.\,\alpha_z^{n-1}\,\alpha_x\,.\,A_t^{N-1}\,A_x,$$

nl. tot de substituties

$$\left.\begin{array}{r} p_0 \\ 4p_1 \\ 6p_2 \\ 4p_3 \\ p_4 \end{array}\right\} = a_y^{n-2}\alpha_z^{\nu-1}A^{N-1}\left\{\begin{array}{lll} a_1^2\alpha_1A_1 & & \\ a_1^2(\alpha_1A_2+\alpha_2A_1)+2a_1a_2\alpha_1A_1 & & \\ a_1^2\,\alpha_2\,A_2 & +2a_1a_2(\alpha_1A_2+\alpha_2A_1)+a_2^2\alpha_1A_1 & \\ & 2a_1a_2\,\alpha_2A_2 & +a_2^2(\alpha_1A_2+\alpha_2A_1) \\ & & a_2^2\,\alpha_2A_2 \end{array}\right.$$

---

*) Men vergelijke een vraagstuk van A. R. JOHNSON, M. A. in de *Wiskundige Opgaven*, deel III, blz. 295.

Het uit de vereeniging ontstane puntkwadrupel is dus equianharmonisch of harmonisch onder de voorwaarden

$$i = a_y^{n-2} b_y^{n-2} \alpha_z^{\nu-1} \beta_z^{\nu-1} A_t^{N-1} B_t^{N-1} \overset{2}{\overline{(a,b}};\ \overset{1}{\overline{\alpha,\beta}};\ \overset{1}{\overline{A,B)}} = 0,$$

$$j = a_y^{n-2} b_y^{n-2} c_y^{n-2} \alpha_z^{\nu-1} \beta_z^{\nu-1} \gamma_z^{\nu-1} A_t^{N-1} B_t^{N-1} C_t^{N-1} \times$$

$$\times \overset{2}{\overline{(a,b,c}};\ \overset{1}{\overline{\alpha,\beta,\gamma}};\ \overset{1}{\overline{A,B,C)}} = 0.$$

Het symbool $\overset{2}{\overline{(a,b}};\ \overset{1}{\overline{\alpha,\beta}};\ \overset{1}{\overline{A,B)}}$ bevat de vier vormen

$$\begin{aligned}
P_1 &= (a\,b)^2 . (\alpha\,A)\,(\beta\,B),\\
Q_1 &= (a\,b) . (a\,\alpha)\,(b\,A)\,(\beta\,B),\\
R_1 &= (a\,\alpha)\,(b\,\beta)\,(a\,A)\,(b\,B),\\
R_2 &= (a\,\alpha)\,(a\,\beta)\,(b\,A)\,(b\,B),
\end{aligned}$$

als men de vormen weglaat, die identisch nul zijn. Tusschen deze bestaan de betrekkingen $P_1 = 2\,Q_1$, $R_2 = Q_1 + R_1$. Dus is

$$\overset{2}{\overline{(a_1 b}};\ \overset{1}{\overline{\alpha_1 \beta}};\ \overset{1}{\overline{A_1 B)}} = k\,(ab)^2(\alpha A)(\beta B) + l\,(a\alpha)(b\beta)(aA)(bB).$$

Zoeken we nu den coëfficiënt van $a_1\,a_2\,b_1\,b_2$, dan volgen hieruit de betrekkingen $l - 2\,k = \frac{1}{3}$, $l + 2\,k = -\frac{1}{6}$ en dus is $l = \frac{1}{12}$ en $k = -\frac{1}{8}$. De eerste voorwaarde wordt derhalve

$$[3\,(a\,b)^2\,(\alpha\,A)\,(\beta\,B) - 2\,(a\,\alpha)\,(b\,\beta)\,(a\,A)\,(b\,B)] \times$$

$$\times\ a_y^{n-2}\,b_y^{n-2}\,\alpha_z^{\nu-1}\,\beta_z^{\nu-1}\,A_t^{N-1}\,B_t^{N-1} = 0.$$

Verder kan $\overset{2}{\overline{(a,b,c}};\ \overset{1}{\overline{\alpha,\beta,\gamma}};\ \overset{1}{\overline{A,B,C)}}$ de termen

$$\begin{aligned}
P_1 &= (b\,c)^2 . (a\,\alpha)\,(a\,A)\,(\beta\,B)\,(\gamma\,C)\,,\\
P_2 &= (a\,b)\,(a\,c) . (b\,\alpha)\,(c\,A)\,(\beta\,B)\,(\gamma\,C)\,,\\
Q_1 &= (b\,c) . (a\,\alpha)\,(a\,A)\,(b\,\beta)\,(c\,B)\,(\gamma\,C)\,,\\
R_1 &= (a\,\alpha)\,(a\,A)\,(b\,\beta)\,(b\,B)\,(c\,\gamma)\,(c\,C)\,,\\
R_2 &= (a\,\alpha)\,(a\,A)\,(b\,\beta)\,(b\,\gamma)\,(c\,B)\,(c\,C)
\end{aligned}$$

bevatten. Daar de betrekkingen

$$P_1 = P_2, \; P_2 = Q_1, \; R_2 = Q_1 + R_1$$

gelden, kunnen we stellen

$$\overline{(a, b, c;}^{\,2} \; \overline{\alpha, \beta, \gamma;}^{\,1} \; \overline{A, B, C)}^{\,1} =$$

$$= [k\,(b\,c)^2\,(\beta\,B)\,(\gamma\,C) + m\,(b\,\beta)\,(b\,B)\,(c\,\gamma)\,(c\,C)]\,(a\,\alpha)\,(a\,A).$$

En bepalen we den coëfficiënt van $a_1\,a_2\,b_1\,b_2\,c_1\,c_2$, dan vinden we $k = -9$ en $m = -2$, zoodat de tweede voorwaarde wordt

$$[9\,(b\,c)^2\,(\beta\,B)\,(\gamma\,C) + 2\,(b\,\beta)\,(b\,B)\,(c\,\gamma)\,(c\,C)]\,(a\,\alpha)\,(a\,A) \times$$
$$\times\; a_y^{n-2}\,b_y^{n-2}\,c_y^{n-2}\,\alpha_z^{\nu-1}\,\beta_z^{\nu-1}\gamma_z^{\nu-1}A_t^{N-1}B_t^{N-1}C_t^{N-1} = 0.$$

Voor $A_x^N = \alpha_x^\nu = a_x^n$ en $t = z = y$ herleiden beide uitkomsten, wijl de eerste term identisch nul wordt, zich tot

$$(a\,c)\,(b\,d)\,(a\,e)\,(b\,f)\,a_y^{n-2}\,b_y^{n-2}\,c_y^{n-1}\,d_y^{n-1}\,e_y^{n-1}\,f_y^{n-1} = 0,$$

$$(a\,d)\,(a\,g)\,(b\,e)\,(b\,h)\,(c\,f)\,(c\,i)\,a_y^{n-2}\,b_y^{n-2}\,c_y^{n-2} \times$$
$$\times\; d_y^{n-1}\,e_y^{n-1}\,f_y^{n-1}\,g_y^{n-1}\,h_y^{n-1}\,i_y^{n-1} = 0.$$

Als $n = 2$, $\nu = 1$, $N = 1$ is, vallen de y, z, t uit de vergelijking weg. Dan drukken de betrekkingen

$$3\,(a\,b^2)\,(\alpha\,A)^2 - 2\,(a\,\alpha)\,(b\,\alpha)\,(a\,A)\,b\,A) = 0,$$

$$(a\,\alpha)\,(a\,A)\,[9\,(b\,c)^2\,(\alpha\,A)^2 + 2\,(b\,\alpha)\,(c\,\alpha)\,(b\,A)\,(c\,A)] = 0$$

de voorwaarden uit, dat de punten $a_x^2 = 0$, $\alpha_x = 0$, $A_x = 0$ een equianharmonisch of harmonisch kwadrupel vormen. Naar behooren splitst de laatste voorwaarde zich in de twee vergelijkingen

$$(a\alpha)\,(a\,A) = 0, \quad 9\,(a\,b)^2\,(\alpha\,A)^2 + 2\,(a\alpha)\,(b\alpha)\,(a\,A)\,(b\,A) = 0,$$

waarvan de eerste betrekking heeft op het geval dat de beide punten $a_x^2 = 0$ de beide anderen harmonisch scheiden. Zoo komt men weer tot drie omhullenden

$$3(abu)^2(\alpha A u)^2 - 2(a\alpha u)(b\alpha u)(aAu)(bAu) = 0$$
$$(a\alpha u)(aAu) = 0,$$
$$9(abu)^2(\alpha A u)^2 + 2(a\alpha u)(b\alpha u)(aAu)(bAu) = 0,$$

waarvan de eerste op de equianharmonische en de beide andere op de harmonische snijding betrekking hebben. De tweede is een kegelsnee; zooals meetkundig onmiddellijk blijkt, raakt zij de gegeven lijnen en de raaklijnen aan $a_x^2 = 0$ in de punten, waar de gegeven lijnen deze snijden. Stelt men de tangentiëele vergelijkingen van de gegeven kegelsnee, de gevonden kegelsnee en het snijpunt der gegeven lijnen door $F = 0$, $F' = 0$ en $P = 0$ voor, dan zijn de drie krommen achtereenvolgens

$$3FP^2 - 2F'^2 = 0, \quad F' = 0, \quad 9FP^2 + 2F'^2 = 0.$$

Hieruit blijkt, dat de beide krommen van de vierde klasse de beide gegeven lijnen tot dubbelraaklijnen hebben.

Zijn nu eindelijk in een vlak weer drie krommen C^n, C^ν, C^N en een punt P gegeven, dan kan men de meetkundige plaats zoeken van het punt Q, dat op de lijn PQ met betrekking tot C^n een poolpuntenpaar en met betrekking tot C^ν en C^N laatste poolpunten bepaalt, die bij vereeniging een equianharmonisch of harmonisch kwadrupel vormen. We vinden voor de eerste meetkundige plaats een kromme van den graad $2(n + \nu + N - 2)$ met een viervoudig punt in P, voor de tweede de vereeniging van een kromme van den graad $n + \nu + N - 2$, die P tot dubbelpunt heeft, met een kromme van den graad $2(n + \nu + N - 2)$, die viermaal door P gaat.

5. Zoo komen we dan nu tot vier vormen $f = 0, \varphi = 0$, $\psi = 0$ en $\chi = \bar{a}^{\bar{n}} = 0$ achtereenvolgens van de graden $n, \nu, N, \bar{n}$ en zoeken we de voorwaarden, die uitdrukken dat de laatste poolpunten van y, z, t, s ten opzichte van deze stelsels een equianharmonisch of harmonisch kwadrupel vormen. We hebben dan te doen met de substituties, die

$p_x{}^4$ in $a_y{}^{n-1}\, a_x \,.\, \alpha_z{}^{\nu-1}\, \alpha_x \,.\, A_t{}^{N-1}\, A_x \,.\, \bar{a}_s{}^{\bar{n}-1}\, \bar{a}_x$ doen overgaan, nl.

$$\left.\begin{matrix} p_0 \\ 4p_1 \\ \\ 6p_2 \\ 4p_3 \\ p_4 \end{matrix}\right\} = a_y{}^{n-1}\, \alpha_z{}^{\nu-1} A_t{}^{N-1} \bar{a}_s{}^{\bar{n}-1} \left\{\begin{matrix} a_1\, \alpha_1\, A_1\, \bar{a}_1 \\ a_2\alpha_1 A_1 \bar{a}_1 + a_1\alpha_2 A_1 \bar{a}_1 + a_1\alpha_1 A_2 \bar{a}_1 \\ \quad + a_1\alpha_1 A_1 \bar{a}_2 (= \Sigma a_2 \alpha_1 A_1 \bar{a}_1) \\ \Sigma\, a_2\, \alpha_2\, A_1\, \bar{a}_1 \\ \Sigma\, a_2\, \alpha_2\, A_2\, \bar{a}_1 \\ a_2\, \alpha_2\, A_2\, \bar{a}_2 \end{matrix}\right\}.$$

We vinden

$$i = a_y{}^{n-1}\, b_y{}^{n-1}\, \alpha_z{}^{\nu-1}\, \beta_z{}^{\nu-1}\, A_t{}^{N-1}\, B_t{}^{N-1}\, \bar{a}_s{}^{\bar{n}-1}\, \bar{b}_s{}^{\bar{n}-1} \times$$
$$\times \frac{1}{(a, b}\, ; \frac{1}{\alpha, \beta}\, ; \frac{1}{A, B}\, ; \frac{1}{\bar{a}, \bar{b})},$$

$$j = a_y{}^{n-1}\, b_y{}^{n-1}\, c_y{}^{n-1}\, \alpha_z{}^{\nu-1} \ldots\ldots C_t{}^{N-1}\, \bar{a}_s{}^{\bar{n}-1}\, \bar{b}_s{}^{\bar{n}-1}\, \bar{c}_s{}^{\bar{n}-1} \times$$
$$\times \frac{1}{(a, b, c}\, ; \frac{1}{\alpha, \beta, \gamma}\, ; \frac{1}{A, B, C}\, ; \frac{1}{\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})}.$$

Nu bestaat $\frac{1}{(a, b}\, ; \frac{1}{\alpha, \beta}\, ; \frac{1}{A, B}\, ; \frac{1}{\bar{a}, \bar{b})}$, wijl determinantenfactoren $(a\,b)$, enz. niet kunnen voorkomen, uit twee drietallen van gelijkwaardige termen, nl.:

$$\left.\begin{matrix} P_1 = (aA)\,(bB)\,.\,(\bar{a}\,\alpha)\,(\bar{b}\beta) \\ P_2 = (a\,\bar{a})\,(b\,\bar{b})\,.\,(\alpha A)\,(\beta B) \\ P_3 = (a\alpha)\,(b\beta)\,.\,(A\,\bar{a})\,(B\,\bar{b}) \end{matrix}\right\}, \quad \left.\begin{matrix} Q_1 = (a\beta)\,(\alpha B)\,(A\,\bar{b})\,(\bar{a}\,b) \\ Q_2 = (a\,B)(A\,\bar{b})\,(\bar{a}\beta)\,(\alpha\, b) \\ Q_3 = (a\bar{b})\,(\bar{a}\,\beta)\,(\alpha\,B)\,(Ab) \end{matrix}\right\}$$

waarvan men het eerste drietal bicyclisch, het tweede monocyclisch *) zou kunnen noemen. Tusschen deze bestaan de betrekkingen

$$P_1 = Q_2 + Q_3, \quad P_2 = Q_3 + Q_1, \quad P_3 = Q_1 + Q_2\,.$$

Dus kunnen we stellen

$$\frac{1}{(a, b}\, ; \frac{1}{a, \beta}\, ; \frac{1}{A, B}\, ; \frac{1}{\bar{a}, \bar{b})} = \varrho\,(P_1 + P_2 + P_3),$$

---

*) Deze termen zijn ontleend aan de *„groepentheorie"*.

waardoor de eerste voorwaarde overgaat in

$$(P_1+P_2+P_3)\,a_y^{\varkappa-1}\,b_y^{\varkappa-1}\,\alpha_z^{\nu-1}\,\beta_z^{\nu-1}\,A_t^{N-1}\,B_t^{N-1}\,\bar{a}_s^{\bar{\varkappa}-1}\,\bar{b}_s^{\bar{\varkappa}-1}$$
$$=0.$$

Evenzoo bestaat $\left(\frac{1}{a,\,b,\,c}\,;\ \frac{1}{\alpha,\,\beta,\,\gamma}\,;\ \frac{1}{A,\,B,\,C}\,;\ \frac{1}{\bar{a},\,\bar{b},\,\bar{c}}\right)$ uit zes gelijkwaardige termen, nl.

$$\left.\begin{aligned}P_{1,1} &= (a\,A)\,(b\,B)\,.\,(\bar{a}\,\alpha)\,(\bar{b}\,\beta)\,.\,(c\,\bar{c})\,(\gamma\,C)\\ P_{2,1} &= (a\,\bar{a})\,(b\,\bar{b})\,.\,(\alpha A)\,(\beta B)\,.\,(c\,\gamma)\,(C\,\bar{c})\\ P_{3,1} &= (a\,\alpha)\,(b\,\beta)\,.\,(A\,\bar{a})\,(B\,\bar{b})\,.\,(c\,C)\,(\bar{c}\,\gamma)\end{aligned}\right\}\,,$$

$$\left.\begin{aligned}P_{1,2} &= (a A)\,(b\,B)\,.\,(\bar{a}\,\alpha)\,(\bar{b}\,\beta)\,.\,(c\,\gamma)\,(C\,\bar{c})\\ P_{2,2} &= (a\,\bar{a})\,(b\,\bar{b})\,.\,(\alpha A)\,(\beta B)\,.\,(c\,C)\,(\bar{c}\,\gamma)\\ P_{3,2} &= (a\,\alpha)\,(b\,\beta)\,.\,(A\,\bar{a})\,(B\,\bar{b})\,.\,(c\,\bar{c})(\gamma\,C)\end{aligned}\right\}\,,$$

die onmiddellijk uit de drie boven gevonden termen P zijn gevormd.

We hebben dus voor de tweede voorwaarde

$$(P_{1,1}+P_{2,1}+P_{3,1}+P_{1,2}+P_{2,2}+P_{3,2})\times$$
$$\times\, a_y^{n-1}\,b_y^{n-1}\,c_y^{n-1}\,\alpha_z^{\nu-1}\,\ldots\,C_t^{N-1}\,\bar{a}_s^{\bar{n}-1}\,\bar{b}_s^{\bar{n}-1}\,\bar{c}_s^{\bar{n}-1}=0.$$

Voor $\bar{a}_x^{\bar{n}}=A_x^N=\alpha_x^{\nu}=a_x^{n}$ en $s=t=z=y$ herleiden beide voorwaarden zich natuurlijk tot identiteiten.

Als $\bar{n}=N=\nu=n=1$ is, vallen de onbekenden uit de voorwaardevergelijkingen weg. Dan drukken de voorwaarden

$$P_1+P_2+P_3=0,$$
$$P_{1,1}+P_{2,1}+P_{3,1}+P_{1,2}+P_{2,2}+P_{3,2}=0$$

uit, dat de vier punten door de lineaire vergelijkingen $a_x=0$, enz. gegeven een equianharmonisch of harmonisch kwadrupel vormen. Wijl we hier met lineaire vormen te doen hebben, is het overbodig telkens nieuwe symbolen in te voeren. We kunnen ze dus door $a_x=0$, $b_x=0$, $c_x=0$, $d_x=0$ vervangen, waardoor de beide betrekkingen overgaan in

$$(a\,c)^2\,(d\,b)^2+(a\,d)^2\,(b\,c)^2+(a\,b)^2\,(c\,d)^2=0,$$
$$\Sigma\,(a\,b)^2\,(c\,d)^2\,(a\,c)\,(b\,d)=0.$$

Van deze laat de eerste zich met behulp der identiteit, die men door het weglaten van alle kwadraten verkrijgt, vervormen tot

$$\left\{\frac{(a\,c)}{(a\,d)}:\frac{(b\,c)}{(b\,d)}\right\}^2-\left\{\frac{(a\,c)}{(a\,d)}:\frac{(b\,c)}{(b\,d)}\right\}+1=0,$$

of

$$(a\,b\,c\,d)^2-(a\,b\,c\,d)+1=0,$$

wat zooals men weet de voorwaarde is, dat de dubbelverhouding $(a\,b\,c\,d)$ gelijk is aan een der onbestaanbare derdemachtswortels uit de negatieve eenheid en de vier punten dus equianharmonisch liggen. En de tweede splitst zich in de drie factoren

$$\frac{(a\,c)}{(a\,d)}:\frac{(b\,c)}{(b\,d)}=-1,\quad \frac{(a\,d)}{(a\,b)}:\frac{(c\,d)}{(c\,b)}=-1,\quad \frac{(a\,b)}{(a\,c)}:\frac{(d\,b)}{(d\,c)}=-1,$$

die met de drie harmonische kwadrupels van verschillende paring overeenstemmen *).

Met de beide gevonden voorwaarden staan weer de omhullenden

$$(a\,c\,u)^2\,(d\,b\,u)^2+(a\,d\,u)^2\,(b\,c\,u)^2+(a\,b\,u)^2\,(c\,d\,u)^2=0,$$
$$\Sigma\,(a\,b\,u)^2\,(c\,d\,u)^2\,(a\,c\,u)\,(b\,d\,u)=0$$

in verband; van deze splitst de tweede zich in drie verschillende kegelsneden, die de vier gegeven lijnen $a_x=0$, $b_x=0$, $c_x=0$, $d_x=0$ aanraken.

Zijn eindelijk weer vier krommen C^n, $C^{n'}$, C^N, $C^{\bar{n}}$ en een punt P in een zelfde vlak gegeven, dan is de meetkundige plaats van het punt Q, dat op $P\,Q$ met betrekking tot de snijpunten dier lijn met de krommen vier laatste poolpunten bepaalt, waarvan de vereeniging een equianharmonisch of

*) Deze bekende uitkomsten hadden het uitgangspunt van dit artikel kunnen vormen; nu dienen ze tot bevestiging van het voorgaande.

een harmonisch kwadrupel vormen, een kromme van den $2(n + \nu + N + \bar{n} - 2)^{\text{den}}$ graad, die viermaal door P gaat, of de vereeniging van drie krommen van den $n + \nu + N + \bar{n} - 2^{\text{den}}$ graad, die in P een gemeenschappelijk dubbelpunt hebben.

6. We voegen ten slotte het punt z aan de punten van $f \equiv a_x^n = 0$ toe en zoeken de betrekking, die er tusschen y en z bestaan moet, opdat het bikwadratisch poolstelsel van y ten opzichte van $a_x^n\,(x\,z) = 0$ equianharmonisch of harmonisch gelegen zij. Hiertoe bepalen we dit poolstelsel door op de vergelijking $a_x^n\,(x\,z) = 0$ het proces $y_1 \dfrac{\partial f}{\partial x_1} + y_2 \dfrac{\partial f}{\partial x_2}$ der poolvorming $n-2$-maal toe te passen. Dit geeft met weglating van gemeenschappelijke getallenfactoren

$$p_x^4 = 4\, a_y^{n-3}\, a_x^3\,(x\,z) + (n-3)\, a_y^{n-4}\, a_x^4\,(y\,z)$$

en deze vergelijking levert de substitutie

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{pmatrix} = a_y^{n-3} \cdot \begin{pmatrix} 4\,a_1^3\,z_2 \\ (3\,a_1^2\,a_2\,z_2 - a_1^3\,z_1) \\ (2a_1\,a_2^2\,z_2 - 2a_1^2 a_2 z_1) \\ (a_2^3 z_2 - 3a_1 a_2^2 z_1) \\ (-4a_2^3 z_1) \end{pmatrix} + (n-3) a_y^{n-4} (yz) \begin{pmatrix} a_1^4 \\ a_1^3\,a_2 \\ a_1^2\,a_2^2 \\ a_1\,a_2^3 \\ a_2^4 \end{pmatrix}.$$

We vinden dus voor de eerste voorwaarde

$$i = a_y^{n-4}\, b_y^{n-4} \times$$

$$\times [a_y b_y \overset{3}{\overline{(a,b}}\,; \overset{2}{\overline{z)}} + 2(n-3) a_y \overset{3}{\overline{(a}}\,; \overset{4}{\overline{b}}\,; \overset{1}{\overline{z)}}\,(yz) + (n-3)^2 \overset{4}{\overline{(a,\,b)}}\,(yz)^2] = 0.$$

Hierin is nu

$$\overset{3}{\overline{(a,\,b}}\,; \overset{2}{\overline{z)}} = k\,(a\,b)^2\,a_z\,b_z,$$

$$\overset{3}{\overline{(a}}\,; \overset{4}{\overline{b}}\,; \overset{1}{\overline{z)}} = l\,(a\,b)^3\,b_z, \quad \overset{4}{\overline{(a,\,b)}} = m\,(a\,b)^4.$$

Nu doet echter de identiteit

$$a_y\, b_z - a_z\, b_y = (a\, b)\, (y\, z)$$

den vorm $(a\,b)\,(y\,z)\,a_y\,b_z$ overgaan in $\frac{1}{2}\,(a\,b)^2\,(y\,z)^2$. Dus wordt onze voorwaarde

$$(a\,b)^2\,a_y^{n-4}\,b_y^{n-4}\,[k\,a_y\,b_y\,a_z\,b_z + l'\,(a\,b)^2\,(y\,z)^2] = 0,$$

waarin k en l' nog onbekend zijn. Deze coëfficiënten worden gemakkelijk bepaald met behulp van de termen, die $y_1^2\,z_1^2$ en $y_1^2\,z_2^2$ bevatten; door gelijkstelling van de coëfficiënten dier termen uit den ondersteldeu vorm met die van de werkelijkheid vindt men $k = 12$ en $l' = (n+1)(n-3)$ en dus

$$(a\,b)^2 a_y^{n-4} b_y^{n-4} [12\, a_y b_y a_z b_z + (n+1)(n-3)\,(a\,b)^2\,(y\,z)^2] = 0.$$

Werkelijk moet $n-3$ factor zijn van den coëfficiënt van $(y\,z)^2$.
Eveneens vindt men

$$j = a_y^{n-4}\,b_y^{n-4}\,c_y^{n-4}\,[(\overset{4}{\overline{a,b,c}};\ \overset{3}{\overline{y,z}}) + (\overset{4}{\overline{a,b,c}};\ \overset{2}{\overline{y,z}})(y\,z) +$$
$$+ (\overset{4}{\overline{a,b,c}};\ \overset{1}{\overline{y,z}})\,(y\,z)^2 + (\overset{4}{\overline{a,b,c}})\,(y\,z)^3] = 0,$$

waarvoor men in verband met de samenstelling van j ook schrijven kan

$$a_y^{n-4}\,b_y^{n-4}\,c_y^{n-4}\,[(\overset{3}{\overline{a,b,c}};\ \overset{3}{\overline{z}})\,a_y\,b_y\,c_y + (\overset{4}{\overline{a}};\ \overset{3}{\overline{b,\,c}};\ \overset{2}{\overline{z}})\,b_y\,c_y\,(y\,z) +$$
$$+ (\overset{4}{\overline{a,b}};\ \overset{3}{\overline{c}};\ \overset{1}{\overline{z}})\,c_y\,(y\,z)^2 + (\overset{4}{\overline{a,\,b,\,c}})\,(y\,z)^3] = 0.$$

Nu is

$$(\overset{3}{\overline{a,\,b,\,c}};\ \overset{3}{\overline{z}}) = k_1(bc)^3 a_z^3 + l_1(b\,c)^2(c\,a)a_z^2 b_z + m_1(b\,c)(c\,a)(a\,b)a_z b_z c_z,$$

$$(\overset{4}{\overline{a}};\ \overset{3}{\overline{b,c}};\ \overset{2}{\overline{z}}) = k_2\,(a\,b)^2(a\,c)^2\,b_z\,c_z + l_2\,(b\,c)^2\,(c\,a)\,(a\,b)\,a_z^2,$$

$$(\overset{4}{\overline{a,\,b}};\ \overset{3}{\overline{c}};\ \overset{1}{\overline{z}}) = k_3\,(a\,b)^2(a\,c)^2(b\,c)\,b_z + l_3\,(a\,b)^3\,(a\,c)\,(b\,c)\,c_z,$$

$$\overline{(a\,,\ b\,,\ c)}^{\,4} = k_4 (bc)^2 (ca)^2 (ab)^2.$$

Dit herleidt zich tot de termen met l_1, l_2, k_2, k_3, k_4. Want de termen met k_1 en m_1 zijn nul, wijl ze bij verwisseling van b en c in de tegengestelde waarden overgaan. En de term met l_3 is eveneens nul, wijl ze van teeken verandert bij verwisseling van a en b. We vinden dus

$$a_y^{n-4} b_y^{n-4} c_y^{n-4} \left\{ \begin{array}{l} (bc)^2 (ca) b_y c_y a_z^2 [l_1 a_y b_z + l_2 (ab)(yz)] \\ + (ab)^2 (ac)^2 (yz) [k_2 b_y c_y b_z c_z + \\ + k_3 (bc) c_y b_z (yz) + k_4 (bc)^2 (yz)^2] \end{array} \right\} = 0$$

en moeten de getallenfactoren l_1, l_2, k_2, k_3, k_4 nu nog bepalen. Uit den vorm

$$\begin{vmatrix} P_0 + Q_0 (yz), & P_1 + Q_1 (yz), & P_2 + Q_2 (yz) \\ P_1 + Q_1 (yz), & P_2 + Q_2 (yz), & P_3 + Q_3 (yz) \\ P_2 + Q_2 (yz), & P_3 + Q_3 (yz), & P_4 + Q_4 (yz) \end{vmatrix} = 0,$$

dien de voorwaarde $j = 0$ hier aanneemt, berekent men deze getallenfactoren zonder veel moeite. Herleidt de determinant zich tot $A + B(yz) + C(yz)^2 + D(yz)^3$ als we ze uitwerken, dan vindt men achtereenvolgens voor den coëfficiënt *)

---

*) De volledige vergelijking is

$$\begin{vmatrix} a_y \cdot 4a_1^3 z_2 + \mu a_1^4, & a_y a_1^2 (3a_2 z_2 - a_1 z_1) + \mu a_1^3 a_2, & 2a_y a_1 a_2 (a_2 z_2 - a_1 z_1) + \mu a_1^2 a_2^2 \\ b_y b_1^2 (3b_2 z_2 - b_1 z_1) + \mu b_1^3 b_2, & 2b_y b_1 b_2 (b_2 z_2 - b_1 z_1) + \mu b_1^2 b_2^2, & b_y b_2^2 (b_2 z_2 - 3b_1 z_1) + \mu b_1 b_2^3 \\ 2c_y c_1 c_2 (c_2 z_2 - c_1 z_1) + \mu c_1^2 c_2^2, & c_y c_2^2 (c_2 z_2 - 3c_1 z_1) + \mu c_1 c_2^3, & -4 c_y c_2^3 z_1 + \mu c_2^4 \end{vmatrix} = 0,$$

als men $(n-3)(yz)$ kortheidshalve door μ aanduidt. Dus is de coëfficiënt van $y_1^3 z_1^2 z_2$ in den term met μ of $(n-3)(yz)$

$$a_1^4 b_1^2 b_2 c_1 c_2^2 \begin{vmatrix} a_1 & 0 & 2a_2 \\ b_1 & b_1 & 3b_2 \\ c_1 & 2c_1 & 4c_2 \end{vmatrix} + a_1^3 a_2 b_1^2 c_1 c_2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ b_1^2 & b_2^2 & b_2^2 \\ 2c_1^2 & c_2^2 & 2c_2^2 \end{vmatrix} + a_1^2 b_1 c_2 \begin{vmatrix} 0 & a_1^2 & a_2^2 \\ b_1^3 & 2b_1^2 b_2 & b_2^3 \\ 2c_1^3 & 3c_1^2 c_2 & c_2^3 \end{vmatrix},$$

enz.

van $y_1^3 z_1^3$ in A ... $-4(bc)^3(ca)a_1^3 b_1^2 c_1$,

» $y_1^3 z_1^2 z_2$ » $B(yz)$ ... $-(n-3)\left\{\frac{3}{2}(bc)^2(ca)(ab)a_1^2 b_1 c_1 + \right.$

$\left. + (ab)^2(ac)^2 b_1^2 c_1^2\right\}$,

» $y_1^3 z_1 z_2^2$ » $C(yz)^2$... $-(n-3)^2(bc)(ab)^2(ac)^2 b_1 c_1$,

» $y_1^3 z_2^3$ » $D(yz)^3$... $\frac{1}{6}(n-3)^3$.

In verband met de aangenomen onderstelling volgt hieruit

$$l_1 = -4,\ l_2 = -\frac{3}{2}(n-3),\ k_2 = -(n-3),\ k_3 = -(n-3)^2$$

$$k_4 = \frac{1}{6}(n-3)^3.$$

We vinden dus ten slotte voor de tweede voorwaarde

$$a_y^{n-4} b_y^{n-4} c_y^{n-4} \left\{ \begin{array}{l} 3(bc)^2(ca)b_y c_y a_z^2[8a_y b_z + 3(ab)(yz)] \\ + (n-3)(ab)^2(ac)^2 y z [6 b_y c_y b_z c_z + \\ + 6(n-3)(bc)c_y b_z - (n-3)^2(bc)^2(yz)^2] \end{array} \right\} = 0.$$

Als z met y identisch is, worden deze beide uitkomsten achtereenvolgens

$$(ab)^2 a_y^{n-2} b_y^{n-2} = 0\ ,\quad (bc)^2(ca)a_y^{n-1} b_y^{n-2} c_y^{n-3} = 0.$$

De eerste is de covariant van Hesse, $\varphi = (f, f)^2$, en de tweede is de vorm $t = (f, \varphi)^1 = \{f, (f, f)^2\}^1$. Hieruit volgt weer een eenvoudige meetkundige beteekenis van de vergelijkingen $\varphi = 0$ en $t = 0$. Zoo geeft de covariant van Hesse — en dit is, zoo we ons niet bedriegen, een nieuwe eigenschap — de punten aan, die equianharmonisch liggen met hun kubisch poolstelsel.

Natuurlijk kunnen de laatstvermelde uitkomsten ook rechtstreeks verkregen worden door het punt y te voegen bij het kubisch poolstelsel van y ten opzichte van f. De substitutie $p_x^4 = a_x^3 a_y^{n-3}(xy)$ geeft nl.

$$i = a_y^{n-3}\, b_y^{n-3}\, (\overline{a, b}^{\,3}\, ; \overline{y}^{\,2}) = 0,$$

$$j = a_y^{n-3}\, b_y^{n-3}\, c_y^{n-3}\, (\overline{a, b, c}^{\,3}\, ; \overline{y}^{\,3}) = 0.$$

Hieruit volgt onmiddelijk het vroeger gevondene; want voor

$$(\overline{a, b}^{\,3}\, ; \overline{y}^{\,2}) \quad \text{en} \quad (\overline{a, b, c}^{\,3}\, ; \overline{y}^{\,3})$$

kan alleen $(a\, b)^2\, a_y\, b_y$ en $(b\, c)^2\, (c\, a)\, a_y^2\, b_y$ genomen worden.

Is nu in een plat vlak weer een kromme C^n en een punt P gegeven, dan kan men vragen naar de meetkundige plaats van het punt Q, waarvan het kubisch poolstelsel ten opzichte van de snijpunten der lijn $P\,Q$ met C^n equianharmonisch of harmonisch ligt met P. Men vindt dan, dat de eerste kromme viermaal door P gaat en van den $2(n-1)^{\text{sten}}$ graad is, terwijl de tweede kromme zesmaal door P gaat en van den $3(n-1)^{\text{sten}}$ graad is.

7. De verkregen uitkomsten, die op kromme lijnen betrekking hebben, laten zich gemakkelijk op oppervlakken en ten deele zelfs op complexen overdragen. Als voorbeeld dezer uitbreiding beschouwen we het geval van art. 3. We vinden dan onmiddellijk het volgende.

Zijn twee oppervlakken F^n en F^ν en een punt P gegeven, dan is de meetkundige plaats van het punt Q, dat met betrekking tot de snijpunten der lijn $P\,Q$ met beide oppervlakken twee poolparen bepaalt, die samen een equianharmonisch of harmonisch kwadrupel vormen, een oppervlak van den graad $2\,(n + \nu - 2)$ met een viervoudig punt in P, of de vereeniging van een oppervlak van den graad $n + \nu - 2$, dat in P een dubbelpunt heeft, met een oppervlak van den graad $2\,(n + \nu - 2)$, dat een viervoudig punt heeft in P; van de beide deelen der laatste meetkundige plaats heeft de eerste betrekking op punten Q met elkaar harmonisch scheidende poolparen, enz.

De meetkundige plaats der lijnen, die twee oppervlakken

F_1^2 en F_2^2 van den tweeden graad volgens een equiharmonisch of harmonisch kwadrupel snijden, is een complex van den vierden graad of de vereeniging van een complex van den tweeden graad met een complex van den vierden graad. Het bedoelde complex van den tweeden graad is reeds meermalen het onderwerp van wiskundige beschouwing geweest. En het onderzoek der beide complexen van den vierden graad ligt buiten het bestek van dit opstel.

VERGELIJKING,

BIJ

ZOMER- EN WINTERTEMPERATUUR, VAN TWEE GLAZEN EINDMETERS,

(BEHOORENDE RESPECTIEVELIJK AAN DE REGEERING VAN NED. OOST-INDIË EN AAN HET NATUURKUNDIG KABINET DER RIJKS-UNIVERSITEIT TE UTRECHT,)

MET DEN PLATINA-IRIDIUM STREEPMETER N°. 27,

DOOR

J. A. C. OUDEMANS.

§ 1.

VROEGERE VERGELIJKING VAN DE GLAZEN METERS MET DEN OUDEN PLATINA STANDAARDMETER.

De in het opschrift dezer mededeeling bedoelde glazen meters zijn twee van de zeven, die door wijlen den Heer STAMKART en mij in September 1856 en Maart en April 1857 met den in 1838 uit Parijs door LIPKENS, UYLENBROEK en LOBATTO medegebrachten platina standaardmeter vergeleken zijn. De resultaten van die vergelijkingen zijn vermeld in de *Verslagen en Mededeelingen* dezer Afdeeling, 1e reeks, 7e deel (1858), blz. 33. Van de aldaar vermelde glazen meters is N°. 3 in 1857 door mij, in voldoening aan eene opdracht van den Minister van Koloniën, naar Batavia over-

gebracht; N°. 13 kwam aan het Natuurkundig Kabinet der Utrechtsche Hoogeschool.

De glazen meter N°. 3 heeft mij te Batavia gediend om er den normaalmeter mede te vergelijken, behoorende bij REPSOLD's basis-toestel, waarmede de drie *bases* op Java gemeten zijn; (zie mijn verslag: *Die Triangulation von Java, ausgeführt vom Personal des geographischen Dienstes in Niederländisch Ost-Indien*, Erste Abtheilung. Batavia, Staatsdruckerei, 1875; ook verkrijgbaar bij MARTINUS NIJHOFF te 's Hage).

Toen het nu, ten behoeve der berekening van de triangulatie van Java, wenschelijk bleek, dien normaalmeter met den voor dat doel aangevraagden platina-iridium meter N°. 27 te vergelijken, en ik derhalve aan den Minister van Koloniën voorstelde, comparateur en normaalmeter naar Nederland te doen overzenden, voegde ik bij dit voorstel ook dat, om er den glazen meter N°. 3 bij te voegen, die dan tevens eene nieuwe vergelijking kon ondergaan, en dus daarna in Indië beter aan zijn doel, (standaard voor den ijk te zijn), zou kunnen beantwoorden.

Ter hierboven aangehaalde plaatse vindt men o. a. de volgende resultaten vermeld:

Stelt men de gemiddelde lengte der zeven glazen meters $= a$
de lengte van den platina standaardmeter . . . . $= A$

dan is gevonden door wijlen F. J. STAMKART:

September 1856, bij 15°,1 C . .:	N°. 3 $= a - 0^{\mu},35$,	m. fout	$\pm 0^{\mu},31$
	N°. 13 $= a + 1,\ 02$,	〃	〃
Maart en April 1857, bij 7°,1 C . . :	N°. 3 $= a - 0,\ 25$,	〃	$\pm 0^{\mu},38$
	N°. 13 $= a + 0,\ 07$,	〃	〃

Het verschil tusschen de beide paren resultaten aan verschil aan uitzetting toeschrijvende, hebben wij voor 0°,0 C:

N°. 3 $= a - 0^{\mu},16$ midd. fout $\pm 0^{\mu},76$
N°. 13 $= a - 0,\ 77$ » »

Verder vindt men t. a. p. de volgende resultaten vermeld van de vergelijkingen van al de zeven glazen meters met den platina meter:

	October 1856, bij 15°,6 C	m. f.	Februari 1857, bij 0°,0 C.	m.
OUDEMANS $a =$	$A - 10^{\mu},08 \pm$	$0^{\mu},42$	$A + 0^{\mu},34 \pm$	$0^{\mu},97$
STAMKART	$A - 11\ ,56$	$0\ ,36$	$A - 1\ ,35 \pm$	$0\ ,71$
Gemiddeld $a =$	$A - 10\ ,82$		$A - 0\ ,50$	

De gemiddelde uitzetting der glazen meters is dus:

$$\frac{10,32}{15,6} = 0^{\mu},6615$$

per graad Celsius *minder* dan die van den platina standaardmeter.

De uitzetting van dezen werd wel is waar door de commissie LIPKENS, UYLENBROEK, LOBATTO in 1838 te Parijs zelf bepaald op $9^{\mu},6$ per 1° C, (zie mijne mededeeling in de *Verslagen en Mededeelingen*, 3e reeks, Deel III, p. 225), maar dit getal verdient weinig vertrouwen, daar, zooals ik in genoemde mededeeling heb aangetoond, de vergelijking der meters door die commissie niet met de uiterste zorg verricht is.

Mijne bedoeling met deze uitspraak is niet, om de nagedachtenis dezer overigens als nauwgezette personen bekende commissieleden te benadeelen; de wegingen der standaardkilogrammen bewijst hunne zorgvuldigheid. Zij meenden zonder twijfel, dat de door hen bereikte nauwkeurigheid, (die men ongeveer daardoor kan aangeven, dat de nieuwe Nederlandsche standaard geverifieerd werd tot op een honderdste deel van een millimeter), voldoende was, en waren bovendien huiverig, hun verblijf te Parijs, dat reeds drie maanden geduurd had, nog langer te rekken.

Uit de genoemde bepaling zou volgen: gemiddelde uitzetting van den glazen meter $8^{\mu},94$ per 1° C, hetgeen zonder twijfel te groot is.

Nemen wij voor den platina meter denzelfden uitzettingscoëfficiënt als de heer BOSSCHA voor den *Mètre des Archives* heeft afgeleid, n.l, $8^{\mu},77$ per 1° C, *) dan zou die der

---

*) J. BOSSCHA, Relation des expériences qui ont servi à la construction de deux mètres étalons en platine iridié, comparés directement avec le mètre des Archives, 2e partie, (*Annales de l'Ecole de Delft*, Vol. II, 1e et 2e Livraison,) p. 67.

glazen meters = $8^{\mu},11$ zijn, hetgeen, zooals wij later zullen zien, zeer nabij het door mij verkregene resultaat komt.

---

§ 2.

VORM DER METERS.

1, De glazen meters, die wij G_8 en G_{13} zullen noemen, hebben den vorm van rechthoekige parallelapipeda, hoog 22, breed 12 mm. en zijn aan weerszijden conisch afgeslepen, zoodat figuur 1, zie de Plaat, de projectie en de opstand er van voorstelt.

De uiteinden zijn cirkelvormig, en hebben eene middellijn van 2 mm. Het eene uiteinde is vlak afgeslepen, zuiver rechthoekig op den as van den meter; het andere uiteinde is bol geslepen, met een kromtestraal van één meter, zoodat het een segment is van een bol, wiens middelpunt zich bevindt in het middelpunt van het andere uiteinde.

2. De platina-iridiummeter N⁰. 27. Deze meter, een der beide door de Rijkscommissie Stamkart, Bosscha, Oudemans in October 1880 uit Parijs medegebrachte, heeft, zooals reeds meermalen is medegedeeld, (zie o. a. Bosscha, t. a. p., blz. 69) eene lengte van 102 centimeters, en, op voorstel van den heer Tresca, eene doorsnede, zooals in figuur 6*a* zichtbaar is.

Het doel, met deze doorsnede beoogd, is om met dezelfde hoeveelheid metaal eene groote stevigheid te verkrijgen en tevens gelegenheid te hebben de twee eindstrepen te trekken op eene vlakte, (de bovenvlakte van het in de figuur zichtbare middenbalkje), waarin de neutrale vezel, *le fibre neutre*, van den meter gelegen was.

De eindstrepen zijn op spiegelend gepolijste plekjes, op één centimeter van elk uiteinde, aangebracht, elke eindstreep aan weêrszijden vergezeld door eene andere op een afstand van iets meer dan 20 mikrons. Men ziet er dus door eene sterke loep of een mikroskoop drie strepen, waarvan de middelste de eindstreep is.

Elk dezer meters wordt alleen gebruikt, liggende op twee rollen *b*, die op een afstand van 55 centimeters van elkander in de zijwanden eener ijzeren lade *c* waren aangebracht. In het midden dezer lade bevond zich eene klem, die aan den meter kon bevestigd worden, en waaraan eene inrichting was om dezen eene kleine longitudinale beweging mede te deelen; deze inrichting is echter bij onze vergelijkingen niet gebruikt geworden, en zullen wij dus met stilzwijgen voorbijgaan.

---

§ 3.

WIJZE, WAAROP DE VERGELIJKINGEN PLAATS HADDEN.

De vergelijkingen werden verricht door middel van denzelfden spiegelcomparateur, die in 1856 en 57 op het Trippenhuis gediend had. Het beginsel, waarop zijn gebruik in het algemeen berust, is door STAMKART beschreven in den *Algemeenen Konst- en Letterbode* van 1839, N^{0}. 36, en de toepassing op het vergelijken van streepmaten met eindmaten in het *Tijdschrift voor de Wis- en Natuurkundige Wetenschappen*, uitgegeven door de Eerste Klasse van het Koninklijk Nederlandsch Instituut, Deel IV, blz. 27.

Van Amsterdam, waar hij op de bovenverdieping van het Trippenhuis bewaard werd, werd hij naar Utrecht overgebracht, en, zie figuur 4, in den »Zuidertoren" der Sterrewacht opgesteld.

Daar voor het oprichten van geïsoleerde pilaren het wegbreken van den vloer in den genoemden toren noodzakelijk zou zijn, verkoos ik liever den comparateur op twee horizontale balkjes te leggen, die door middel van een stevig samenstel van latten aan de balken der zoldering bevestigd waren.

In het kort komt de inrichting en het gebruik van den comparateur op het volgende neder: zie figuur 2, 3 en 4.

AB, figuur 2, is een volkomen horizontale balk, *C* eene fijne horizontale schroef, die op eene hoogte van enkele

centimeters boven den balk door eene moer loopt, die aan den balk bevestigd is. *D*, figuur 2, 3 en 7, is eene volkomen vertikale vlakte, (een stukje spiegelglas,) die zuiver loodrecht op de lengte-as van den balk gesteld kan worden. Zij dient tot steunpunt van een der twee stiftjes, die achter een hangend spiegeltje *E* zijn aangebracht. *F*, figuur 4, is een kijker, waarmede op zekeren afstand, in dat spiegeltje de schaal *G* afgelezen wordt.

Bij die aflezingen waren de meters beurtelings geplaatst als in figuur 2 en 3. In figuur 2 ligt N°. 27 »achter," steunende tegen de schroef *C*, waarvan de moer op de hiervoor noodige hoogte gebracht moet worden. Tegen N°. 27 aan leunt, met het bolle uiteinde, de glazen meter G_3, die dus nu »voor" is. Tegen het andere, dus het vlakke einde van G_3, rust het tweede stiftje van het hangende spiegeltje.

In figuur 3 ligt N°. 27 vóór, en is zijne vroegere plaats ingenomen door eene houten met metalen schenen voorziene lat van nagenoeg één meter lengte. De glazen meter is nu weggenomen.

Boven het midden van den balk is zeer stevig bevestigd een vertikaal geplaatst mikroskoop, zie figuur 5, in welks buis, ter plaatse van het brandpunt van het positief oculair, zich een diafragma met twee evenwijdige spinragdraden bevindt.

Bij de eerste ligging, (figuur 2), wordt door draaien aan de schroef *C*, de streep *b* tusschen de draden van dit mikroskoop gebracht; onmiddellijk daarop wordt, door een helper, in den kijker *F* de schaal *G* afgelezen.

Daarna wordt het hangend spiegeltje weggenomen, de glazen meter G_3 zijdelings verwijderd, en de platina-iridium meter N°. 27 naar voren gebracht, zoodat men de in figuur 3 aangeduide ligging verkrijgt. Zooals gezegd is, wordt tusschen de schroef *C* en N°. 27 nu eene lat *H* ingebracht van ongeveer één meter lengte; die, welke ik gebruikte, rustte op rollen. Het hangende spiegeltje wordt nu weer op zijne vorige plaats gebracht, met het eene stiftje leunende tegen het vertikale spiegeltje *D*, met het andere tegen het einde van den streepmeter N°. 27.

Beide meters worden steeds door middel van gewichten, waarvan de koorden over katrollen loopen, met eene standvastige kracht tegen hunne steunpunten aangedrukt. Het eene koordje is aan de lade van N⁰. 27 bevestigd, en behoeft gedurende eene reeks metingen niet losgemaakt te worden. Het andere koordje wordt met een haakje aan een knopje bevestigd, dat op zijde van eene klem zit, die op den glazen meter geschroefd wordt.

Bij die tweede ligging wordt door draaien aan schroef *C* de streep *a* onder het mikroskoop en tusschen de draden gebracht.

Bij de waarnemingen van 1856 en 57 was aan de schroef *C* een molentje aangebracht; de waarnemer moest nu, terwijl hij door het mikroskoop keek, door met een stok aan te brengen tikken, de wieken van dit molentje vooruit of achteruit draaien. Deze methode kwam mij te grof en te lastig voor. Ten einde, staande voor het mikroskoop, het omdraaien van schroef *C* met de noodige langzaamheid te kunnen bewerkstelligen, heb ik den heer Olland verzocht in plaats van het molentje aan schroef *C* een rad aan te brengen, waarin een rondsel grijpt, dat door middel eener stang, waarvan het andere eind door den waarnemer in de hand gehouden wordt, omgedraaid kan worden.

Zoodra de streep *a* juist tusschen afleesdraden in het mikroskoop is, wordt de schaal afgelezen.

De glazen eindmeter G_3 is nu blijkbaar vervangen door den afstand der eindstrepen op N⁰. 27. Het verschil in de beide aflezingen, tot mikrons herleid, is dus ook het verschil der beide meters.

De streepmeter moet dus in de richting van de lengte van den balk verplaatst worden, de eindmeter in eene richting loodrecht daarop; hiernaar zijn de richels ingericht, waarop de wielen rollen, die de meters medevoeren.

De streepmeter, hier N⁰. 27, rust met zijne lade op de vlakke bovenzijden van twee horizontale assen, die aan hare einden van losse wielen voorzien zijn, loopende op ijzeren

richels, aan weerszijden van den balk. Een en ander is in figuur 5 in doorsnede zichtbaar.

De eindmeter, hier G_3, rust op een paar rollen, die aan een wagen bevestigd zijn, die insgelijks langs ijzeren richels, *zijdelings* weggerold kan worden. Vóór dat wegrollen moet het koordje, waaraan het gewichtje hangt, waarvan zoo even sprake was, losgemaakt worden.

Eene volledige meting bestond nu uit het volgende schema:

Ingesteld onder het mikroskoop streep	Welke meter vóór
a	N⁰. 27,
b	G_3,
a	N⁰. 27,
b	G_3,
a	N⁰. 27.

Elke instelling geschiedde tweemaal achter elkander; en elke keer werd de schaal tweemaal afgelezen. Daardoor was het mogelijk de middelbare fout af te leiden, zoowel van de aflezing der schaal, als van de instelling der strepen onder het mikroskoop.

Tevens werd, zoodra de meters verlegd waren, de thermometer op den meter, die vóór lag, afgelezen, evenals een andere, die in het vertrek boven den comparateur hing; evenzoo werd, bij elke aflezing der schaal, de tijd aangeteekend. Kwam er geene stoornis, dan liep zulk eene reeks metingen in achttien minuten af.

---

§ 4.

NADERE BESCHRIJVING VAN ENKELE BIJZONDERHEDEN VAN DEN COMPARATEUR.

1. *De platina-iridium meter N⁰*. 27. De voorkant van N⁰. 27 bij streep *b*, is op mijn verzoek door den heer

Olland met veel nauwkeurigheid loodrecht afgeslepen. De loodrechtheid heb ik door terugkaatsing van het licht eener kaarsvlam onderzocht. Alleen de randen schijnen een weinig rond af te loopen, maar volgens den heer Olland is dit aan het polijsten toe te schrijven, dat ik noodzakelijk geacht had, om dat onderzoek te kunnen doen. Overigens scheen mij de eindvlakte voldoende loodrecht op de as te zijn.

2. *Het mikroskoop*, dat nog van 1856 dagteekende, had eene negatieve oogbuis, die door middel van eene stift en eene spleet, eene speling in hare hoogte had van 10 millimeters; met deze oogbuis had het eene vergrooting van 13,6 tot 15,2 maal. In 1856 en 57 was in het brandpunt van het oogglas slechts één draad van gekleurde zijde gespannen, die op de strepen gebracht moest worden. De hier opgenoemde vergrooting kwam mij te gering voor. Door de buis van het mikroskoop, die slechts 17 centimeters lang was, met 12 cm. te verlengen, en de oogbuis te vervangen door de beide oculairen van een prismacirkel van Wegener, behoorende aan de sterrewacht, verkreeg ik vergrootingen van 63,75 en 127,5 maal. Eerstgenoemde gaf nog heldere beelden, doch gemakshalve gebruikte ik liever het sterkste oculair, dat, hoewel het de strepen wat dof vertoonde, nog voldoende licht gaf. Het diafragma kwam nu buiten het oculair.

3. De verlichting. Met de verlichting heb ik veel moeite gehad; de comparateur stond, zie figuur 4, in den zuidertoren der sterrewacht, de kijker in de meridiaanzaal, nabij den muur van den noordertoren; door die schikking alleen kon ik althans over een afstand van 8½ meter tusschen kijker en spiegeltje beschikken. Die groote afstand werd door Stamkart voor het gebruik van zijn comparateur noodig geacht; doch het zal later blijken dat hij veel minder bedragen kan.

Na verschillende proeven, ook met gloeilampjes, die alle mislukten, doordien deze te spoedig hare lichtkracht verloren, kreeg ik eindelijk door drievoudige spiegeling van uit het venster licht, dat niets te wenschen overliet.

Het mikroskoop *a*, zie figuur 5, was vastgeschroefd op eene koperen plaat *b*, en deze weer op twee vertikale plankjes *c*, die, door tusschenkomst van eene ijzeren plaat *d* stevig aan den balk *e* bevestigd waren. *f* is een hol spiegeltje, dat de heer OLLAND op mijn verlangen zoo ingericht heeft, dat men het met gemak alle bewegingen geven kan. Bij de waarnemingen bevindt het zich onder de helft van het objectief, aan de zijde van den waarnemer; het kaatst het licht terug naar de bovenvlakte van N⁰. 27, die onder het mikroskoop ligt. Dat spiegeltje *f* ontvangt het licht, door het gat *g*, van een grooteren spiegel *h*, die om twee loodrecht op elkander staande assen kunnende draaien, alle mogelijke standen kan aannemen. Op den vloer van het vertrek is in *i* een heliostaat gezet, die het licht van het venster terugwerpt naar *h*; van daar gaat het naar *f*, en daar de richting der eindstreep parallel aan de lijn *f h* is, is de verlichting symmetriek met betrekking tot die eindstreep. Op deze wijze kon de verlichting, die donkere strepen op een licht veld geeft, altijd met het meeste gemak zoo gunstig mogelijk gemaakt worden.

4. *De thermometers.* Bij de zomerwaarnemingen, in Augustus 1889 zijn de beide thermometers BAUDIN, N⁰. 4899 en 4896 gebruikt, die te Parijs bij den platina-iridium meter N⁰. 27 waren ontvangen. Deze thermometers waren in tiende graden verdeeld, en honderdsten werden dus geschat. Acht vergelijkingen werden verricht met N⁰. 4896 op N⁰. 27 en N⁰. 4899 op G_3, en acht vergelijkingen met N⁰. 4889 op N⁰. 27 en N⁰. 4896 op G_3. Daardoor wordt het verschil in aanwijzing van deze thermometers geëlimineerd, en komt nog alleen de gemiddelde correctie der beide thermometers in aanmerking.

Bij het leggen der meters voor het doen dezer winterwaarnemingen, den 8sten Januari 1889, brak N⁰. 4896, en werd vervangen door BAUDIN N⁰. 7483, van de sterrewacht, die in vijfde graden verdeeld is, en waarop dus zeer gemakkelijk de vijftigste graden geschat kunnen worden.

Den 31sten Juli, dus vóór het begin der vergelijkingen, werd gemerkt dat in N⁰. 4899 de kwikkolom niet geheel

doorliep; met de loep kon men eene kleine tusschenruimte ontdekken. Daar zij bij verwarming opschoof, bleek zij lucht te bevatten. Door verwarming van den thermometer werd deze luchtbel tot in de bovenste verzamelholte gebracht, en aldus verwijderd. Het nulpunt van den thermometer kon door die bewerking veranderd zijn, en het kon verwacht worden dat het slechts langzaam tot zijne vorige ligging zou terugkeeren.

Hoewel BAUDIN N°. 4896 en 4899 doorgaan voor standaardthermometers van de 1ste klasse, heb ik toch gemeend meer vertrouwen te moeten stellen op de beide standaardthermometers van de Sterrewacht, BAUDIN 7483 en 9797, die wel is waar slechts in vijfde graden verdeeld zijn, maar waarvan de schaal tot boven het kookpunt reikt, zoodat dit met den daarvoor dienenden toestel van REGNAULT, is kunnen geverifieerd worden.

Van de gebruikte thermometers nu is het nulpunt herhaaldelijk bepaald, wij zullen dit met een veranderd teeken, dus de correctie opgeven. Met de meeste zorgvuldigheid werd bevonden:

Correctie bij 0°.

		2 Aug.	31 Aug.	9 Sept.	
BAUDIN	7483	— 0°,10	0°,00	— 0°,04	vertikaal
»	4899	— 0 ,11	— 0 ,14	— 0 ,15	»
»	»	— 0 ,15	— 0 ,16	(— 0 ,17)	horizontaal
»	4896	— 0 ,30	— 0 ,29	— 0 ,29	vertikaal
»	»	— 0 ,40	— 0 ,35	(— 0 ,35)	horizontaal
GEISSLER	N°. 2	+ 0 ,01	+ 0 ,01	0 ,00	

De getallen tusschen ( ) zijn uit de andere afgeleid.

Verder gaven den 5den September, opzettelijk gedurende een ganschen morgen voortgezette proeven met behulp van een waterbak, door vergelijking met BAUDIN 7483 en 9797:

BAUDIN 4896	Correctie	van	15 tot 25°	— 0°,205
BAUDIN 4899	»	bij	16°,72	— 0°,14
	»	»	19 ,71	— 0 ,15
	»	»	22 ,23	— 0 ,14
	»	»	24 ,58	— 0 ,124
GEISSLER N°. 2	»	»	15—25°	+ 0 ,07

Terwijl de vroeger genomene bepalingen van kook- en vriespunt gegeven hebben:

Baudin 7483 1° = 1°,0035 *C*
Baudin 9797 1° = 1 ,0034 *C*

welke verhoudingen bij de herleiding der genoemde vergelijkingen der thermometers in den waterbak gebruikt zijn.

5. *Het hangende spiegeltje.* Dit spiegeltje zie fig. 7, was van Stamkart herkomstig. Het is in eene stevige eikenhouten lijst gevat, en van achteren zijn hierin de twee naalden bevestigd, die als steunpunten bij de vergelijkingen dienden. De nog van Stamkart's tijd afkomstige stiftjes waren van geelkoper en hadden afgeronde punten, zoodat het moeielijk was den afstand der rustpunten nauwkeurig aan te geven. Ik heb daarom den Heer Olland verzocht ze door stalen naalden te vervangen, van welker spitsen ik den afstand, die ook nog iets kleiner kon aangenomen worden dan vroeger, met alle nauwkeurigheid kon meten.

Het spiegeltje hangt aan drie draden, waarvan twee aan de achterzijde bevestigd zijn, en de derde aan de voorzijde. Deze derde is om eene schroef gewikkeld, waardoor het mogelijk is, door aan deze te draaien, aan de spiegelvlakte die helling ten opzichte der loodlijn te geven, die voor eene geschikte aflezing door den kijker noodig is.

Deze drie draden vereenigen zich boven het spiegelte tot één draad, die boven aan eene galg opgehangen is, zoodanig dat het ophangpunt in de richting loodrecht op de lengterichting van den balk verplaatst kan worden. Tevens is daar de draad om eene schroef heen gewikkeld, zoodat door hieraan te draaien, het spiegeltje rijzen en dalen kan. Eindelijk is het vertikale balkje van den galg van onderen met een drukschroef aan den balk bevestigd, en daardoor kan de geheele galg voor- en achterover gedraaid worden, waarvan eene verschuiving van het ophangpunt, in de richting der lengte-as van den balk het gevolg is.

Een gebrek van deze inrichting was alleen dit, dat het de vraag is of het spiegeltje wel onwrikbaar in zijne lijst

zit. Wegens de mogelijkheid, dat nog eenige bewegelijkheid van het spiegeltje was overgebleven, werd het, bij de vergelijkingen, altijd met de meeste voorzichtigheid afgelicht, over den vasten spiegel geheven en weêr op zijne plaats gehangen.

De afleeskijker en schaal. Door STAMKART en mij was in 1856 en 57 voor afleeskijker gebruikt een kleine handkijker van MOLTENI, met eene opening van 27 mm. en aardsche oogbuis, waarvan de vergrooting 12,5 maal bedraagt. Deze vergrooting kwam mij te zwak voor.

Een dergelijke handkijker van denzelfden maker, met 38 mm. opening, behoorende tot den inventaris der sterrewacht, vergroot 25 maal; deze was wel geschikt, maar voor de beschikbare ruimte te lang. Nog andere waarlooze kijkers beproefd hebbende, viel mijne keuze op den kijker van een oud altazimuth van DOLLOND, met eene vergrooting van 17,7 maal.

Hij werd in eene houten goot gelegd, en daarna goed vastgebonden; die goot werd met schroeven stevig bevestigd aan eene horizontale lat boven die, welke voor schaal dienen moest. De as der kijkers was, zie figuur 4, evenwijdig aan, doch iets hooger dan de as van den platina-iridium meter, als deze op den comparateur op zijne rollen lag.

Het objectief bevond zich van het hangende spiegeltje op een afstand van 8,579 meter.

De aflezing geschiedde aldus. Onder den kijker was aan de bovenste lat een zwart koord bevestigd, waaraan een gewicht hing. Op den comparateur bevond zich nog vóór het losse, hangende spiegeltje, een vaste vertikale spiegel K, (figuur 2 en 3) waarin die zwarte draad door den kijker gezien werd. Dit spiegelbeeld diende als wijzer.

Op de bovenzijde van de onderste lat was een papieren strook geplakt, met dwarsstrepen, 108,4 mm. van elkander. Deze waren van rechts naar links genommerd 1, 2, 3 . . . 10. Een houten driehoekig prisma van 2 dm. lengte, was tusschen een raam gevat, dat over die lat heen schoof en op een van de hellende vlakken van dat prisma was eene papieren strook van 108,4 mm. lengte geplakt, die in 100 gelijke deelen verdeeld was; elk deeltje bedroeg dus 1,084

mm.; deze verdeeling was genummerd van links naar rechts, en liep dus tegen de vorige in. Het nulpunt dezer verdeeling als wijzer aanziende, leest men dus onmiddelijk de honderdtallen, eenheden, en tiende deelen van eenheden af. Van het genoemde raam hing aan de voorzijde van de lat een tweede zwarte draad af, waaraan insgelijks een gewichtje hing, en wel, om de slingeringen spoedig tot stilstand te brengen, in een glas water. De afstand van die vóórzijde der lat, dus van dezen zwarten draad, tot het hangende spiegeltje was = 8,768 meters, makende met de zooeven genoemde 8,579 meters: 17,347 meters. De afstand der beide naalden achter het hangende spiegeltje is = 16,0 mm.

Nu is:

$$16 : 0{,}001 = 17347 : 1{,}084,$$

zoodat elk deeltje van onze verdeeling overeenkomt met een lengteverschil der meters van één mikron.

Het hangende spiegeltje is voor den waarnemer, die aan den kijker zit, zichtbaar *boven* den vasten spiegel. Maar daar de kijker omkeert, ziet men het in den kijker er onder. De waarnemer brengt nu, door het raam met de verdeeling over de lat te verschuiven, den bewegelijken draad in het verlengde van den vasten draad, en leest de schaal af, nl. de honderdtallen van deeltjes op de lat, de enkele deeltjes en de tiende deelen op het driehoekig prisma.

§ 5.

VOORZORGEN, GENOMEN OM ZOOVEEL MOGELIJK JUISTE RESULTATEN TE VERKRIJGEN.

Verschillende voorzorgen moesten genomen worden om zooveel mogelijk juiste resultaten te verkrijgen. Ten eerste moest gezorgd worden dat de afgelezene temperatuur waarschijnlijk zoo na mogelijk met die der meters overeenkwam. De sterrewacht bezit wel dubbele muren, maar de temperatuur is er toch dag en nacht niet gelijk, hoewel het ver-

schil veel geringer is dan in de opene lucht. Des zomers, bij helder weder, was de temperatuur het gelijkvormigst tijdens en onmiddelijk na het maximum, d i. omtrent 4 uur des namiddags en onmiddelijk na het minimum, een paar uur na zons opkomst. Des winters, en des zomers bij geheel betrokkene lucht was de temperatuur over het algemeen veel gelijkmatiger. Ik nam dus des zomers, bij helder weder, op de aangegeven tijden de vergelijkingen, terwijl ik des zomers bij betrokkene lucht en voorts bij de wintervergelijkingen niet op den tijd van den dag behoefde te letten.

In de tweede plaats moesten zooveel mogelijk voorzorgen genomen worden, dat de lichaamswarmte van den waarnemer geen invloed op dien der meters kon hebben. Hiertoe waren zij beiden met karton bedekt, dat met tinfoelie beplakt was. Dit toch is door de proeven, onlangs door H. C. VOGEL en WILSING te Potsdam genomen, (*Astron. Nachrichten*, N°. 2815, October 1887) gebleken eene zeer doelmatige manier te zijn, de stralende warmte tegen te houden. Bovendien werd telkens, zoodra de meters gesteld waren, en ik dus, kijkende door het mikroskoop, de instelling beginnen zou, een met tinfoelie beplakt bordpapieren scherm vóór den voorsten meter neergelaten. Daar overigens de vergelijkingen zeer snel in zijn werk gingen, heb ik de volle overtuiging, dat de lichaamswarmte van den waarnemer geen, althans slechts een zeer geringen nadeeligen invloed op het resultaat heeft kunnen hebben.

In de derde plaats moest gezorgd worden, dat het steunpunt van de eene stift van het losse spiegelte steeds hetzelfde was, en dat de andere stift, op de voorvlakte van N°. 27 rustende, dezelfde plaats aanraakte, waartegen, als N°. 27 de achterste was, (1ste stand, figuur 2,) de glazen meter met zijn bol uiteinde rustte. Voor het eerste werd gezorgd, doordien het losse spiegeltje zijdelings, aan den kant van den waarnemer, tegen een vast steunpunt rustte; (hiervoor moet dus de draad, waaraan het spiegeltje hangt, niet volkomen vertikaal hangen, maar eenigszins naar de zijde des waarnemers overhellen;) voor het tweede door de meters zeer nauwkeurig te stellen, en telkens door eene

loep goed toe te zien, waar de tweede stift van het losse spiegeltje tegen rustte. Dit was namelijk daarom raadzaam, omdat de wielen, waarop de beide meters rustten, wel eene geringe zijdelingsche verplaatsing der meters gedoogden. Het punt, waarin ik de aanraking tegen de voorvlakte van N°. 27 liet plaats hebben, was het middelpunt van het dwarsbalkje. Mocht er nog een klein verschil in dit aanrakingspunt zijn, dan wordt het zooveel mogelijk onschadelijk gemaakt, doordien de platinameter van voren een vlakte had, die zoo nauwkeurig doenlijk loodrecht op zijne lengteas geslepen was, bovendien was de stand van het spiegelte *D*, nl. loodrecht op de assen der meters, gerectificeerd, door te zorgen, dat de aflezing van de schaal hetzelfde bleef, als het hangende spiegeltje, hetzij zijdelings, hetzij naar de hoogte of laagte een weinig bewogen werd.

---

§ 6.

VOORBEELD VAN EENE REEKS VERGELIJKINGEN.

Als voorbeeld van eene reeks vergelijkingen zullen wij die van den 22sten Augustus 1888, des morgens, mededeelen.

[illegible]	BAUDIN N°. 4899 op N°. 27.		BAUDIN N°. 4896 op G_3.		GEISSLER N°. 2 in het vertrek.		Meter.	Aflezing.		Afleiding van G_3—N°. 27.
	16°,36	16°,36			16°,32	16°,315	N°. 27	461,5	461,25	461,325
								461,0		
46	16 ,36				16°,31			461,5	461,4	
								461,3		
47			16°,50	16°,51	16°,31	16°,295	G_3	434,5	434,6	434,35
								434,7		461,30
50			16°,52		16°,28			434,0	434,1	— 26,95
								434,2		
52	16°,37	16°,385			16°,31	16°,305	N°. 27	461,0	461,0	461,275
								461,0		
54	16°,40				16°,30			461,5	461,55	
								461,6		
55			16°,55	16°,56	16°,32	16°,31	G_3	434,2	434,25	434,2
								434,3		461,54
57			16°,57		16°,30			434,1	434,15	— 27,34
								434,2		
59	16°,40	16°,42			16°,33	16°,305	N°. 27	461,8	461,85	461,8
								461,9		
2	16°,44				16°,28			461,7	461,75	
								461,8		

Gemiddeld:	BAUDIN 4899 op N°. 27	BAUDIN 4896 op G_3	GEISSLER N°. 2 in het vertrek	G_3 —N°. 27
	16°,373	16°,51	16°,30	— 26$^{\mu}$,95
	,403	,56	,31	— 27 ,34
	16 ,388	16 ,535	16 ,30	— 27$^{\mu}$,15

De thermometer GEISSLER N°. 2, (verdeeld in tiende graden,) hing boven den comparateur, links van den waarnemer, en

werd telkens mede afgelezen om de standvastigheid der temperatuur in het vertrek te kunnen beoordeelen.

---

§ 7.

LENGTE VAN DEN PLATINA-IRIDIUM METER N°. 27 BIJ VERSCHILLENDE TEMPERATUREN.

De vergelijkingen, in 1879 en 1880 te Parijs door de Rijks-Commissie STAMKART, BOSSCHA, OUDEMANS, bijgestaan door den heer G. TRESCA, met den Mètre des Archives verricht, hebben, in verband met de bepaling van den uitzettings-coëfficiënt, door den heer FIZEAU, (zie J. BOSSCHA »Relation des expériences, qui ont servi à la construction de deux mètres étalons en platine iridié, comparés directement avec le Mètre des Archives," 2[de] Partie, p. 67, geplaatst in het *Journal de l'Ecole Polytechnique de Delft*,) voor de lengte van den platina-iridium meter N°. 27 gevonden, tot de volgende formule geleid, waarin M de lengte van den Mètre des Archives bij 0° C en t de temperatuur in graden Celsius beteekent; en de eenheid de mikron of duizendste mm. is.

$$\text{N}^0.\ 27 = M + 6^\mu{,}11 + 0{,}4327\,t + 0{,}0401\,t.$$

Hiermede vindt men het volgende tafeltje:

T. Celsius.		N°. 27 — *M*.	
0°	+	6μ,110	
			8μ,437
1		14 ,547	
			8 ,444
2		22 ,991	
			8 ,453
3		31 ,444	
			8 ,461
4	+	39 ,905	
:			
16	+	142 ,060	
			8 ,565
17		150 ,625	
			8 ,573
18	+	159 ,198	

---

§ 8.

SAMENVOEGING DER RESULTATEN BETREFFENDE DEN GLAZEN METER G_3, VAN DE NED. O. I. REGEERING.

Wij zullen nu de resultaten der afzonderlijke vergelijkingen mededeelen. Meestal bestaat elke vergelijking uit een gelijk aantal instellingen en aflezingen, als die van 22 Augustus, die in de § 6 is uitgewerkt, nl. 2 aflezingen op den eenen en 3 op den anderen meter, gevende 2 uitkomsten, waaruit het arithmetisch midden genomen werd. Dit aantal uitkomsten is in de 6de kolom door den letter n aangeduid.

ZOMERVERGELIJKINGEN.

EERSTE REEKS. BAUDIN 4896 op N°. 27.

Datum.	BAUDIN 4896 op N°. 27.	BAUDIN 4899 op G_3.	(GEISSLER N°. 2 in het vertrek).	G_3—N°. 27.	n	Verschil tusschen de eerste en de laatste temperatuur-aflezing.	Welke meter het eerst en laatst vóórlag.
2 Augustus 1888	16°,62	16°,67	(16°,43)	— 24μ,5	3	—0°,26	G_3
3 „ „	17 ,19	16 ,88	(17 ,05)	— 26 ,4	3	+0 ,30	N°. 27
4 „ „	16 ,42	16 ,16	(16 ,40)	— 25 ,6	2	+0 ,20	G_3 / N°. 27
20 „ „	16 ,14	15 ,97	(15 ,98)	— 25 ,8	2	+0 ,15	N°. 27
24 „ „	18 ,96	18 ,85	(19 ,04)	— 25 ,65	2	+0 ,12	N°. 27
25 „ „	18 ,67	18 ,52	(18 ,40)	— 26 ,3	3	+0 ,11	N°. 27
30 „ „	16 ,54	16 ,41	(16 ,33)	— 27 ,7	2	+0 ,06	N°. 27
31 „ „	15 ,51	15 ,36	(15 ,31)	— 24 ,5	2	+0 ,14	N°. 27
Som. .	136 ,05	134 ,82	(134 ,94)	— 206 ,45			
8				8			
	17°,006	16°,85	(16°,87)				
Correctie. .	—0 ,205	—0 ,14	(+0 ,07)				
Verbeterd. .	16°,80	16°,71	(16°,94)	— 25 81,			

Tweede reeks. Baudin 4896 op G_3.

Datum.	Baudin 4899 op N°. 27.	Baudin 4896 op G_3.	(Geissler N°. 2 in het vertrek).	G_3—Nr. 27.	n.	Verschil tusschen de eerste en de laatste temperatuur-aflezing.	Welke meter het eerst en laatst vóórlag.
22 Augustus 1888	16°,39	16°,53	(16°,30)	— 27μ,15	2	+ 0°,06	N°.27
23 " "	17 ,40	17 ,50	(17 ,36)	— 23 ,2	2	+ 0 ,09	N°.27
27 " "	19 ,00	19 ,10	(18 ,91)	— 25 ,9	2	+ 0 ,01	G_3
28 " "	17 ,60	17 ,84	(17 ,53)	— 23 ,5	2	+ 0 ,09	N°.27
28 " "	18 ,20	18 ,29	(18 ,15)	— 25 ,2	3	+ 0 ,17	N°.27
29 " "	16 ,99	17 ,11	(16 ,93)	— 28 ,1	2	+ 0 ,085	N°.27
29 " "	17 ,61	17 ,73	(17 ,68)	— 26 ,9	2	+ 0 ,095	N°.27
29 " "	17 ,90	17 ,97	(17 ,83)	— 27 ,9	2	+ 0 ,115	N°.27
	141 ,14	142 ,09	(140 ,72)	— 207 ,75			
8	17 ,642	17 ,761	(17 ,59)	8			
Correctie. .	— 0 ,143	— 0 ,205	(+0 ,07)				
Verbeterd. .	17 ,50	17 ,56	(17°,66)	— 25 ,97			

Gemiddeld uit beide reeksen.

			G_3—N°. 27.	
17°,15	17°,135		— 25μ,895	
N°. 27 is bij 17°,15		= M	+ 151 ,91	m. f.
Dus is G_3 bij 17°,135		= M	+ 126μ,015	± 0μ,35

Wintervergelijkingen.

Eerste reeks. Baudin 4899 op N°. 27.

Datum.	Baudin 4899 op N°. 27.	Baudin 7483 op G_3.	(Geissler N°. 2 in het vertrek).	G_3—N°. 27.	n.	Verschil tusschen de eerste en de laatste temperatuur-aflezing.	Welke meter het eerst en laatst vóórlag.
8 Januari 1889	1°,52	1°,40	(1°,22)	— 18μ,5	2	+ 0°,265	N°.27
8 Januari 1889	1 ,615	1 ,51	(1 ,56)	— 18 ,05	2	+ 0 ,265	N°.27
9 Januari 1889	1 ,32	1 ,32	(1 ,15)	— 18 ,0	2	+ 0 ,265	N°.27
9 Januari 1889	1 ,505	1 ,52	(1 ,41)	— 18 ,8	2	+ 0 ,33	N°.27
	5 ,96	5 ,75	(5 ,34)	— 73 ,3			
4	1°,49	1 ,44	(1 ,34)	4			
Correctie. .	— 0 ,17	— 0 ,04	(0 ,00)				
	1°,32	1°,40	(1°,34)	— 18 ,33			

TWEEDE REEKS. BAUDIN 4899 op G_3.

Datum.	BAUDIN 7483 op N°. 27.	BAUDIN 4899 op G_3.	(GEISSLER N°. 2 in het vertrek).	G_3—N . 27.	*n*.	Verschil tusschen de eerste en de laatste temperatuur-aflezing.	Welke meter het eerst en laatst vóórlag.
[..]uari 1889	2°,625	2°,905	(2°,715)	— 20μ,3	2	+ 0°,15	N°. 27
[..]uari 1889	2 ,90	3 ,15	(2 ,99)	— 19 ,7	2	+ 0 ,145 + 0 ,125	G_3 N°. 27
[..]uari 1889	2 ,96	3 ,225	(3 ,03)	— 20 ,9	2	+ 0 ,42	G_3
[..]uari 1889	1 ,66	2 ,07	(1 ,80)	— 19 ,6	2	+ 0 ,345	G_3
	10 ,145	11 ,35	(10 ,535)	— 80 ,5			
4	2 ,54	2 ,84	(2 ,645)				
	— 0 ,05	—0 ,17	(+0 ,01)				
	2°,49	2°,67	(2 ,65)	— 20 ,13			

Gemiddeld uit beide reeksen.

		G_3— N°. 27.	
1°,905	2°,035	— 19μ.23	
N°. 27 is bij 1°,905 =		M + 22 ,19	m. fout.
Dus is G_3 bij 2°,035 =		M + 2μ,96	± 0μ,16

§ 9.

[A]FLEIDING VAN HET EINDRESULTAAT EN VERGELIJKING MET DE [I]N 1856, 57 GEVONDENE EN TOT NOG TOE AANGENOMENE WAARDE.

Wij hebben gevonden voor de lengte van G_3

	bij 17°,135	*M* + 126μ,015
	bij 2 ,035	*M* + 2 ,96
Uitzetting voor	15 ,10	123 ,055
	of per 1° *C*	8 ,149
Derhalve in	2°,035	16 ,58
en lengte van G_3 bij 0° :		*M* — 13μ,62

De vergelijkingen bij 0° hadden in 1856, 57 gegeven, zie § 1 :

$$G_3 = a - 0^{\mu},30$$
$$a = A - 0,50$$
$$A = M - 1,74 \text{ *)}$$

derhalve: $G_3 = M - 2,54$

Thans gevonden: $G_3 = M - 13,62$

Het verschil in de oude en deze bepaling is dus = 11,08 mikrons; het moet zonder twijfel hoofdzakelijk toegeschreven worden aan de gebrekkige vergelijking in 1838, van den voor Nederland bestemden platina standaardmeter met den Mètre des Archives.

Wij hebben dus nu de volgende

TAFEL VOOR DE LENGTE VAN G_3, AFGEROND TOT DUIZENDSTE MILLIMETERS (MIKRONS).

C	G_3	C	G_3	C	G_3
	mm.		mm.		mm.
0°	999,986	11°	1000,076	21°	1000,158
1	999,995	12	,084	22	,166
2	1000,003	13	,092	23	,174
3	1000,011	14	,100	24	,182
4	1000,019	15	,109	25	,190
5	1000,027	16	,117	26	,198
6	1000.035	17	,125	27	,206
7	1000,043	18	,133	28	,215
8	1000,052	19	,140	29	,222
9	1000,060	20	,149	30	,231
10	1000,068				

*) Zoo werd het verschil althans door mij afgeleid uit de aanteekeningen der commissie LIPKENS, UYLENBROEK, LOBATTO. Zie *Verslagen en Mededeelingen*, 3e Reeks, Deel III, p. 226, en de noot onder aan die bladzijde.

§ 10.

SAMENVOEGING DER RESULTATEN BETREFFENDE DEN GLAZEN METER G_{13} VAN HET NATUURKUNDIG KABINET TE UTRECHT.

ZOMERVERGELIJKINGEN.

EERSTE REEKS. BAUDIN 4899 OP G_{13}.

Datum	BAUDIN 4896 op N°. 27.	BAUDIN 4899 op G_{13}.	(GEISSLER N°. 2 in het vertrek).	G_{13}—N°.27.	*n*.	Verschil tusschen de eerste en de laatste temperatuur-aflezing.	Welke meter het eerst en laatst vóórlag
[illegible] Sept. 1888	15°,64	15°,55	(15°,39)	— 23μ,1	2	+ 0°,085	N°. 27
[illegible] „ „	16 ,16	15 ,97	(15 ,79)	— 20 ,4	2	+ 0 ,065	G_{13}
[illegible] „ „	16 ,52	16 ,38	(16 ,25)	— 18 ,4	2	+ 0 ,08	N°. 27
[illegible] „ „	16 ,88	16 ,77	(17 ,11)	— 20 ,4	2	+ 0 ,30	G_{13}
Som:	65 ,20	64 ,67	(64 ,54)	— 82 ,3			
	4 ———	4 ———	4 ———	4 ———			
	16 ,30	16 ,168	(16 ,135)				
Correctie:	— 0 ,205	— 0 ,14	(+0 ,07)				
	16°,095	16°,028	(16°,205)	— 20μ,58			

TWEEDE REEKS. BAUDIN 4899 OP N°. 27.

Datum	BAUDIN 4899 op N°. 27.	BAUDIN 4896 op G_{13}.	(GEISSLER N°. 2 in het vertrek).	G_{13}—N°.27.	*n*.	Verschil tusschen de eerste en de laatste temperatuur-aflezing.	Welke meter het eerst en laatst vóórlag.
[illegible]7 Sept. 1888	16°,75	16°,89	(17°,01)	— 20μ,4	3	+ 0°,31	G_{13}
[illegible] „ „	16 ,22	16 ,375	(16 ,28)	— 18 ,9	2	+ 0 ,20	G_{13}
[illegible] „ „	15 ,97	16 ,07	(16 ,07)	— 19 ,7	{2, 2}	+ 0 ,28	{N°. 27, G_{13}}
[illegible] „ „	17 ,55	16 ,70	(16 ,70)	— 23 ,9	2	+ 0 ,24	G_{13}
	65 ,49	66 ,035	(66 ,06)	— 82 ,9			
	4 ———	4 ———	4 ———	4 ———			
	16 ,37	16 ,51	(16 ,515)				
Correctie .	— 0 ,14	— 0 ,205	(+0 ,07)				
	16°,23	16°,305	(16°,59)	— 20μ,72			

Gemiddeld uit beide reeksen

			G_{13} — N°. 27
	16°,16	16°,17	— 20μ,65
N°. 27 is bij	16°,16		$= M + 143,44$
Dus is G_{13} bij		16°,17	$= M + 122,79$

WINTERVERGELIJKINGEN.

EERSTE REEKS. BAUDIN 4899 OP G_{13}.

Datum.	BAUDIN 7483 op N°. 27.	BAUDIN 4899 op G_{13}.	(GEISSLER N°. 2 in het vertrek).	G_{13} — N°.27.	n.	Verschil tusschen de eerste en de laatste temperatuur-aflezing.
17 Jan. 1889	0°,03	0°,38	(0°,24)	— 14$^{\mu}$,05	2	+ 0°,33
21 " "	3 ,55	3 ,57	(3 ,39)	— 11 ,7	2	+ 0 ,33
22 " "	3 ,34	3 ,58	(3 ,62)	— 13 ,7	2	+ 0 ,235
23 " "	2 ,60	2 ,85	(2 ,64)	— 14 ,4	2	+ 0 ,42
	9 ,52	10 ,38	(9 ,89)	— 53 ,85		
4						
	2 ,38	2 ,595	(2 ,47)			
Correctie .	— 0 ,03	— 0 ,165	(+0 ,01)			
	2°,35	2°,43	(2°,48)	— 13μ,46		

TWEEDE REEKS. BAUDIN 4899 OP N°. 27.

Datum.	BAUDIN 4899 op N°. 27.	BAUDIN 7483 op G_{13}.	(GEISSLER N°. 2 in het vertrek).	G_{13}—N°.27.	n.	Verschil tusschen de eerste en de laatste temperatuur-aflezing.
24 Jan. 1889	3°,63	3°,58	(3°,635)	— 14μ,8	2	+ 0°,26
28 " "	3 ,71	3 ,71	(3 ,68)	— 13 ,6	3	+ 0 ,455
29 " "	4 ,30	4 ,34	(4 ,485)	— 17 ,0	2	+ 0 ,275
30 " "	4 ,11	4 ,03	(4 ,125)	— 16 ,1	2	+ 0 ,28
	15 ,75	15 ,66	(15 ,925)	— 61 ,5		
4						
	3 ,94	3 ,915	(3 ,98)			
Correctie .	— 0 ,163	— 0 ,03	(+0 ,02)			
	3°,777	3°,885	(4°,01)	— 15$^{\mu}$,37		

Gemiddeld uit beide reeksen.

		G_{13}—N°.27.
3°,06	3°,16	— 14$^{\mu}$,42

Lengte van N°. 27 bij 3°,06 : M + 31 ,95

Lengte van G_{13} bij 3°,16 : M + 17 ,53

§ 11.

AFLEIDING VAN HET EINDRESULTAAT EN VERGELIJKING MET DE IN 1856 EN 57 GEVONDENE WAARDE.

Wij hebben gevonden voor de lengte van G_{13}:

bij 16°,17 :	$M + 122^{\mu},79$
bij 3 ,16 :	$M + 17\ ,53$
Uitzetting voor 13°,01	105 ,26
of per 1° C:	8 ,0907
Derhalve in 3°,16	25 ,57
en Lengte van G_{13} bij 0° C:	$M - 8^{\mu},04$

De vergelijkingen hadden in 1856,7 gegeven; zie *Versl. en Mededeelingen*, 1ste Reeks, 7de Deel, blz. 33:

bij 15°,1 : $G_{13} = a + 1^{\mu},02$, midd. fout $\pm\ 0^{\mu},31$,
bij 7 ,1 $\quad a + 0\ ,07$, » » $\pm\ 0\ ,38$.

Schrijft men het verschil tusschen de beide waarden van $G_{13} - a$, (het midden der 7 glazen meters,) aan verschil in uitzetting toe, dan heeft men

bij 0° $\quad G_{13} = a - 0^{\mu},76$, midd. fout $\pm\ 0^{\mu},76$

$$a = A - 0\ ,50$$
$$A = M - 1\ ,74$$

derhalve: $\quad G_{13} = M - 3\ ,00.$

Het verschil met onze bepaling is hier slechts omtrent 5 mikrons. Het is mijns inziens echter niet zeker dat het verschil tusschen de beide waarden van $G_{13} - a$ aan verschil in uitzetting moet toegeschreven worden. Beschouwt men het als toevallig, en de uitzetting van G_{13} gelijk aan de gemiddelde van al de glazen meters, dan zou men hebben

$$G_{13} = a + 0^{\mu},64 \quad \text{midd. fout} \pm 0^{\mu},24$$
$$= M - 1\ ,60$$

en het verschil met onze tegenwoordige bepaling zou dan $6^{\mu},3$ bedragen, hetgeen slechts $4^{\mu},7$ van 11^{μ} verschilt.

Aan welke bepalingen dit ligt, aan die van 1856, 57 of aan die van 1888, 89 is moeielijk te beslissen. Die van 1856, 57 hebben het voordeel, dat zij in een groot lokaal verricht zijn, waar de temperatuur weinig veranderde; die van 1888, 89 dat er veel meer voorzorgen genomen zijn 1° om de metingen niet te doen lijden door de stralende warmte, die van het lichaam van den waarnemer uitgaat, 2° om de juiste correctie der thermometers voor alle temperaturen te kennen, 3° om te zorgen dat de steunpunten der beide stiftjes achter het hangende spiegeltje dezelfde bleven.

---

§ 12.

ONDERZOEK NAAR DE NAUWKEURIGHEID DER WAARNEMINGEN EN RESULTATEN.

Let men op alles, wat omtrent de gevolgde wijze van waarnemen is medegedeeld, en beschouwt men het in § 6 gegevene voorbeeld, dan ziet men dat men vier verschillende middelbare fouten te onderscheiden heeft. Wij zullen noemen:

de middelbare fout van ééne aflezing der schaal door den kijker . . . . , ... m_1,

de middelbare fout van ééne instelling van het mikroskoop . . . . m_2,

de middelbare fout van één verschil der beide meters, afgeleid zooals in de laatste kolom van het schema in § 6 is aangetoond, uit ééne gemiddelde aflezing als de eene meter voor is, en twee gemiddelde aflezingen als de andere meter vóór is, (ééne voorafgaande en ééne volgende, welke middelbare fout verondersteld wordt *a posteriori* afgeleid te zijn, dus door vergelijking van de twee of drie tot hetzelfde stel behoorende resultaten m_3,

de middelbare fout van het resultaat van één stel metingen, welke middelbare fout evenzoo verondersteld wordt *a posteriori* afgeleid te zijn door vergelijking met het midden van al de stellen . . . . m_4.

Omtrent de afleiding dezer middelbare fouten geldt het volgende:

m_1 wordt berekend uit de verschillen van de beide aflezingen, genomen na elke instelling van het mikroskoop, (zie 6de kolom in het schema van § 6). Noemen wij deze verschillen a. Zijn er in een stel vergelijkingen der beide meters $2p$ instellingen, dus $4p$ aflezingen, dan is:

$$2p\ m_1^2 = \tfrac{1}{2}\ [a^2],$$

b. v. voor 22 Augustus, zie § 6:

$$10\ m_1^2 = 0{,}21.$$

Derhalve voor al de stellen:

$$2\ \Sigma p\ .\ m_1^2 = \tfrac{1}{2}\ \Sigma\ [a^2],$$

$$m_1 = \tfrac{1}{2} \sqrt{\frac{\Sigma\ [a^2]}{\Sigma\ p}}.$$

m_2 wordt evenzoo door de verschillen gevonden, tusschen de beide middentallen der paren aflezingen, die tot dezelfde ligging der meters behooren. Noemen wij die verschillen b, dan is evenzoo:

$$p\ (m_2^2 + \tfrac{1}{4}\ m_1^2) = \tfrac{1}{2}\ [b^2],$$

b. v. voor 22 Augustus:

$$5\ (m_2^2 + \tfrac{1}{4}\ m_1^2) = 0{,}2975.$$

En voor al de stellen:

$$\Sigma\ p.\ (m_2^2 + \tfrac{1}{4}\ m_1^2) = \tfrac{1}{2}\ \Sigma\ [b^2]$$

derhalve:

$$m_2^2 = \tfrac{1}{2} \frac{\Sigma\ [b^2]}{\Sigma p} - \tfrac{1}{4}\ m_1^2.$$

Wij hebben hieromtrent echter de volgende opmerking te maken: Men kan aannemen, dat er eene oorzaak is, waarom de tweede instelling doorgaans hoogere of lagere aflezingen geven moet dan de eerste. Zoo geeft 22 Augustus, zie § 6:

	Tweede aflezing — eerste aflezing N°. 27 vóór.	G₃ vóór.
	+ 0,15	— 0,5
	+ 0,55	— 0,1
	— 0,1	
Gemiddeld:	+ 0,20	— 0,3

Het is werkelijk gebleken, dat een dergelijk, nagenoeg constant verschil bestond. Wij hebben namelijk gevonden, de gezochte overmaat $= x$ stellende:

		N°. 27 vóór.			G_3 of G_{13} vóór.		
Zomerverg. G_3:	50	$x = +7^{\mu},8$	$x = +0^{\mu},16$	39	$x = -4^{\mu},3$	$x = -0^{\mu},11$
〃 G_{13}:	22	$+3,1$	$+0,14$	25	$-3,55$	$-0,14$
Winterverg. G_3:	22	$-2,1$	$-0,10$	19	$-1,35$	$-0,07$
〃 G_{13}:	21	$+2,3$	$+0,11$	22	$-1,9$	$-0,09$
	115	$x = +11,1$	$x = +0,10$	105	$x = -11,1$	$x = -0,10$

Bij het afleiden der middelbare fouten kan en moet op een dergelijken systematischen invloed gelet worden; dit geschiedt, zooals bekend is, door in plaats van $\Sigma\,[b^2]$ te nemen:

$$\Sigma\,[b^2] - \frac{[\Sigma\, b]^2}{\Sigma\, p},$$

doch deze herleiding is bij elk der vier groepen vergelijkingen afzonderlijk uitgevoerd. Aldus is verkregen:

Uit de zomervergelijkingen van:

G_3 : $178\, m_1^2 = 2{,}56$ $\qquad 89\, (m_2^2 + \frac{1}{2} m_1^2) = 10{,}34$

G_{13}: $94 \qquad 0{,}57$ $\qquad 47 \qquad 3{,}65$

Uit de wintervergelijkingen van:

G_3 : $82\, m_1^2 = 0{,}965$ $\qquad 41 \qquad 6{,}00$

G_{13}: $86 \qquad 0{,}66$ $\qquad 43 \qquad 6{,}77$

$$440\, m_1^2 = 4{,}755 \qquad 220\, (m_2^2 + \tfrac{1}{2} m_1^2) = 26{,}76$$

$$m_1^2 = 0{,}0108 \qquad m_2^2 + \tfrac{1}{2} m_1^2 = 0{,}1216$$

$$m_1 = \pm\, 0^{\mu},104 \qquad \tfrac{1}{2} m_1^2 = 0{,}0054$$

$$m_2^2 = 0{,}1162$$

$$m_2 = \pm\, 0^{\mu},34$$

Is de afstand der stiftjes achter het hangende spiegeltje $= A$, en de vergrooting van den kijker $= V$, dan is de angulaire waarde van m_1:

$$= \frac{m_1}{A \sin 1''} . V = \frac{0,104}{16000 \sin 1''} \times 17,7 = 24''.$$

Is verder de afstand van duidelijk zien $= D$, de vergrooting van het mikroskoop $= V'$, dan is de angulaire waarde van m_2

$$= \frac{m_2}{D \sin 1''} . V' = \frac{0,34}{218000 \sin 1''} \times 127,5 = 41''.$$

De angulaire middelb. fout, 24″, van de aflezingen der schaal met den kijker bewijst de nauwkeurigheid der methode, om twee zwarte strepen op witten grond in elkanders verlengde te doen vallen. De beide aflezingen, die door den amanuensis der sterrewacht, den heer C. Verloop, tot op tiende deelen van de deeltjes, die = 1,084 mm. waren, verricht werden, waren meestal aan elkander gelijk; zoodat ik wel eens het vermoeden kreeg, dat de tweede aflezing niet geheel onbevoordeeld geschiedde; doch indien ik zelf, met de noodige aandacht, eene aflezing eenige malen herhaalde, d. w. z. de beelden der twee hangende draden in elkanders verlengde bracht en de schaal dan aflas, verkreeg ik ook herhaalde malen dezelfde aflezing. De tweede leden der bovenstaande vergelijkingen 2,56 enz. zijn voornamelijk te wijten aan eenige weinige groote verschillen, (tusschen de beide aflezingen,) die wellicht aan eene beweging van den voorliggenden meter te wijten zijn.

De middelbare fout $m_2 = 0^{\mu},34$ had men, de vergrooting van het mikroskoop 127,5 in aanmerking genomen, geringer kunnen verwachten. Laugier (»Mémoire sur la détermination des distances polaires des étoiles fondamentales," *Mém. de l'Acad. des Sciences*, XXVII, 2me Partie, blz. 38) vindt de middelbare fout van het brengen van een streep tusschen twee evenwijdige strepen = 24″, en Bosscha (»Relation des expériences qui ont servi à la construction de deux mètres

en platine iridié, comparés directement avec le mètre des Archives," *Journal de l'Ecole Polytechnique de Delft*, Tome I, p. 96) vond uit het midden van vier bepalingen:

$$\text{middelbare fout} \times \text{vergrooting} = 22^{\mu},23,$$

zoodat bij eene vergrooting van 127,5 eene middelbare fout zou behooren van:

$$\frac{22,23}{127,5} = 0^{\mu},174,$$

dus ongeveer de helft van hetgeen onze waarnemingen opleverden. De reden, waarom onze middelbare fout grooter werd gevonden, kan tweeledig zijn: eensdeels was er tusschen beide instellingen een tijdsverloop van omtrent eene minuut, waarin eene werkelijke, hoezeer ook geringe, verandering in den stand der streep kon plaats hebben; anderdeels was de vergrooting sterker dan het enkelvoudige objectief van het mikroskoop verdragen kan. De strepen van den meter deden zich flauw en slecht begrensd voor. Toen ik vroeger, bij voorloopige metingen, eene oogbuis gebruikte, half zoo sterk als deze, vond ik eene middelbare fout van instelling, die slechts iets grooter was, nl. $0^{\mu},4$. Door de grootere vergrooting op het mikroskoop te plaatsen, werd wel het gemak een weinig bevorderd, maar de nauwkeurigheid niet vermeerderd.

De derde middelbare fout m_3 leiden wij af uit de twee of meer resultaten, die elk stel vergelijkingen heeft opgeleverd. Zooals uit § 6 te zien is, hebben wij de bij dergelijke bepalingen, waar systematische, maar toch veranderlijke fouten kunnen begaan worden, gebruikelijke methode gevolgd, om als er $n + 1$ aflezingen van den eenen en n aflezingen van den anderen meter elkander afwisselen, alsdan het verschil te nemen tusschen elk der n laatstbedoelde aflezingen en het arithmetisch midden der naastvoorgaande en naastvolgende aflezing van den anderen meter; men heeft dan het voordeel, twee of meer resultaten te verkrijgen, die een oordeel over de overeenkomst der vergelijkingen kunnen verschaffen, terwijl de onregelmatige fouten nog iets beter

geëlimineerd worden, dan wanneer men eenvoudig het arithmetisch midden neemt tusschen de beide categoriën van aflezingen. *) De beide resultaten zijn niet geheel onderling onafhankelijk; bepaalt men uit hunne verschillen de middelbare fout van elk resultaat, dan vindt men daarvoor eene te kleine waarde; zooals in mijne »Mededeeling betreffende betreffende de verificatie van eenige kilogrammen," *Verslagen en Mededeelingen*, 3[de] reeks, III, blz. 259, is aangetoond, moet men de gevondene (middelbare fout)^2 nog vermenigvuldigen met den factor $\frac{4n-1}{3n-1}$; deze factor is dus:

Voor $n = 2$. . . . . . $\frac{7}{5}$

» $n = 3$. . . . . . $\frac{11}{8}$

» $n = 4$. . . . . . $\frac{15}{11}$

Op deze wijze heb ik gevonden:

Uit de zomervergelijkingen van	G_3	19	$m_3^2 =$	8,24
» » » »	G_{13}	9		10,41
» » wintervergelijkingen »	G_3	8		6,77
» » » »	G_{13}	9		17,20
		45	$m_3^2 =$	42,62
			$m_3^2 =$	0,95
			$m_3 =$	± 0,97

Men ziet dus dat er bij het verwisselen der meters storende invloeden werken, want bestonden deze niet, dan zou men voor m_3^2 moeten verkregen hebben:

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)\left(m_2^2 + \tfrac{1}{2}\, m_1^2\right) = \frac{3}{4} . 0{,}1216 = 0{,}0912.$$

---

*) Zooals gemakkelijk te bewijzen is, worden lengteveranderingen van den vorm $m + n\,t + p\,t^2$, (waarin t den tijd voorstelt,) geëlimineerd, door, als er is afgelezen a_1, b_1, a_2, b_2 en a_3 te nemen:

$$\frac{a_1 + 6\,a_2 + a_3}{8} - \frac{b_1 + b_2}{2}.$$

Tot hetzelfde resultaat komen wij, als wij de op verschillende dagen of althans door verschillende stellen vergelijkingen verkregene uitkomsten bij het algemeene midden vergelijken. Wij vinden namelijk:

Uit de zomervergelijkingen van G_3 :	14 m_4^2 =	32,55
» » » » G_{13} :	6	25,74
» » wintervergelijkingen » G_3 :	6	1,56
» » » » G_{13} :	6	11,10
Som :	32 m_4^2 =	70,95
	m_4^2 =	2,22
	m_4 =	± 1,49

Derhalve:

middelbare font van het resultaat der zomervergelijkingen van G_3. . . . . $\pm \frac{1,49}{\sqrt{16}} = \pm 0^{\mu},37,$

middelbare fouten der overige reeksen $\frac{1,49}{\sqrt{8}} = \quad 0\ ,52.$

Hoewel wij deze middelbare fouten gaarne kleiner gewenscht hadden, wij gelooven toch, dat voor alle doeleinden, waarvoor de glazen meter ooit gebruikt zal worden, de bereikte nauwkeurigheid voldoende is.

---

§ 13.

NADER ONDERZOEK, IN HOE VER DE LICHAAMSWARMTE VAN DEN WAARNEMER BIJ DE VERGELIJKINGEN MERKBAAR WAS.

Hetgeen boven is medegedeeld betreffende het verschil tusschen de aflezingen, behoorende bij de eerste en de tweede instelling bij dezelfde ligging der meters, gaf mij aanleiding eens na te gaan, welke in het algemeen de vermeerdering der temperatuur en der aflezingen gedurende een stel vergelijkingen geweest is. Zie hier wat dat onderzoek heeft opgeleverd. Wij hebben de zomervergelijkingen en de wintervergelijkingen afzonderlijk gehouden, en evenzoo de stellen, waarbij de platina-iridium meter, als waarbij een der glazen meters in het begin en eind voor was. Wij geven: 1°. den

datum; 2⁰. den duur der geheele reeks vergelijkingen, 3⁰. de toeneming der aanwijzing van den thermometer, die op den meter lag, die bij het begin en eind vóór was; 4⁰. de rijzing der temperatuur in het vertrek zelf, afgeleid uit de aanwijzing van den thermometer GEISSLER N⁰. 2, die boven den comparateur, doch zoo hing, dat hij nauwelijks aan de stralende warmte van den waarnemer onderhevig was.

Van beide thermometers werd het midden der beide eerste aflezingen, behoorende bij de eerste ligging der meters, afgetrokken van het midden der beide laatste aflezingen, behoorende bij de laatste ligging der meters.

5⁰. de toeneming van de aflezing der schaal, tusschen de eerste en de laatste aflezing, zoowel

a, in de eerste, derde, vijfde ligging als *b*, in de tweede, vierde ligging.

ZOMERVERGELIJKINGEN.

De platina-iridium meter N⁰. 27 het eerst vóór.

Datum.	Duur.	Rijzing van den thermometer op N⁰. 27.	Rijzing van den thermometer in het vertrek.	Verandering der aflezing N⁰. 27 (*a*)	Verandering der aflezing G_3 of G_{12} (*b*)
3 Augustus	22ᵐ	+ 0°,30	0°,00	— 0μ,75	— 0μ,25
4 „	16	0 ,07	+ 0 ,09	+ 0 ,78	. . .
20 „	17	0 ,15	+ 0 ,21	+ 1 ,5	— 0 ,125
22 „	17	0 ,06	— 0 ,01	+ 0 ,475	— 0 ,15
23 „	17	0 ,09	— 0 ,06	— 0 ,125	+ 0 ,10
24 „	19	0 ,12	+ 0 ,075	+ 1 ,05	— 0 ,775
28 „	17	0 ,09	+ 0 ,16	+ 1 ,825	— 0 ,025
28 „	28	0 ,17	+ 0 ,265	— 2 ,325	— 0 ,50
29 „	19	0 ,085	+ 0 ,275	— 0 ,25	— 0 ,75
29 „	19	0 ,095	+ 0 055	+ 0 ,775	+ 0 ,9
29 „	19	0 ,115	+ 0 ,135	+ 1 ,8	— 1 ,3
30 „	19	0 ,06	+ 0 ,16	— 0 ,75	+ 0 ,75
31 „	17	0 ,14	+ 0 ,075	+ 0 ,425	— 0 ,125
12 September	23	0 ,065	+ 0 ,045	— 0 ,5	— 1 ,35
14 „	20	0 ,085	— 0 ,025	+ 0 ,875	— 0 ,45
20 „	12	0 ,10	+ 0 ,08	+ 0 ,8	— 0 ,15
Gemiddeld . .	19ᵐ	+ 0°,11	+ 0°,10	+ 0μ,35	— 0μ,28

De glazen meter G_3 of G_{13} het eerst vóór.

Datum.	Duur	Rijzing van den thermometer op N°. 27	Rijzing van den thermometer in het vertrek.	Verandering der aflezing G_3 of G_{13} (a)	Verandering der aflezing N°. 27 (b)
2 Augustus	31m	— 0°,26	— 0°,25	— 1μ,67	— 2μ,85
4 〃	14	+ 0 ,13	+ 0 ,05	— 0 ,37	. . .
27 〃	17	+ 0 ,01	+ 0 ,035	— 0 ,50	— 0 ,70
13 September	14	+ 0 ,06	+ 0 ,08	+ 0 ,05	— 0 ,10
15 〃	21	+ 0 ,30	+ 0 ,345	— 2 ,075	+ 0 ,025
17 〃	25	+ 0 ,31	+ 0 ,345	— 3 ,725	— 0 ,35
19 〃	19	+ 0 ,20	+ 0 ,18	— 1 ,375	+ 1 ,3
20 〃	16	+ 0 ,18	+ 0 ,30	— 0 ,325	— 0 ,625
22 〃	28	+ 0 ,24	± 0 ,00	+ 0 ,125	— 0 ,20
Gemiddeld . .	21m	+ 0°,13	+ 0°,12	— 1μ,1	— 0μ,4

WINTERVERGELIJKINGEN.

De platina-iridium meter N°. 27 het eerst vóór.

Datum.	Duur.	Rijzing van den thermometer op N°. 27	Rijzing van den thermometer in het vertrek.	Verandering der aflezing N°. 27 (a)	Verandering der aflezing G_3 of G_{13} (b)
8 Januari	21m	+ 0°,265	+ 0°,11	— 0μ,05	— 1μ,50
8 〃	18	0 ,265	0 ,17	+ 0 ,33	+ 0 ,525
9 〃	32	0 ,265	0 ,36	— 0 ,50	— 0 ,23
9 〃	22	0 ,33	0 ,355	+ 1 ,88	+ 1 ,40
10 〃	21	0 ,15	0 ,35	— 0 ,70	+ 1 ,27
11 〃	29	0 ,125	0 ,11	— 0 ,03	. . .
24 〃	23	0 ,26	0 ,325	+ 0 ,05	+ 1 ,875
29 〃	16	0 ,275	0 ,305	+ 2 ,00	+ 1 ,00
30 〃	20	0 ,28	0 ,34	+ 4 ,30	+ 2 ,025
Gemiddeld . .	22m	+ 0°,24	+ 0°,27	+ 0μ,81	+ 0μ,90

De glazen meter G_3 of G_{13} het eerst vóór.

Datum.	Duur.	Rijzing van den thermometer op G.	Rijzing van den thermometer in het vertrek.	Verandering der aflezing G_3 of G_{13} (a)	Verandering der aflezing N°. 27. (b)
11 Januari	12m	+ 0°,145	+ 0°,21	— 0μ,15	. . .
11 "	19	0 ,42	0 ,285	1 ,65	— 0μ,45
12 "	17	0 ,345	0 ,47	0 ,93	+ 0 ,18
17 "	18	0 ,33	0 ,39	0 ,6	— 0 ,725
21 "	25	0 ,33	0 ,11	2 ,88	+ 1 ,6
22 "	16	0 ,235	0 ,435	1 ,83	+ 0 ,85
28 "	26	0 ,455	0 ,425	1 ,7	+ 1 ,3
Gemiddeld . .	19m	+ 0°,33	+ 0°,33	— 1μ,39	+ 0μ,46

De reden dezer verschillen is niet gemakkelijk aan te geven. Het is in de eerste plaats niet zeker, althans niet bij de zomerwaarnemingen, dat de rijzing der thermometers uitsluitend aan de tegenwoordigheid des waarnemers moet geweten worden. Na elke instelling van het mikroskoop verwijderde ik mij van den comparateur, en begaf ik mij meestal achter den zwaren pilaar, die in de boverdieping den kijker van STEINHEIL draagt. De bollen der thermometers waren door karton, dat met tinfoelie beplakt was, tegen stralende warmte beschut; de een lag in de bovenste holte van den X-vormigen platina-iridium meter N°. 27, de ander was op de glazen meter gebonden. Eerstgenoemde thermometer zal dus met meer waarschijnlijkheid zijne rijzing aan die van de temperatuur van N°. 27, dan aan stralende warmte van den waarnemer ontleend hebben.

Raadselachtig is vooral het verminderen der aflezing voor G_3 of G_{13} als deze het eerste vóór lag; maar ook bij die wintervergelijkingen, waarin N°. 27 het eerst vóór lag, komt de gemiddelde vermeerdering der aflezing voor G_3 of G_{13}, nl. + 0μ,90, lang niet overeen met de gemiddelde rijzing der temperatuur, (0°,27), van dienzelfden meter, daar deze

temperatuurs-vermeerdering met eene lengte-vermeerdering van ongeveer $2^{\mu},2$ zou overeenstemmen.

In één opzicht is de glazen meter bij de vergelijkingen in een anderen toestand dan N⁰. 27; hij wordt namelijk, als hij niet vóór ligt, zijdelings weggeschoven, zoodat hij zich dan niet meer boven den balk bevindt. De streepmeter N⁰. 27 blijft echter altijd boven den balk. Hierin kan een verschil van thermische werking schuilen, maar opzettelijke proeven zouden daaromtrent genomen moeten worden; voors'hands is het mij althans nog niet duidelijk hoe, bij toenemende kamertemperatuur, daardoor eene verkoeling ontstaan kan.

Men zou geneigd zijn uit het hier medegedeelde af te leiden, dat het verstandiger is enkel het resultaat der eerste vergelijking van elken dag te gebruiken en de één of twee volgende resultaten slechts als contrôle-waarnemingen te beschouwen. Ik heb dit ook gedaan, en het resultaat, dat te voorzien was, was voor N⁰. 3, dat deze zoowel voor de zomer- als de wintervergelijkingen $0^{\mu},3$ langer, en voor N⁰. 13, dat hij $0^{\mu},4$ langer werd gevonden. Het verschil is dus uiterst gering; en er blijkt wel uit dit geheele onderzoek, hoe moeielijk het is, twee meters tot op b. v. $\frac{1}{4}$ mikron met elkander te vergelijken.

Utrecht, 19 April 1889.

Fig: 2.

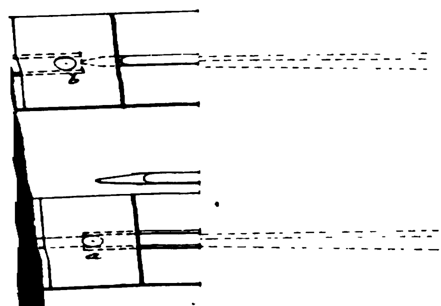
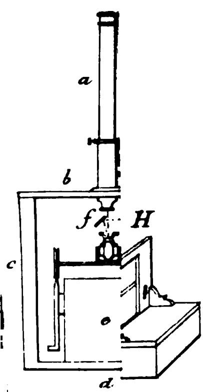


Fig:



stp.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

[G]EWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 25 Mei 1889.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DE SANDE BAKHUYZEN, [V]oorzitter, PEKELHARING, BIERENS DE HAAN, KORTEWEG, [F]ORSTER, KAMERLINGH ONNES, VAN DER WAALS, BEHRENS, [S]URINGAR, MARTIN, LORENTZ, MAC GILLAVRY, ZAAIJER, HOFF-[M]ANN, HUBRECHT, A. C. OUDEMANS JR., FRANCHIMONT, BEIJE-[R]INCK, ZEEMAN, PLACE, VAN DIESEN, MICHAËLIS, STOKVIS, DE [V]RIES, KAPTEYN, VAN 'T HOFF, HOOGEWERFF, BUYS BALLOT, J. A. C. OUDEMANS, SCHOLS, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, RAU-[W]ENHOFF, ENGELMANN, GRINWIS, MOLL, GUNNING en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. H. DU MONCEAU, particulier Secretaris van Z. M. den Koning, 's Gravenhage, 20 April 1889; 2°. het Ministerie van Oorlog, 's Gravenhage, 20 April 1889; 3°. het Ministerie van Justitie, 's Gravenhage, 24 April 1889; 4°. den Commissaris des Konings in de provincie Noord-Holland te Haarlem, 18 Mei 1889; 5°. Burgemeester en Wethouders van Amsterdam, 25 April 1889; 6°. Burgemeester en Wethouders van Zutphen, 26 April 1889; 7°. G. F. WESTERMAN,

Directeur van het koninklijk zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 20 April 1889; 8°. H. C. ROGGE, Bibliothecaris van de Universiteits-Bibliotheek te Amsterdam, 24 April 1889; 9°. A. J. VAN PESCH, Bibliothecaris vau het wiskundig Genootschap »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven" te Amsterdam, 24 April 1889; 10°. Directeuren van de Nederlandsche Handelmaatschappij te Amsterdam, 24 April 1889; 11°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris van de Stads-Bibliotheek te Haarlem, 27 April 1889; 12°. J. BOSSCHA, Secretaris van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 1 Mei 1889; 13°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van TEYLER's Stichting te Haarlem, 4 Mei 1889; 14°. Curatoren van de Rijks-Universiteit te Leiden, 22 April 1889; 15°. W. P. WOLTERS, Bibliothecaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 25 April 1889; 16°. A. R. ARNTZENIUS, Griffier van de Tweede Kamer der Staten-Generaal te 's Gravenhage, 25 April 1889; 17°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 26 April 1889; 18°. H. VOLLENHOVEN, 's Gravenhage, 27 April 1889; 19°. B. J. GOEDHART, Secretaris van het Rotterdamsch Leeskabinet te Rotterdam, 24 April 1889; 20°. J. A. GROTHE, Secretaris van het historisch Genootschap te Utrecht, Mei 1889; 21°. W. F. C. VAN LAAK JR., Bibliothecaris van de Gemeente-Bibliotheek te Arnhem, 1889; 22°. VAN NAAMEN, Secretaris van de Overijsselsche Vereeniging tot ontwikkeling van provinciale Welvaart te Zwolle, 13 Mei 1889; 23°. TAETS VAN AMERONGEN, Gouverneur van de Koninklijke militaire Akademie te Breda, 4 Mei 1889; 24°. R. D. M. VERBEEK, te Buitenzorg, 18 April 1889; 25°. F. HEGER, Secretaris van de anthropologische Gesellschaft te Weenen, 12 April 1889; 26°. I. S. BILLINGS, Bibliothecaris van het Surgeon general's Office te Washington, 26 April 1889; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 2 Mei 1889; 2°. het Ministerie van Marine te 's Gravenhage, 25 April 1889; 3°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van TEYLER's Stichting te Haarlem, 1889; 4°. BUYS BALLOT, Directeur van het koninklijk Nederlandsch meteorologisch Instituut te Utrecht, 7 Mei 1889; 5°. TEGNER, Bibliothecaris van de Universiteits-Bibliotheek te Lund, 23 April 1889; 6°. B. A. COLONNA, Directeur van het U. S. coast and geodetic Survey Office te Washington, 9 Mei 1889; 7°. I. F. BRIDE, Bibliothecaris van de public Library te Melbourne, 15 Januari, 25 October 1889; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. de dankzegging van wege Z. M. den Koning (20 Mei 1889) voor den gelukwensch, Z. M. bij gelegenheid van H.desz. 40-jarige regeering door de Akademie aangeboden; 2°. een brief van Z. Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken (6 Mei 1889), de mededeeling behelzend, dat de benoemingen van de Heeren Dr. J. W. MOLL, Directeur der H. B. S. te Utrecht, tot gewoon lid, en A. G. VORDERMAN, geneesheer te Batavia, tot correspondent der Akademie door den Raad van State bekrachtigd zijn; 3°. een brief van den Heer Dr. J. W. MOLL, waarin hij zijn dank betuigt voor zijne benoeming tot lid der Akademie; 4°. een schrijven van den Heer Dr. JAN DE VRIES, leeraar aan de H. B. S. te Kampen, ter begeleiding van een opstel: »Over vlakke configuraties, waarin elk punt met twee lijnen incident is", aangeboden voor de werken der Akademie. Tot rapporteurs over dien arbeid worden door den Voorzitter aangewezen de Heeren BIERENS DE HAAN en VAN DEN BERG; 5°. eene mededeeling van den Heer HOEK, dat hij verhinderd is de vergadering bij te wonen.

— De Heer LORENTZ doet eene mededeeling over *de molekulaire beweging van opgeloste stoffen.* — De waarden, door den Heer VAN 'T HOFF uit verschillende gegevens voor den

osmotischen druk in zeer verdunde waterige oplossingen afgeleid, maken het waarschijnlijk, dat deze druk niet anders is dan de »kinetische druk" der opgeloste stof; dat hij nl. gelijk is aan de hoeveelheid van beweging, gerekend volgens de normaal op eenig vlak, die tengevolge van de molekulaire beweging der opgeloste stof per tijdseenheid door de eenheid van dat vlak gaat, waarbij dan zou moeten worden aangenomen, dat de gemiddelde kinetische energie van een molekuul der opgeloste stof even groot is als die van een gasmolekuul bij dezelfde temperatuur. Om deze opvatting nader op de proef te stellen, kan men het molekulair evenwicht in eene oplossing, waarop uitwendige krachten werken, op twee verschillende wijzen beschouwen.

Vooreerst kan men, gelijk dit door de Heeren Gouy en Chaperon en meer in het algemeen door den Heer van der Waals gedaan is, uit de tweede wet der warmtetheorie de veranderingen afleiden, die in een dergelijk geval de concentratie van punt tot punt vertoont. De uitkomst wordt bijzonder eenvoudig, wanneer men dit verschijnsel in verband brengt met den osmotischen druk en de vloeistof onsamendrukbaar onderstelt. Neemt men nl. aan, dat de uitwendige kracht overal dezelfde grootte en richting heeft, en beschouwt men een prisma, waarvan grond- en bovenvlak $= 1$ zijn, en loodrecht op de kracht staan, dan blijkt het verschil van den osmotischen druk aan die beide vlakken, wanneer de uitwendige kracht *alleen* op de opgeloste stof werkt, gelijk te zijn aan de totale kracht, welke de inhoud van het prisma ondervindt. Werkt daarentegen de uitwendige kracht op de massaeenheid van het water even sterk als op de massaeenheid der opgeloste stof, dan wordt het bedoelde verschil gelijk aan de kracht, welke op de in het prisma aanwezige opgeloste stof werkt, verminderd met die, welke het door deze stof vervangen water ondervindt. Met het »vervangen" water wordt hier bedoeld de hoeveelheid water, die men, na de opgeloste stof verwijderd te hebben, in het prisma zou moeten brengen om dit opnieuw geheel te vullen.

In de tweede plaats kan men nagaan, aan welke voor-

waarde voldaan moet zijn, opdat de totale hoeveelheid van beweging der in het prisma aanwezige opgeloste stof niet verandert; daarbij moet zoowel op de krachten als op den kinetischen druk aan grond- en bovenvlak worden gelet.

De vergelijking der langs dezen weg verkregen uitkomsten met die, welke uit de mechanische warmtetheorie worden afgeleid, voert tot de identiteit van den osmotischen druk en den kinetischen druk, wanneer men de volgende onderstellingen maakt:

1. Indien op het water geene uitwendige kracht werkt, ondervindt eene groep molekulen der opgeloste stof van de waterdeeltjes, waartusschen zij zich bewegen, alles samengenomen, geene kracht in de eene of in de andere richting.

2. Indien daarentegen ook het water aan de uitwendige kracht is onderworpen, hebben al de krachten, die de waterdeeltjes op eene hoeveelheid der opgeloste stof uitoefenen, eene resultante, gelijk en tegengesteld aan de uitwendige kracht, die op het door deze hoeveelheid vervangen water zou werken.

— De Heer BIERENS DE HAAN brengt, als Voorzitter der HUYGENS-Commissie, een 4e rapport uit over de werkzaamheden der Commissie en deelt mede dat het 2e deel van HUYGENS' werken weldra het licht zal zien.

— De Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN verklaart een, volgens zijne opgave, door den Heer REPSOLD geconstrueerden toestel voor het uitmeten van de sterreplaatsen op photographieën, door middel van rechthoekige coördinaten, en deelt de uitkomsten mede van de uitmeting van eene photographie, welke hij van den Heer P. HENRY uit Parijs ontvangen had. De waarschijnlijke fout van eene coördinaat is $\pm$ 0",043.

In verband met deze nauwkeurigheid wijst spreker op het belang van de photographie ter vervanging van mikrometer- en heliometer-metingen. Eene gunstige gelegenheid om de groote waarde van de photographie in dit opzicht te leeren kennen, zal binnen kort worden aangeboden bij gelegenheid van de oppositie van Victoria. De plaatsen van

de planeet zullen dan door heliometer-metingen aan de Kaap de Goede Hoop (in Yale Observatory), te Leipzig en te Göttingen worden bepaald, doch tevens zullen, gedurende die periode, op de sterrenwacht te Parijs photographieën worden vervaardigd van die planeet en de in hare nabijheid liggende vergelijkingssterren, welke te Leiden zullen worden uitgemeten.

De mededeeling geschiedde naar aanleiding van het in het licht verschijnen eener 4° verhandeling van den Spreker: »Mesure des clichés d'après la méthode des coordonnées rectangulaires", waarvan een exemplaar voor de boekerij der Akademie ten geschenke wordt aangeboden.

— De Heer FORSTER doet in de eerste plaats eenige mededeelingen aangaande onderzoekingen, onder zijne leiding door den Heer DE FREYTAG, Officier van Gezondheid 1ste kl. N. I. L., gedaan over den invloed van verzadigde oplossingen van keukenzout en van zout in substantie op de ontwikkeling en het leven van pathogene bacteriën. Terwijl cholera-bacillen door keukenzout, in overmaat aangewend, spoedig gedood worden, blijven andere soorten van bacteriën, zooals typhusbacillen, pyogene staphylokokken, erysipelkokken, de bacillen der varkensziekte (rouget des porcs) — indien zij onder zout bewaard worden — langen tijd, gedurende weken en sommige zelfs gedurende maanden, in het leven. Het onderzoek heeft in zoo verre praktisch belang, als aan Spreker bekend is, dat op sommige plaatsen vleesch van dieren, die bij het slachten aan parelziekte lijdend werden bevonden en waarvan de weeke deelen voor het gebruik als voedingsmiddel afgekeurd werden, gezouten en, na 2 à 3 weeken in den pekel gelegen te hebben, aan de eigenaars ter vrije beschikking werden teruggegeven. Tuberkelbacillen echter, die de oorzaak zijn der tuberkulose van den mensch en van de hiermede overeenkomende parelziekte van het rund, worden door het zouten of pekelen niet gedood; deze bacillen, afkomstig van kultures, zoowel als van knobbels van organen van runderen, die aan parelziekte lijdende waren, behouden onder zout zoowel hun leven als hun infecteerend vermogen,

zoodat ingezouten of gepekelde — door parelziekte ontaarde — organen, waarvan gedeelten in de buikholte van proefdieren worden gebracht, bij deze tuberkulose van het peritoneum teweeg brengen. Waarschijnlijk staat het weêrstandsvermogen dier mikroörganismen tegen het zouten in verband met het vermogen om sporen te vormen. Dit mag althans worden afgeleid uit proeven, met miltvuurbacillen genomen. Hierbij bleek, dat deze bakteriën door geconcentreerde zoutoplossingen (van ten minste 7½ procent) gedood worden, indien zij vrij van sporen zijn, terwijl kultures er van, die sporen bevatten, onder zout bewaard, na maanden nog het vermogen hebben, zich te ontwikkelen en te vermenigvuldigen.

In de tweede plaats vermeldt spreker nog de in zijn laboratorium door Dr. C. B. Tilanus Jr. gedane onderzoekingen omtrent den invloed van iodoform-dampen op tuberkelbacillen. Er werden aan de Vergadering een aantal buisjes vertoond, waarin een voor de ontwikkeling van tuberkelbacillen geschikte voedingsstof aanwezig was. Die stof was in alle buisjes ter zelfder tijd met tuberkelbacillen ingeënt. In de eene helft der buisjes had men, na het enten, boven de voedingsstof kleine buisjes met iodoform-poeder opgehangen. Alleen in die buisjes, waarin geen iodoform was gebracht, hadden zich kulturen van tuberkelbacillen gevormd; onder den invloed van de iodoform-dampen daarentegen, had geen ontwikkeling plaats gehad.

— De Heer Hoffmann deelt mede, dat hij binnen kort voor de werken der Akademie eene verhandeling hoopt aan te bieden: »Over de ontwikkeling van het gehoororgaan bij de Reptiliën".

— De Heer de Vries biedt voor de boekerij een exemplaar aan van een onlangs door hem uitgegeven werk: »Intracellulare Pangenesis.

— De Vergadering wordt gesloten.

VIERDE RAPPORT

VAN DE

HUYGENS-COMMISSIE.

(Uitgebracht in de Vergadering van 25 Mei 1889).

Nu eerstdaags het Tome II van de *Oeuvres et Correspondance de* CHR. HUYGENS in het licht verschijnen zal, wenscht Uwe Commissie daaromtrent eenige mededeelingen te doen.

Het eerste Deel liep over de jaren 1637—1656, het tweede loopt over het tijdvak 1657—1659, het volgende zal de jaren 1660—1662 moeten bevatten.

Het eerste Deel hield 365 brieven en nog 18 in het Supplement.

Het tweede Deel hield 337 brieven en nog 20 in het Supplement; dus 740 te zamen.

Hiernevens leggen wij U over eene lijst van de personen die in deze *Correspondance* voorkomen, in zoo verre zij door HUYGENS of aan hem geschreven zijn. Bovendien zijn er nog 110 andere brieven, die niet tot een dezer beide soorten behooren. Deze lijsten hebben wij opgemaakt voor het eerste en voor het tweede deel afzonderlijk, en daarop voor beide deelen te zamen.

De tweede kolom bevat de namen der briefschrijvers, de derde en vierde kolom het aantal brieven door HUYGENS aan hem, en door hem aan HUYGENS geschreven. Daaruit blijkt, dat door sommige personen niet aan HUYGENS is geantwoord, en eveneens dat HUYGENS sommige personen niet beantwoordde. Behalve deze uitzonderingen nu blijkt uit deze lijsten, dat er bij velen der genoemde personen brief-

wisseling met HUYGENS bestond; waar dit plaats had, is in de eerste kolom het aantal brieven van die briefwisseling opgegeven, dus de som der aantallen, die in de derde en vierde kolommen voorkomen.

TABEL I. TOME I.

Briefwisseling.		van H.	aan H.
	Fr. X. Aynscom.	1	
2	Er. Bartholin.	1	1
	A. de Bie	1	
	Ism. Boulliau.		1
	W. Brereton		3
	H. Bruno		1
	Calthof.	1	
7	P. de Carcavy	4	3
2	A. C. de Chambonnière	1	1
6	J. Chapelain	3	3
8	A. Colvius.	4	4
	N. Colvius.		1
	V. Conrart		2
	J. Elsevier.	1	
2	Etats-Généraux	1	1
	J. Golius	2	
19	Gregorius à St. Vincentio. . . .	10	9
8	G. van Gutschoven	5	3
7	J. Hevelius	3	4
	G. B. Hodierna		1
11	C. Huygens, père	7	4
42	C. Huygens, frère.	25	17
	Lodewijk Huygens	5	
	Philips Huygens.		2
	Suzanna Huygens		1
19	G. A. Kinner à Löwenthurn. . . .	8	11
	D. v. Leyden v. Leeuwen.	1	
5	D. Lipstorp.	3	2
15	M. Mersenne	5	10
153		92	85

Briefwisseling.		van H.	aan H.
153		92	85
	F. B. Mocchi.	2	
	H. du Mont	1	
9	Cl. Mylon.	5	4
	Chr. Otter.		1
3	R. Paget	1	2
10	G. P. de Roberval	6	4
3	A. A. de Sarasa.	2	1
79	Fr. van Schooten	44	35
	D. Seghers	5	
	J. Stampioen		1
6	A. Tacquet	4	2
	Tassin	2	
	D. de Vogelaer	1	
	J. van Vondel.		2
12	J. Wallis	5	7
	J. Wiessel.		3
	J. de Wijck		1
	? (3)	3	
275		173	148

TABEL II. TOME II.

Briefwisseling.		van H.	aan H.
	M. H. van Andel.	1	
	D. van Baerle.	1	
	E. Bartholin		1
6	Ch. Bellair.	2	4
	A. de Bie.	1	
3	A. Boddens.	1	2
49	Ism. Boulliau.	19	30
2	C. Brunetti	1	1
9	H. Bruno	4	5
	J. van der Burch	1	
9	P. de Carcavy.	4	5
21	J. Chapelain	7	14
99		42	62

Briefwisseling.		van H.	aan H.
99		42	62
2	A. Colvius.	1	1
2	B. Conradus	1	1
	L. van Coppenol.	1	
	S. Coster		1
	A. Duyck.	1	
	Etats de Hollande et de West-Frise.	1	
3	du Gast	1	2
	Th. Gobert.	1	
8	Gregorius à St. Vincentio. . . .	4	4
	G. van Gutschoven	1	
2	N. Heinsius	1	1
2	G. Hesius	1	1
	H. van Heuraet		2
3	J. Hevelius.	2	1
	G. B. Hodierna	1	
2	J. Hudde	1	1
3	C. Huygens, père.	1	2
	C. Huygens, frère.		2
	Lodewijk Huygens	2	
	S. C. Kechelius à Hollenstein. . .	1	
3	G. A. Kinner à Löwenthurn. . .	2	1
	L. de Medicis.	1	
	M. Mersenne	3	
	H. L. H. de Monmor	1	
13	Cl. Mylon.	3	10
	Lady Newcastle		1
	R. Paget		1
6	Bl. Pascal.	1	5
9	P. Petit	2	7
	W. Piek.	1	
3	D. Rembrantz van Nierop	2	1
	Mlle van Renesse.	1	
33	Fr. van Schooten.	15	18
	D. Seghers	1	
67	R. F. de Sluse	23	44
260		120	169

Briefwisseling.		van H.	aan H.
260		120	169
	A. Tacquet.		3
4	J. van Vliet	1	3
8	J. Wallis	4	4
	J. de Witt		2
	son Cousin	1	
	Mlle.	1	
	? (1).	1	
272		128	181

Tabel III. Tomes I en II.

Briefwisseling.		van H.	aan H.
	M. H. van Andel.	1	
	Fr. X. Aynscom.	1	
	D. van Baerle.	1	
3	E. Bartholin	1	2
6	Ch. Bellair.	2	4
	A. de Bie.	2	
3	A. Boddens.	1	2
50	Ism. Boulliau.	19	31
	W. Brereton		3
2	C. Brunetti.	1	1
10	H. Bruno	4	6
	J. van der Burch.	1	
	Calthof. . . . . , . . .	1	
16	P. de Carcavy.	8	8
2	A. C. de Chambonnière.	1	1
27	J. Chapelain	10	17
10	A. Colvius.	5	5
	N. Colvius.		1
2	B. Conradus	1	1
	V. Conrart.		2
	L. van Coppenol.	1	
	S. Coster		1
	A. Duyck	1	
131		62	85

Briefwisseling.		van H.	aan H.
131		62	85
	J. Elsevier.	1	
2	Etats-Généraux	1	1
	Etats de Hollande et de West-Frise.	1	
3	du Gast.	1	2
	Th. Gobert	1	
	J. Golius	2	
27	Gregorius à St. Vincentio. . . .	14	13
9	G. van Gutschoven.	6	3
2	N. Heinsius	1	1
2	G. Hesius	1	1
	H. van Heuraet		2
10	J. Hevelius	5	5
2	G. B. Hodierna	1	1
2	J. Hudde	1	1
14	C. Huygens, père	8	6
44	C. Huygens, frère.	25	19
	Lodewijk Huygens	7	
	Philips Huygens.		2
	Suzanna Huygens.		1
	S. C. Kechelius à Hollenstein. . .	1	
22	G. A. Kinner à Löwenthurn. . .	10	12
	D. v. Leyden v. Leeuwen. . . .	1	
5	D. Lipstorp.	3	2
	L. de Medicis.	1	
18	M. Mersenne	8	10
	T. B. Mocchi.	2	
	H. L. H. de Monmor	1	
	H. du Mont	1	
22	H. Mylon	8	14
	Lady Newcastle		1
	Chr. Otter.		1
4	R. Paget	1	3
6	Bl. Pascal.	1	5
9	P. Petit	2	7
	W. Pieck	1	
334		179	198

Briefwisseling.		van H.	aan H.
334		179	198
3	D. Rembrantz van Nierop . . .	2	1
	M[lle] van Renesse	1	
10	G. P. de Roberval	6	4
3	A. A. de Sarasa.	2	1
112	Fr. van Schooten.	59	53
	D. Seghers	6	
67	R F. de Sluse	23	44
	J. Stampioen		1
9	A. Tacquet	4	5
	Tassin	2	
4	J. van Vliet	1	3
	D. de Vogelaer	1	
	J. van Vondel.		2
20	J. Wallis	9	11
	J. Wiessel.		3
	J. de Witt.		2
	J. de Wijck		1
	son Cousin	1	
	M[lle].	1	
	? (4)	4	
562		301	329

En nu wij deze gegevens hadden, konden wij gemakkelijk een geregeld overzicht geven, zoowel van de wederzijds niet-beantwoorde brieven, als van het aantal der personen, met wie HUYGENS in briefwisseling stond. Het moet niet verwonderen, dat daaromtrent alle getallen van tabel III niet de sommen zijn van de getallen, die in de tabellen I en II voorkomen; omdat het meermalen gebeurt, dat in het eene Deel een persoon onder de briefwisseling voorkomt, terwijl dezelfde in het andere Deel slechts in ééne der beide laatste kolommen te vinden is: of omgekeerd.

TOME I.

Brieven	365
Supplement.	18
	383

A. van HUYGENS. , ...	173	brieven
B. aan HUYGENS.	148	〃
C. buiten HUYGENS om . .	62	〃
	383	brieven.

Personen.

A. aan 36 personen, in briefwisseling 21, niet beantwoord 15;
B. van 34 〃 〃 〃 21, 〃 〃 13;

aantal personen 36 + 34 — 21 = 49 = 28 + 15 + 13.

Brieven.

147 + niet beantwoord 26
128 + 〃 〃 20

275 + niet beantwoord 46 = 321 = 173 + 148.

TOME II.

Brieven	337
Supplement.	20
	357

A. van HUYGENS	128	brieven
B. aan HUYGENS	181	〃
C. buiten HUYGENS om . .	48	〃
	357	brieven.

Personen.

A. aan 46 personen, in briefwisseling 25, niet beantwoord 21;
B. van 33 〃 〃 〃 25, 〃 〃 8;

aantal personen 46 + 33 — 25 = 54 = 25 + 21 + 8.

Brieven.

105 + niet beantwoord 23
167 + 〃 〃 14

272 + niet beantwoord 37 = 309 = 128 + 181.

TOME I en II.

Brieven.	702
Supplement I. . . .	18
〃 II. . . .	20
	740

A. van HUYGENS.	301	brieven	= 173 + 128
B. aan HUYGENS.	329	〃	= 148 + 181
C. buiten HUYGENS om. . .	110	〃	= 62 + 48
	740	〃	= 383 + 357.

Personen.

A. aan 68 personen, in briefwisseling 37; niet beantwoord 31;
B. van 51 〃 〃 〃 37; 〃 〃 14;

aantal personen 68 + 51 — 37 = 82 = 37 + 31 + 14.

Brieven.

256 + niet beantwoord 45 = 301
306 + 〃 〃 23 = 329

562 + niet beantwoord 86 = 630 = 301 + 329.

Belangrijk mag zulk een overzicht ook uit dien hoofde heeten, dat daaruit blijkt, hoezeer de briefwisseling in den loop der jaren zich allengs verplaatste. Komt in den aanvang M. Mersenne op den voorgrond, naderhand verschijnen G. A. Kinner à Löwenthurn en Gregorius à St. Vincentio en vooral ook Frans van Schooten; terwijl deze in den loop van het derde deel overlijdt; in het tweede deel is er eene drukke briefwisseling met R. F. de Sluse, Ism. Boulliau, J. Chapelain, en ook deze zullen wederom voor anderen moeten plaats maken. Voor den lateren biograaf van Huygens leveren deze overgangen zekere belangrijke gezichtspunten op.

Leiden, 24 Mei 1889.

D. BIERENS DE HAAN, *Voorzitter.*
H. A. LORENTZ, *Secretaris.*

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 29 Juni 1889.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DER WAALS, onder-Voorzitter, RIJKE, MAC GILLAVRY, ZAAIJER, DE VRIES, FRANCHIMONT, VAN DORP, STOKVIS, BEIJERINCK, HOFFMANN, WEBER, HUBRECHT, MARTIN, MULDER, RAUWENHOFF, SURINGAR, MOLL, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, KOSTER, PEKELHARING, FORSTER, MICHAËLIS, PLACE, VAN BEMMELEN, J. A. C. OUDEMANS en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. J. BOSSCHA, Secretaris van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 23 Juni 1889; 2°. J. TIDEMAN, Secretaris van het koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 22 Juni 1889; 3°. G. I. W. BREMER, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 5 Juni 1889; 4°. L. VAN HASSELT, Secretaris van het provinciaal Genootschap van Kunsten en Wetenschappen te 's Hertogenbosch, 24 Juni 1889; 5°. de Gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwar-

den, 23 Mei 1889; 6⁰. C. WINKLER, Secretaris van de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen te Batavia, 10 April 1889; 7⁰. J. BATTY TUKE, Secretaris van het College of Physicians te Edinburg, 27 Mei 1889; 8⁰. I. W. HOLCOMBE, Secretaris van het Bureau of Education te Washington, 1889; 9⁰. S. P. LANGLEY, Secretaris van de Smithsonian Institution te Washington, 18 Mei 1889; 10⁰ J. C. PILLING, Secretaris van de U. S. geological Survey te Washington, 22 Mei 1889; 11⁰. H. PAUL, Bibliothecaris van het U. S. naval Observatory te Washington, 22 Mei 1889; 12⁰. M. DEWEY, Secretaris van de University of the State of New-York te Albany, 24 Mei 1889; 13⁰. H. PHILLIPS JR., Secretaris van de American philosophical Society te Philadelphia, 23 Mei 1889; 14⁰. TH. L. MONTGOMERY, Bibliothecaris van het Wagner free Institute of Science te Philadelphia, 25 Mei 1889; 15⁰. E. C. PICKERING, Directeur van Harvard College Observatory te Cambridge, 25 Mei 1889; 16⁰. den Secretaris van het Canadian Institute te Toronto, 25 Mei 1889; 17⁰. W. SCHLESSEGRELL, Secretaris van de Elliot Society of Science and Art te Charleston, 28 Mei 1889; 18⁰. CH. B. HILL, Directeur van het Lick Observatory te Mount Hamilton, 30 Mei 1889; 19⁰. G. VAMBACH, Bibliothecaris van de Academy of Science te St. Louis, 15 Juni 1889; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1⁰. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 31 Mei, 5 Juni 1889; 2⁰. I. F. SCHNEIDER, Bibliothecaris van de polytechnische School te Delft, 5 Juni 1889; 3⁰. C. L. VAN DEN BURG, Laag-Soeren, 4 Jnni 1889; 4⁰. E. LAMBRECHT, Secretaris van de Ecole spéciale des langues orientales vivantes te Parijs, 1 Juni 1889; 5⁰. C. ALFIRI, Secretaris van het R. Istituto di Studi superiori te Florence, 3 Mei 1889; 6⁰. den Secretaris van de Naturforscher-Gesellschaft te Dorpat, Maart 1889; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Kennisgevingen van de Heeren VAN DE SANDE BAKHUYZEN, VAN DIESEN, SCHOLS en ZEEMAN, dat zij verhinderd zijn de Vergadering bij te wonen.

2°. Missive van Z. E. den Minister v. Binnenl. Zaken (23 Juni 1889) ter begeleiding van een Kon. Besluit van 23 Juni 1889, N°. 21, waarbij wordt goedgekeurd, dat artikel 5 van het Reglement der Koninklijke Akakemie van Wetenschappen worde aangevuld met de volgende alinea:

> »Aan gewone Leden der Akademie, die zich in het buitenland vestigen, wordt de titel verleend van correspondeerend Lid".

3°. Brief van Mevr. de Wed. DONDERS—HUBRECHT, ter begeleiding van het photographisch portret van haar overleden echtgenoot, wijlen den Hoogleeraar DONDERS, Oud-Voorzitter der Akademie. Het geschenk wordt met erkentelijkheid aanvaard. Aan de geefster zal de dank der Afdeeling worden overgebracht.

— De Heer FRANCHIMONT vermeldt eerst, als vervolg op zijne mededeeling van 26 Mei 1888, dat hij sedert, met de hulp van den Heer KLOBBIE, door de werking van ammoniak op de nitroderivaten der monalkylurethanen, verscheidene zure nitraminen, waarvan het vroeger vermelde aethyleendinitramine het eerste voorbeeld was, verkregen heeft, die reeds in het *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas* beschreven zijn, terwijl later door den Heer DEKKERS het tetramethyleendinitramine en door den Heer SIMON THOMAS propyl- en isopropylnitramine zijn bereid.

De ontleding der zure nitraminen door koken met verdund zwavelzuur was bij het pentamethyleendinitramine in het begin van dit jaar nagegaan en had tot de ontdekking van het pentamethyleenglycol, zijn oxyde, zijn bromide en een onverzadigden alcohol geleid; de publicatie was echter verschoven totdat de Heer DEKKERS dezelfde ontleding bij het tetramethyleenderivaat zou hebben nagegaan, toen voor weinige dagen eene mededeeling verscheen van den Heer GUSTAVSON uit Moskau, die het genoemde glycol en zijn

bromide langs een anderen weg heeft verkregen. In hoofdzaak stemmen de eigenschappen er van met die welke spreker gevonden heeft, overeen.

Tot zijn eigenlijk onderwerp overgaande, toont spreker aan hoe de werking van salpeterzuur op waterstofverbindingen, waarin de waterstof hetzij aan koolstof, hetzij aan stikstof gebonden is, meestal bestaat in de vorming van water en de vervanging der waterstof door de nitrogroep: dus in nitreering. Maar in beide gevallen wordt de waterstof hiertoe eerst in staat gesteld door den invloed van andere atoomgroepen of elementen, en wel van die, welke men gewoonlijk negatieve noemt. Toch kan, door de aanwezigheid van te veel of te sterke negatieve groepen, de reactie weer belet worden. Salpeterzuur werkt b.v. niet op methaan, azijnzuur, sulfonazijnzuur en cyaanazijnzuur, wel op malonzuur en zijne monalkylderivaten. Dat deze werking in nitreering bestaat, is bewezen door samengestelde aethers dezer zuren te gebruiken, die nitroderivaten geleverd hebben; de nitromalonzure aethers zijn vrij sterke zuren, die carbonaten ontleden en met ammoniak fraai kristalliseerende verbindingen geven, zonder in amiden over te gaan.

Ammoniak noch aliphatische aminen, ook niet de inwendige, zooals piperidine, werken op salpeterzuur; zij worden hiertoe echter in staat gesteld b.v. door de aanwezigheid der groep CO, want alle amiden, zelfs de inwendige, zooals die van γ- en δ-normaal amidovaleriaanzuur, werken er op. Bij aanwezigheid eener CO groep schijnt het onverschillig te zijn waar deze verder aan gebonden is; maar zijn er twee aan de stikstof gehecht, dan kan hetgeen verder aan hen gebonden is oorzaak worden dat de reactie belet wordt. In de volgende lijstjes zijn de formules van eenige lichamen onder elkaar geplaatst, ten einde de overeenkomst en het verschil in samenstelling en den invloed, door de verschillende atoomgroepen teweeggebracht, duidelijk te doen uitkomen.

	A.	B.	C.
1	$CH_3.NH.H$	$CH_3.CO.NH.H$	$CH_3O.CO.NH.H$
2	$CH_3.NH.CH_3$	$CH_3.CO.NH.CH_3$	$CH_3O.CO.NH.CH_3$
3	$CH_3.NH.CO.CH_3$	$CH_3.CO.NH.CO.CH_3$	$CH_3O.CO.NH.CO.CH_3$
4	$CH_3.NH.CO.OCH_3$	$CH_3.CO.NH.CO.OCH_3$	$CH_3O.CO.NH.CO.OCH_3$

Van de lichamen in A voorgesteld worden alleen 3 en 4 door salpeterzuur aangegrepen; 3 geeft een onbestendig, 4 een bestendig nitroderivaat. De lichamen in B voorgesteld geven allen onbestendige nitroderivaten. De gemakkelijkheid waarmede deze zich vormen en die waarmede zij ontleed worden, neemt af van 1 tot 4. Van de lichamen in C voorgesteld, geven 1 en 3 een onbestendig nitroderivaat, 1 't gemakkelijkst; 2 geeft een bestendig nitroderivaat en 4 wordt in 't geheel niet aangetast. Het blijkt dat de groep $CO.CH_3$ altijd verwijderd wordt, $CO.OCH_3$ daarentegen niet; twee groepen $CO.CH_3$ heffen de werking niet op, twee $CO.OCH_3$ wel, een $CO.CH_3$ en een $CO.OCH_3$ niet. Hetzelfde effekt dat door twee zuurstofatomen teweeggebracht wordt, wordt ook bereikt door het wegnemen van twee waterstofatomen en de vorming van een gesloten ring van atomen.

$$\begin{matrix} CH_3.CO \\ \quad\quad > NH \\ CH_3.CO \end{matrix} \text{ wordt aangegrepen } \begin{matrix} CH_2.CO \\ | \quad\quad > NH \\ CH_2.CO \end{matrix} \text{ niet.}$$

De vroeger medegedeelde en door talrijke voorbeelden gestaafde regel, dat de groep NH, geplaatst in een atomenring tusschen twee groepen CO, door salpeterzuur niet aangegrepen wordt, maar wel als zij tusschen CO en eene koolwaterstofrest staat, is door nieuwe voorbeelden bevestigd; onder anderen door methylhydantoïne

$$\begin{matrix} CH_2-NH \\ | \quad\quad > CO \\ CO-N-CH_3 \end{matrix} \text{ dat in } \begin{matrix} CH_2-N-NO_2 \\ | \quad\quad > CO \\ CO-N-CH_3 \end{matrix} \text{ overgaat.}$$

Ook de werking van salpeterzuur op dimethylaminederivaten is voortgezet. Het volgende lijstje geeft de formules, analoog aan die uit het voorgaande

1	$(CH_3)_2.N.H$
2	$(CH_3)_2.N.CH_3$
3	$(CH_3)_2.N.CO.CH_3$
4	$(CH_3)_2.N.CO.OCH_3$

Ook hier worden 1 en 2 niet aangegrepen; 3 geeft onder verlies der groep $CO.CH_3$ nitrodimethylamine, terwijl 4 eene groep CH_3 onder oxydatie verliest en tegen NO_2 ruilt.

Dit laatste feit gaf aanleiding analoge derivaten van een inwendig secundair amine te onderzoeken; waartoe voorloopig alleen het piperidine in aanmerking kon komen. Het volgende lijstje geeft de formules aan:

1	$(CH_2)_5.N.H$
2	$(CH_2)_5.N.CH_3$
3	$(CH_2)_5.N.CO.CH_3$
4	$(CH_2)_5.N.CO.OCH_3$
5	$(CH_2)_5.N.CO.NH_2$

Het eerste lichaam — het piperidine — wordt door salpeterzuur niet aangegrepen. Het tweede is nog niet onderzocht. Het derde geeft langzaam, onder verlies van de groep $CO.CH_3$, nitropiperidine, dat door het salpeterzuur verder ontleed wordt. Het vierde werkt zeer heftig, zelfs beneden 0^0; toch wordt de groep $CO.OCH_3$ niet uitgestooten, maar er ontstaat een nitroderivaat onder gelijktijdige oxydatie. Het product is dat, hetwelk 7 jaren geleden door SCHOTTEN langs anderen weg is verkregen en nitrodehydropiperylurethaan genaamd. SCHOTTEN gelooft dat de nitrogroep zich aan de koolstof bevindt en de piperidinekern dus nog gesloten is, terwijl uit de analogie met de hier behandelde verbindingen zou moeten volgen, dat de kern geopend is en de nitrogroep zich aan de stikstof bevindt. Daar echter alle tot nog toe onderzochte nitro-urethanen gemakkelijk door ammoniak, onder vorming van een nitramine en een urethaan, ontleed worden, en dit lichaam het niet doet, blijft de vraag onopgelost.

Het vijfde lichaam eindelijk — het piperylureum — geeft met salpeterzuur koolzuurgas, ammoniak en nitropiperidine. Het is dus vergelijkbaar met het asymmetrische dimethylureum. Het nitropiperidine wordt door salpeterzuur langzaam

aangegrepen, zoodat de invloed van de groep NO_2 geringer blijkt te zijn dan die van de groep carboxyl. Dit is ook bij koolstofverbindingen het geval, want, terwijl malonzuur genitreerd wordt, geschiedt dit niet bij nitro- en dinitromethaan.

De in de gegeven lijstjes vermelde voorbeelden zijn met tal van andere te vermeerderen, bijv. met de derivaten van trichloorazijnzuur en van oxaalzuur, waaruit de invloed van negatieve elementen of groepen aan een met de groep CO verbonden koolstofatoom blijkt. Bijv.:

$$(CH_3)_2.N.CO.CH_3$$
$$(CH_3)_2.N.CO.CCl_3$$
$$(CH_3)_2.N.CO.CO.OCH_3.$$

Het eerste verliest de groep $CO.CH_3$ en geeft nitrodimethylamine. Het tweede en het derde worden niet aangegrepen.

De invloed van andere met CO verbonden groepen, bijv. NH_2 enz., blijkt uit het gedrag der urea, terwijl de invloed van andere groepen dan CO, bijv. SO_2, uit het gedrag der sulfonzuren en sulfonamiden is af te leiden.

De Heer Franchimont biedt voor de boekerij der Akademie een exemplaar aan van de dissertatie van den Heer K. H. M. van der Zande, getiteld: *Over eenige asymmetrische dialkylurea en het di-isopropylamine.* Van belang is vooral de werking der dialkylurea op aldehyden en azijnzuuranhydride en de bereiding van het di-isopropylamine, omdat de door Jahn in de wetenschap gebrachte dwaling, als zou het di-isopropylamine niet door werking van isopropyljodide op amine te bereiden zijn, volkomen weerlegd is, terwijl tevens een nieuw voorbeeld van bestendigheid der nitrieten van aminen is geleverd in dat van het di-isopropylamine: eene eigenschap, welke het normale dipropylamine mist.

— De Heer Pekelharing spreekt over het te gronde gaan van miltvuurbacillen in het onderhuids-bindweefsel bij konijnen.

Metschnikoff toonde aan dat miltvuurbacillen, bij kikvorschen onder de huid gebracht, weldra door leucocyten

worden opgenomen. Niet alleen sterven deze dieren dan niet aan miltvuur, maar zelfs is na eenige dagen geen miltvuurvirus meer in het lichaam der geïnfecteerde kikvorschen te vinden. Worden daarentegen konijnen of andere, voor miltvuur vatbare dieren met deze bacillen ingeënt, dan vermeerderen de bacillen zich in sterke mate, terwijl zij, na den dood van het dier niet, of slechts in zeer geringen getale in cellen ingesloten gevonden worden.

Tegen het besluit, uit deze en tal van later medegedeelde bevindingen door hem getrokken, dat nl. de strijd van het dierlijk organisme tegen daarin binnengedrongen bacteriën door cellen, phagocyten, gevoerd wordt, zijn van verschillende zijden bezwaren geopperd. Zoo — om slechts een van de gewichtigste te noemen — zagen Emmerich en Mattei dat bij konijnen, die immuniteit verkregen hadden tegen de bacillen der varkensziekte, groote hoeveelheden van deze bacillen, onder de huid ingespoten, binnen kort (na 25 minuten) te gronde gingen, terwijl toch slechts zeer weinige daarvan door phagocyten opgenomen werden.

Ook bij de vernieling van miltvuurbacillen onder de huid van den kikvorsch, werd door verschillende onderzoekers opgemerkt dat de bacillen, ofschoon van virulentie beroofd, toch niet alle in cellen ingesloten gevonden worden. Om na te gaan of de bacillen door de phagocyten of door een opgeloste, voor deze organismen vergiftige stof gedood werden, maakten Metschnikoff en evenzoo Petruschky gebruik van dialysators, waarin de bacillen ingesloten werden voordat zij onder de huid werden gebracht. Deze proefnemingen echter leidden niet tot geheel duidelijke resultaten; aangezien meestal ook leucocyten den dialysator binnendringen.

Ook spreker is het in een reeks van proeven, door hem met den Heer C. M. Snellen ingesteld, niet gelukt een dialysator te vervaardigen, waardoor leucocyten buitengesloten werden. Even goed als door de fijnste spleten van de dierlijke weefsels, kunnen de leucocyten zich een weg banen door de poriën van de membranen, die als dialysatorwanden dienst kunnen doen.

Om het bezwaar langs een anderen weg te ontgaan, wer-

den nu miltvuurbacillen, in dialysators ingesloten, onder de huid gebracht bij konijnen. Hier kon vernieling van miltvuurbacillen bezwaarlijk aan de werking van phagocyten worden toegeschreven. Wel is waar zijn leucocyten van konijnen in staat levende miltvuurbacillen in zich op te nemen (wanneer een druppel lymphe, ontnomen aan het in ontsteking gebrachte oor van een konijn, met levende miltvuurbacillen vermengd, bij een temperatuur van ± 35° C. onder het mikroskoop wordt waargenomen, ziet men dat nu en dan een leucocyt een bacillus aantast en in zich opneemt), maar daaruit blijkt slechts dat er strijd wordt gevoerd — niet aan welke zijde de overwinning is. Dat de leucocyten van het konijn althans veel zwakker zijn in den strijd tegen de miltvuurbacillen dan die van den kikvorsch, is duidelijk. Wanneer een leucocyt van den kikvorsch zich in de nabijheid van een bacillus bevindt, kan men, indien ten minste de temperatuur niet te veel van 15° C. afwijkt, er bijna vast op rekenen, dat de cel langzaam maar zeker de bacterie zal naderen, haar in zich op zal nemen, en, is het staafje te lang om geheel opgenomen te worden, zich als een spoel zal uitstrekken, zoodat ten minste een zoo groot mogelijk deel van den bacillus door het lichaam van den phagocyt omsloten wordt. Eenmaal aangetast, wordt de prooi niet losgelaten. Leucocyten van het konijn daarentegen kan men niet zelden, langen tijd achtereen, in de onmiddellijke nabijheid van den miltvuurbacillus zien liggen, zonder dat de aanval beproefd wordt. Heeft de cel, dikwijls na lang dralen, zich om een draad van grootere lengte heengelegd, dan neemt zij betrekkelijk zelden den spoelvorm aan, maar behoudt den vorm van een min of meer onregelmatigen bol, die stil blijft liggen of langzaam langs den draad voortkruipt. Herhaaldelijk ook wordt een eenmaal aangetaste bacillus weer losgelaten.

Neemt men hierbij in aanmerking dat miltvuurbacillen, bij een konijn in de circulatie gebracht, zich zeer sterk vermeerderen, het dier dooden en slechts bij groote uitzondering in leucocyten opgenomen gevonden worden, terwijl er toch in het bloed, in allerlei organen, en bepaaldelijk in de

milt, een groot aantal cellen, die als phagocyten kunnen werken, voorhanden is, dan mag men wel met zeer groote waarschijnlijkheid aannemen, dat de leucocyten van het konijn niet tegen miltvuurbacillen bestand zijn.

Toch worden miltvuurbacillen, in een dialysator opgesloten onder de huid van een konijn gebracht, vernield.

De proeven werden op de volgende wijze genomen. In een platte schaal werden op een laag vleeschwater-pepton-agar-agar miltvuurbacillen gekweekt. Van de met bacillen bedekte gelei werden stukjes ingepakt in onmiddellijk te voren uitgekookt perkamentpapier. De pakjes, met gesteriliseerde draden dichtgebonden, werden bij konijnen onder de huid van den rug geschoven. De huidwond werd daarna zorgvuldig gehecht. Ter controle werd bij een konijn een stukje van dezelfde gelei, niet ingepakt, onder de huid gebracht. Terwijl nu het controledier binnen enkele dagen aan miltvuur bezweek, bleven de andere konijnen in leven. Waren de bacillen vrij van sporen, dan kon na 8 of 9 dagen het pakje onder de huid weggehaald, geopend en bij hetzelfde dier, of bij een ander konijn, of bij een Cavia cobaya onder de huid gebracht worden, zonder miltvuur-infectie teweeg te brengen. Maar ook sporen van miltvuurbacillen worden, onder de huid van het konijn, wanneer zij door inpakken in perkamentpapier slechts verhinderd worden in de circulatie te komen, gedood. Naar het schijnt is daarvoor wat meer tijd — 14 à 20 dagen — noodig.

Bij het mikroskopisch onderzoek bleken de pakjes telkens een aantal leucocyten te bevatten, maar de bacillen zoowel als de sporen waren, zoo niet alle, dan toch voor de overgroote meerderheid vrij gebleven. Soms waren andere bacteriën, micrococcen of staafjes, de pakjes binnengedrongen. Maar in andere gevallen was dit niet zoo, en was er ook in den omtrek der pakjes geen spoor van ettering te bemerken, terwijl toch de bacillen hun virulentie verloren hadden.

Men is dus, naar het spr. voorkomt, wel gedwongen aan te nemen, dat in het voedingsvocht van het onderhuids-bindweefsel bij konijnen een stof voorkomt, die in staat is milt-

vuurbacillen en zelfs miltvuursporen te dooden. Daarmede wordt de beteekenis van METSCHNIKOFF's phagocyten-leer geenszins ontkend. De hier vermelde resultaten geven enkel een bijdrage tot de meening, volgens welke de in het lichaam gedrongen miltvuurbacillen niet *uitsluitend* in cellen opgenomen behoeven te worden om te gronde te gaan.

Geheel in overeenstemming hiermede zijn de uitkomsten van de onderzoekingen, door NUTTALL en in den allerlaatsten tijd door BUCHNER medegedeeld, waaruit bleek dat in het bloed, en wel bepaaldelijk, zooals BUCHNER aantoonde, in het bloedserum van konijnen en honden, stoffen voorkomen, die op verschillende bacteriën, en in het bijzonder ook op miltvuurbacillen, een vergiftigende werking oefenen.

Eene vraag van den Heer KOSTER aangaande den toestand der bacillen na den afloop der proef, en van den Heer STOKVIS over het nemen van eene nader door hem aangeduide contrôle-proef, worden door den spreker beantwoord.

— De Heer DE VRIES spreekt over den klemdraai bij de wilde Kaardebollen (*Dipsacus sylvestris*). In tegenstelling met de heerschende meening, die de gevallen van klemdraai, door ALEXANDER BRAUN *Zwangsdrehung* genoemd, beschouwt als toevallige monstrositeiten, acht de spreker zich gerechtigd, dit verschijnsel voor eene erfelijke variatie te houden. En wel op grond van eene kultuurproef, door hem in 1885 begonnen. Op een bed met *Dipsacus sylvestris*, op het physiologisch terrein van den Hortus Botanicus te Amsterdam, werden in dat jaar twee gedraaide exemplaren gezien. Vóór deze bloeiden, werden alle overige planten derzelfde soort vernietigd. Het zaad van deze beide individuën werd in 1886 gezaaid, doch daar de plant tweejarig is, kon eerst in 1887 worden gezien, of de afwijking in enkele individuën was teruggekeerd. Dit was, op omstreeks 1650 planten, het geval in twee, en nu werden wederom alleen deze twee als zaaddragers uitgekozen; de overige werden vóór den bloeitijd weggesneden. Beide gedraaide individuën droegen rijkelijk zaad. In 1888 werd slechts van één van hen het zaad uitgezaaid. In 1889 bleek, dat onder ruim 1500 exemplaren

er 67 waren, wier hoofdstengel het verschijnsel van den klemdraai, en wel meest in zeer hoogen graad, vertoonde.

Hieruit valt dus af te leiden, dat de klemdraai erfelijk is en, evenals andere variatiën, door cultuurkeus kan worden gefixeerd. Het voornemen bestaat, in deze richting nog verder voort te gaan.

Tevens was door deze cultuur een zoo rijk materiaal voor het morphologisch en physiologisch onderzoek van het verschijnsel gewonnen, als nog nooit iemand in handen had gehad. Het gelukte daarmede de hypothetische verklaring, vóór omstreeks 40 jaren door Braun gegeven, in alle afzonderlijke punten, aan waarneming en experimenten te toetsen. De uitkomst was, dat deze verklaring volkomen juist bleek te zijn. Het microscopisch onderzoek van den groeitop van groeiende exemplaren toonde duidelijk, dat de bladstand, gewoonlijk bij deze soort een kruisgewijze, in de gedraaide planten één spiraalsgewijze is. En evenzeer, dat de bladbases in de richting dier spiraal samenhangen. Daarmede zijn de, anders afgescheiden tusschenschotten in den hollen stengel hier tot een inwendige schroeflijn vereenigd. Deze lijn is de klem, die de internodiën, bij hunnen groei, dwingt zich te draaien. Want snijdt men deze lijn tusschen de bladeren, vlak vóór dien groei, door, zoo gelukt het, het draaien ten minste hier en daar, te voorkomen. Men krijgt dan rechte internodiën in den overigens gedraaiden stengel.

De Heer Suringar, die meent dat de verklaring van het verschijnsel meer nog bij den stengel dan bij de bladeren gezocht moet worden, wordt door den spreker beantwoord.

— De Heer van Bemmelen deelde het volgende mede betreffende een onderzoek, door Dr. Bakhuis Roozeboom in het Scheikundig Laboratorium der Universiteit te Leiden verricht.

De Heer R. was aan het einde van zijn onderzoek omtrent het gedrag van zouten tegenover water tot deze slotsom gekomen: dat in het algemeen de oplosbaarheid voorgesteld kan worden door eene reeks van kromme lijnen voor de verschillende hydraten, ten laatste voor het anhydrische zout, welks oplossingslijn tot aan zijn smeltpunt kan voortgezet

worden; tenzij dan dat te voren het water ontledend gaat werken, of wel dat dit smeltpunt boven de kritische temperatuur van water ligt, waarbij een afwijkend gedrag mogelijk wordt.

Er is evenwel nog eene andere omstandigheid, die het normale beloop der oplosbaarheid storen kan, namelijk het ontstaan van eene nieuwe vloeistoflaag, veroorzaakt door het niet mengbaar zijn van het zout en het water in alle verhoudingen. De Heer Roozeboom heeft hieromtrent eenige waarnemingen gedaan.

In 't algemeen is het ontstaan van eene tweede vloeistoflaag bij het vervolgen der oplosbaarheid van eene vaste stof geene onbekende zaak. Ongetwijfeld behoort hiertoe het zoogenaamde vervroegde smelten van vele stoffen onder water, wat onmogelijk anders zijn kan dan de vorming eener nieuwe oplossing van grootere concentratie dan de reeds aanwezige. Naarmate dit verschijnsel dichter bij het smeltpunt plaats vindt, zal de gevormde laag minder water bevatten.

Alexejew heeft dit verschijnsel voor 't eerst bestudeerd bij de oplossingen van phenol en van benzoëzuur in water. Bij eene zekere temperatuur treedt als tweede vloeistoflaag eene zeer sterke oplossing dezer stoffen op. Beneden die temperatuur kan de vaste stof naast de 1ste oplossing; boven die temperatuur kan, hetzij de vaste stof naast de 2de bestaan (mogelijkerwijs tot aan haar smeltpunt), òf wel de beide vloeistoflagen nevens elkaar tot aan hun mengpunt.

Genoemde temperatuur duidt, in de voorstelling der druklijnen voor de verschillende systemen, een quadrupelpunt aan.

Soortgelijke gevallen zouden zich nu ook bij zouten kunnen voordoen. Bij sommige zouten der hoogere vetzuren zijn zelfs gevallen van afscheiding als olieachtige laag bekend, gewoonlijk echter in tegenwoordigheid van vreemde stoffen. Van andere zouten dier reeks, welke bij laag smeltpunt geringe oplosbaarheid vertoonen, onderzocht de Heer R. er twee: heptylzuurlood en nonylzuurcadmium, welwillend door Prof. Franchimont ter zijner beschikking ge-

steld. In de nabijheid van hun smeltpunt veranderen zij ook onder water. Er vormen zich echter geene nieuwe vloeistoflagen, maar taaie massa's wier verder onderzoek onmogelijk is. Zulks geschiedt ook bij het appelzuur lood: een zout, waarvan de zoogenaamde smeltbaarheid onder water sinds lang opgegeven werd. Ongetwijfeld scheiden zich in al deze gevallen basische zouten af.

Onder de meer oplosbare zouten onderzocht de Heer R. het ammoniumacetaat en het natriumsulfocarbonaat. Bij geen van beide werd laagvorming waargenomen, in weerwil dat zulks bij het tweede zout intreedt na toevoeging van alcohol tot de oplossing. Het eerste zout is bij zijn smeltpunt zelfs in alle verhoudingen met water mengbaar.

Een goed voorbeeld van de scheiding eener zoutoplossing in twee lagen vond de Heer R. eindelijk in een zout, door den Heer VAN ROMBURGH ontdekt, het kaliumzout van trinitrooxyphenylmethylnitramine $C_6H(NO_2)_3N{}^{CH_3}_{NO_2}OK$. Neutraliseert men eene oplossing van het zuur met K_2CO_3, dan scheidt zich, als de oplossing niet te slap is, eene zeer geconcentreerde laag af, die na eenigen tijd het vaste zout afzet. Beide vloeistoflagen kunnen bij eene reeks van temperaturen bestaan. Daar bij verhooging der temperatuur het watergehalte der onderlaag en het zoutgehalte der bovenlaag toenemen, worden hunne samenstellingen meer en meer aan elkander gelijk, en is bij $34^o.6$ hun mengpunt bereikt.

Evenwel zijn beide deze oplossingen labiel ten aanzien van het vaste zout, omdat zij beide geconcentreerder zijn dan de oplossing, die met het vaste zout in evenwicht bestaan kan. Daarom zetten zij, vooral de sterkere onderlaag, na korter of langer tijd, het zout af.

Bij het vervolgen der oplosbaarheid van het vaste zout, treedt daarom ook nimmer de tweede vloeistoflaag op, daar de verzadigde oplossingen daartoe te slap zijn. Wel verkrijgt men eene tweede laag, wanneer men de met het vaste zout bereide oplossingen min of meer beneden 35^0 afkoelt, omdat de uitscheiding van het vaste zout bij afkoeling zeer traag geschiedt.

Uit de sterkere oplossingen scheidt zich dan de bovenlaag, uit de slappere de onderlaag als tweede vloeistof uit. Het gedrag van dit zout stemt in alle opzichten overeen met dat van salicylzuur tegenover water, door ALEXEJEW onderzocht.

Geen enkel voorbeeld van de vorming eener tweede vloeistoflaag naast het vaste zout aangetroffen zijnde, zocht de Heer R. bij de anorganische zouten.

Ook daarbij is de scheiding in twee lagen wel waargenomen bij toevoeging van vreemde stoffen, voornamelijk alcohol, tot de oplossing, doch nimmer bij de waterige oplossingen alleen. Het verschijnsel scheen het best te verwachten te zijn bij zouten met lage smeltpunten. Hierbij dient afzonderlijk gelet op anhydrische en op hydratische zouten.

Het aantal anhydrische zouten met laag smeltpunt is zeer gering. Voor de meesten ligt het zelfs boven de kritische temperatuur van water. Voor de anderen schijnt de regel te zijn, dat de oplosbaarheid in water regelmatig stijgt totdat ze bij het smeltpunt oneindig wordt. Was dit voor kort slechts bekend van het KNO_3, onlangs werd dit door ETARD ook bevestigd gevonden bij $NaNO_3$, $AgNO_3$ en $KClO_3$. De Heer R. vond dit zelfde gedrag ook bij NH_4NO_3, NH_4HSO_4, $KHSO_4$ en $HgBr_2$, smeltende bij 165°, 160°, 200° en 230°. Ook het $AlBr_3$ is bij zijn smeltpunt (95°) met water mengbaar, doch hierbij vormt zich, door toevoeging van meer water, een vast hydraat.

Onder de weinig oplosbare zouten met niet al te hoog smeltpunt behoort het HgI_2 (smelt p. 250°). Wegens de zeer geringe oplosbaarheid neemt echter de druk van den waterdamp bij hooge temperatuur zoozeer toe, dat het nimmer gelukte het smeltpunt te bereiken en alzoo waar te nemen of in deszelfs nabijheid zich het vaste zout tot eene tweede vloeistoflaag van groote concentratie omzette.

Als men het $AsBr_3$ tot de zouten wil rekenen, kan dit echter als voorbeeld dienen voor het gezochte verschijnsel. Beneden 24° lost dit tamelijk in water op. Bij deze temperatuur smelt het onder de oplossing en vormt eene tweede vloeistoflaag die een weinig water bevat. Beide vloeistoflagen kunnen boven 24° tot zeer hooge temperatuur nevens elkan-

der bestaan (bij 200^0 zijn ze nog niet gemengd); het $AsBr_3$ kan met de tweede vloeistoflaag bestaan van 24^0 tot zijn smeltpunt 27^0,5.

Toch is ook dit verschijnsel niet geheel eenvoudig, want er heeft gedeeltelijke ontleding plaats onder afscheiding van eenig As_2O_3.

Onder de zouthydraten zijn er genoeg, die een laag smeltpunt bezitten; doch bij geene daarvan is laagvorming uit de oplossing waargenomen. Regel bij dezelve schijnt te zijn: òf dat hunne oplosbaarheid regelmatig stijgt tot aan hun smeltpunt, òf dat beneden die temperatuur zich eene waterarmere laag, niet in vloeibaren, maar in vasten toestand afscheidt.

— De Commissie voor de geologische kaart van Nederland brengt, bij monde van den Heer VAN BEMMELEN, het voorstel ter tafel, dat de Afdeeling zich wende tot Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken om er op te wijzen, dat van Gouvernementswege velerlei werken ondernomen worden, die tot het opdoen van kennis omtrent den aard van onzen bodem zouden kunnen strekken, zoo zij slechts in de tegenwoordigheid van deskundigen werden uitgevoerd, doch die, juist omdat deze daar ter plaatse gemist worden, voorbijgaan zonder dat iemand er kennis van neemt. De Commissie zou daarom wenschen, dat de Afdeeling in kennis mocht worden gesteld met al wat op het maken van insnijdingen, van grondboringen enz. betrekking had, en dat de Minister dan een jaarlijksch crediet van *f* 500 toestond, waaruit bijv. de reis- en verblijfkosten bestreden zouden kunnen worden van personen, die namens de Commissie met het geologisch onderzoek belast werden, en verder enkele uitgaven, noodig om een voorzichtig transport van gevonden voorwerpen en het op geschikte wijze bewaren daarvan mogelijk te maken.

Na eenige discussie, waaruit bleek, dat de bedoeling was, de subsidie aan te vragen voor de jaren, die nog verloopen zullen alvorens de uitgave der nieuwe geologische kaart bezorgd zal zijn, wordt besloten, den Minister, uit naam der Afdeeling, met de door de Commissie geuite wenschen bekend te maken.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

VOORSTEL

VAN DE

COMMISSIE VOOR DE GEOLOGISCHE KAART VAN NEDERLAND.

Op de buitengewone Vergadering van deze Afdeeling der Akademie, gehouden op den 25sten Mei 1889, werd door den Heer MARTIN het voorstel gedaan, zich tot den Minister van Binnenlandsche zaken te wenden, ten einde:

1⁰. den Minister opmerkzaam te maken op de omstandigheid, dat in de laatste jaren allerlei werken van Regeeringswege zijn of worden uitgevoerd, zonder dat daarvan nut wordt getrokken voor de vermeerdering onzer kennis van de geologische gesteldheid van Nederland, daarbij den Minister herinnerende aan het antwoord, dat de Afdeeling in haar schrijven van den 20sten Juni 1887 op eene destijds door den Minister gedane vraag betreffende de geologische kaart van Nederland heeft gegeven;

2⁰. den Minister te verzoeken, op de hoogte te worden gehouden van werkzaamheden, die op last der Regeering worden verricht en welke voor de verzameling van gegevens voor de Geologie van Nederland van belang kunnen wezen, zijnde: grootere uitgravingen bij den aanleg van kanalen van spoorwegen, benevens boringen;

3⁰. te mogen ontvangen een crediet van jaarlijks *f* 500, ten einde van de onder 2 vermelde werkzaamheden de noodige vruchten te kunnen plukken.

Nadat door den Secretaris der Afdeeling het denkbeeld was geopperd, deze zaak op een gewone Vergadering nader te behandelen, en na eenige gedachtenwisseling met den

Heer VAN DIESEN, verklaarde de Heer MARTIN zich bereid, genoemde voorstellen in de eerstvolgende gewone Vergadering te herhalen en verder toetelichten, of wel zulks aan de Commissie voor de geologische kaart te verzoeken.

De Voorzitter stelde voor, den laatstgenoemden weg inteslaan.

Gevolg gevende aan deze door de Afdeeling gegeven opdracht, heeft de Commissie de eer het voorstel nader toetelichten.

Zooals reeds vroeger door de Commissie werd opgemerkt, is het voor de beoordeeling der geologische gesteldheid van Nederland van het allerhoogste belang, goede profielen te verkrijgen, die de vertikale opeenvolging der lagen aantoonen. Dergelijke profielen zijn in het aan stroomende beken zoo arme en over het algemeen zoo vlakke Nederland door de natuur zelden gegeven, doch kunnen bij grootere kunstmatige insnijdingen van den bodem dikwijls zeer gemakkelijk verkregen en door putboringen, met zekeren graad van nauwkeurigheid, gereconstrueerd worden. Een enkele kunstmatige ontsluiting van den bodem kan mogelijk meer inlichtingen over de geognotische gesteldheid van het land geven, dan een jaren lang voortgezet onderzoek, hetgeen zich tot de oppervlakte moet bepalen. Het is echter duidelijk, dat men de kunstmatige insnijdingen intijds moet bestudeeren en zoo mogelijk gedurende den arbeid, dien de ingenieurs verrichten, herhaaldelijk moet bezoeken, teneinde daaruit werkelijk nut voor de geologie te kunnen trekken. Later toch worden die insnijdingen in den regel kunstmatig door zoden of steenen bedekt, of wel door een natuurlijken plantengroei aan het oog onttrokken, zoodat de profielen niet meer samengesteld kunnen worden. Daarom is het noodig, tijdig van alle groote uit- of afgravingen te worden verwittigd.

Bij putboringen bestaan wel is waar de vermelde gevaren niet, maar ook hier is een tijdige kennisgeving hoogst wenschelijk, teneinde met betrokken ingenieurs wegens het verzamelen van boormonsters in overleg te treden, hetgeen wel is waar volgens een algemeen schema kan geschieden, maar toch voor enkele gevallen in bijzonderheden dient overlegd te worden. Dat putboringen van grootere diepte uitkomsten kunnen

geven, die door gravingen niet te verkrijgen zijn, spreekt van zelf, maar ook boringen van kleinere diepte kunnen, behoorlijk verzameld, de uitgestrektere insnijdingen van den bodem tot zekere hoogte vervangen.

Het behoeft nauwelijks gezegd te worden, dat het opnemen van profielen en het verzamelen van de daarin waargenomen gronden en gesteenten — zullen zij voor geologische studiën van dienst zijn — alleen door een geoloog kunnen geschieden en dat dergelijke werkzaamheden bij wijlen veel tijd en een verblijf ter plaatse zullen vereischen, terwijl het ook bij putboringen noodig is, dat een geoloog nauwkeurig kennis neme van het terrein, waarop die boringen plaats hebben.

Om die reden wordt een crediet van jaarlijks *f* 500 gevraagd, ter voorziening in de reis- en verblijfkosten en andere kleine onkosten voor de persoon, die zich in elk bizonder geval met de opneming zoude willen belasten. De bedoeling daarbij is, de werkzaamheden naar vrije keuze door geologen, zoowel buiten als binnen de Akademie van Wetenschappen, te doen verrichten, zonder dat daarbij geldelijke voordeelen worden genoten. Mogelijk, dat niet elk jaar van het gevraagde crediet gebruik wordt gemaakt.

De te verzamelen voorwerpen, afkomstig uit bedoelde insnijdingen en putboringen, moeten door den verzamelaar aan eene reeds bestaande geologische Rijksverzameling worden afgeleverd, en met zoodanige aanteekeningen voorzien, als voor de wetenschappelijke bewerking noodig zal wezen. De verzamelaar heeft natuurlijk in de eerste plaats het recht om de door hem verkregen uitkomsten te publiceeren; mogt hij evenwel van dit recht, na afloop van een nader te bepalen tijdstip, geen gebruik hebben gemaakt, dan zouden de bijeengebrachte verzamelingen en aanteekeningen ook voor wetenschappelijke onderzoekingen, door anderen ingesteld, dienst mogen doen.

Mocht het gevraagde crediet tijdelijk niet voor de boven omschreven doeleinden gebruikt worden, dan zou het ook kunnen dienen tot het bijeenbrengen van geognostische verzamelingen en gegevens, die zonder insnijdingen of boringen aan de oppervlakte van het land kunnen verkregen worden en voor welk onderzoek de omstandigheden juist bizonder

gunstig zijn, terwijl het verzamelde op dezelfde wijze kan bewaard en bewerkt worden als het materiaal, langs den eerst vermelden weg verkregen.

De Commissie vertrouwt, dat op deze wijze, zonder al te groote onkosten, belangrijke gegevens omtrent den geognostischen bouw van Nederland kunnen verkregen worden; gegevens, die wel is waar niet rechtstreeks tot de vervaardiging van de geologische kaart voeren, maar toch de vervaardiging daarvan later zeer zullen vergemakkelijken en bekorten, en die, ook geheel afgescheiden van eene kaart, de wetenschappelijke kennis der geologie van Nederland in hooge mate moeten bevorderen.

De Commissie meent ook met nadruk er op te moeten wijzen, dat in de laatste jaren reeds materiaal tot onderzoek is verloren gegaan, en dat men, door geen gebruik te maken van kunstmatige insnijdingen en putboringen, zich aan groot verzuim zal schuldig maken, aangezien in dit geval gegevens ongebruikt verloren gaan, die naderhand òf in 't geheel niet meer, òf alleen met zeer groote onkosten te verkrijgen zullen zijn.

De Commissie wijst in het bizonder ook op de omstandigheid, dat reeds sedert geruimen tijd belangrijke insnijdingen en grondboringen plaats grijpen voor het nieuwe Merwedekanaal en voor de verlegging van den Maasmond, en welligt ook voor andere werken, zonder dat daarvan in bedoelden geest eenig nut voor de geologie van Nederland werd getrokken.

Mocht de Regeering het voorstel willen goedkeuren en aan de Akademie van Wetenschappen het gevraagde crediet toestaan, dan zal de wijze, waarop hiervan gebruik moet worden gemaakt, nog nader moeten worden omschreven dan boven in algemeene trekken is geschied. Het zal zaak zijn, eene *eenvoudige* wijze van beheer van het crediet in het leven te roepen, teneinde zonder veel omslag in elk bizonder zich voordoend geval te kunnen werken. Voor het oogenblik echter meent de Commissie hieromtrent nog in geen nadere bizonderheden te moeten treden.

Kan het boven ontworpen denkbeeld de instemming en

medewerking van Zijne Excell. den Minister van Binnenlandsche Zaken verwerven, dan zoude door den invloed van dit Ministerie ook de onmisbare hulp van de Ministers van Waterstaat en Oorlog kunnen worden verkregen. Het zal dan namelijk noodig zijn, dat de ingenieurs van den waterstaat en de officieren der genie uitgenoodigd worden, de Akademie te verwittigen van de tijdstippen, waarop het bezoek van een geoloog voor het verkrijgen van kennis van den bodem nuttig kan zijn. Vrijdom van briefport voor dit doel zoude daarbij tevens dienen verleend te worden voor de correspondentie tusschen den met het onderzoek te belasten geoloog en de leden van het corps van den waterstaat zoowel als de officieren van de genie. Ook daarvoor zoude de medewerking van den Minister van Waterstaat moeten worden ingeroepen.

BEHRENS, *Voorzitter.*
VAN DIESEN.
VAN RIEMSDIJK.
J. M. VAN BEMMELEN.
K. MARTIN.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 28 September 1889.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DER WAALS, Onder-Voorzitter, HUBRECHT, KORTEWEG, ENGELMANN, PEKELHARING, KAPTEYN, SURINGAR, FRANCHIMONT, HOEK, MAC GILLAVRY, HOFFMANN, KAMERLINGH ONNES, RIJKE, FORSTER, STOKVIS, ZAAIJER, BIERENS DE HAAN, ZEEMAN, RAUWENHOFF, MICHAËLIS, SCHOUTE, MOLL, LORENTZ, DE VRIES, BUYS BALLOT, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, GRINWIS, PLACE en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het koninklijk zoölogisch Genootschap Natura Artis Magistra te Amsterdam, 3 Augustus 1889; 2°. A. J. ENSCHEDE, Bibliothecaris van de Stads-Bibliotheek te Haarlem, 29 Juni 1889; 3°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator aan Teyler's Stichting te Haarlem, 11, 27 Juli 1889; 4°. W. P. WOLTERS, Bibliothecaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 22 Augustus 1889; 5°. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris van de polytechnische School te Delft, 2 Augustus 1889; 6°. G. J. W. BREMER, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 20

Juli, 17 September 1889; 7⁰. Gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwarden, 8 Augustus 1889; 8⁰. F. Czermak, Secretaris van het naturforschende Verein te Brunn, Februari 1889; 9⁰. F. Krauss, Secretaris van het Verein für vaterländische Naturkunde te Stuttgart, 15 Mei 1889; 10⁰. G. Voss, Secretaris van de naturforschende Gesellschaft te Emden, 9 September 1889; 11⁰. den Secretaris van de Societá Italiana d'Antropologia te Florence, 1889; 12⁰. J. Biana, Bibliothecaris van de Academia Romana te Bucharest, 23 September 1889; 13⁰. W. Nenable, Secretaris van de Elisha Mitchell scientific Society te Chapel Hill, 14 September 1889; 14⁰. M. Perez, Directeur van het Observatorio central te Mexico, 25 Juni 1889; 15⁰. J, Thorburn, Bibliothecaris van de geological and natural History Survey te Sussex, 14 Augustus 1889; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1⁰. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 'sGravenhage, 12 Juli, 12, 28 Augustus, 3, 20 September 1889; 2⁰. het Ministerie van Marine te 'sGravenhage, 20 Augustus 1889; 3⁰. J. Bosscha, Secretaris van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 10 Juni 1889; 4⁰. W. P. Wolters, Bibliothecaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 11 Juli 1889; 5⁰. M. F. A. G. Campbell, Bibliothecaris van de Koninklijke Bibliotheek te 'sGravenhage, 6 September 1889; 6⁰. den Directeur van het koninklijk Nederlandsch meteorologisch Instituut te Utrecht, 21 Augustus 1889; 7⁰. het Ministère de l'Intérieur de Belgique te Brussel, 10 September 1889; 8⁰. F. Nicholson, Bibliothecaris van de literary and philosophical Society te Manchester, 1889; 9⁰. E. P. Wright, Secretaris van de royal Irish Academy te Dublin, 1889; 10⁰. Siegel, Secretaris van de kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen, 20 Maart 1889; 11⁰. Mommsen, Secretaris van de preuss. Akademie der Wissenschaften te Berlijn, Juli 1889; 12⁰. von Bezold, Directeur van het kön. preuss. meteorologisches Institut te Berlijn, 1889; 13⁰. For-

STEMANN, Archivaris van de kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 20 Februari 1889; 14°. A. PEUCKERT, Secretaris van het Verein für Erdkunde te Dresden, 1889; 15°. den Secretaris van het historische Verein für Unterfranken und Aschaffenburg te Würzburg, 1 October 1888; 16°. N. VAN HERVEKE, Secretaris van het Institut Luxembourgeois, section historique, te Luxemburg, 1889; 17°. H. WILD, Directeur van het Observatoire physique central te St. Petersburg, 20 Januari 1889; 18°. den Directeur van het Musée public te Moscou, 18 Augustus 1889; 19°. F. JEPPE te Pretoria, Maart 1889; 20°. J. C. PILLING, Directeur van de U. S. geological Survey te Washington, 2 Februari 1889; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Brieven van verontschuldiging over het niet bijwonen van de Vergadering van de Heeren VAN DE SANDE BAKHUYZEN, SCHOLS, VAN DIESEN, J. A. C. OUDEMANS en A. C. OUDEMANS JR.

2°. Een schrijven van den Hoogleeraar FÜRBRINGER te Jena, waarin dank wordt gezegd voor den hem aangeboden titel van correspondeerend Lid.

3°. Een schrijven van den Heer Dr. FLEISCHMANN, privaatdocent in de zoölogie aan de Universiteit te Erlangen, de mededeeling behelzend, dat de Hoogleeraar E. SELENKA aldaar, wien mede, als oud-lid der Akademie, het correspondeerend lidmaatschap werd opgedragen, zich buitenslands bevindt en dus voorloopig op de hem te beurt gevallen onderscheiding niet kan antwoorden.

4°. Een brief van den Heer Dr. JAN DE VRIES, leeraar aan de H. B. S. te Kampen, ter begeleiding van eene verhandeling »Over eene groep van regelmatige vlakke configuraties en eenige daarmede samenhangende vlakke configuraties van punten en krommen". Tot rapporteurs over dien arbeid worden benoemd de Heeren BIERENS DE HAAN en VAN DEN BERG.

— De Heeren BIERENS DE HAAN en VAN DEN BERG brengen een gunstig rapport uit over de door den Heer Dr. JAN DE VRIES in Mei jl. aangeboden verhandeling. Hunne conclusie om haar te bestemmen voor de Verslagen en Mededeelingen wordt aangenomen.

— De Heer SURINGAR levert eene nieuwe bijdrage tot de kennis der Melocacti van Aruba en deelt mede, wat over de ontwikkeling dier planten uit zaad en haar verderen groei door hem werd waargenomen. Hij geeft verder een overzicht van de wijze, waarop de Melocacti, op grond hunner natuurlijke verwantschap, gerangschikt zouden kunnen worden en sluit met philogenetische beschouwingen en het teekenen van een stamboom der soorten, zooals hij zich dien, op dit oogenblik, voorstelt. De waarnemingen werden, behalve aan de door hem zelven medegebrachte voorwerpen, ook gedaan aan andere, hem door de Heeren pastoors VAN KOOLWIJK en VAN BAARS toegezonden. De verhandeling wordt aangeboden voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer SCHOUTE spreekt »over viervlakken, door gelijkvormige driehoeken begrensd" en licht zijne voordracht door kartonnen voorwerpen toe. Zijne mededeeling zal in de Verslagen en Mededeelingen worden opgenomen. Een paar vragen, door den Heer GRINWIS gedaan, worden door den spreker beantwoord.

— Daar het den 19den December twee jaar geleden zal zijn, dat de notarieele acte gepasseerd werd, waarbij het zoogenoemde Buitenzorgfonds werd gesticht, acht de Voorzitter den tijd gekomen om — in overeenstemming met de voorwaarde, waarop, om de twee jaar, uit 's Lands kas eene subsidie voor de uitzending van een botanicus naar het station te Buitenzorg beschikbaar zal worden gesteld — de Hoogleeraren in de Botanie aan de drie Rijks-Universiteiten uit te noodigen, in de October-vergadering der Afdeeling eene aanbeveling in te dienen van hem, wien zij die zending wenschen te zien opgedragen. De Heeren SURINGAR

en RAUWENHOFF, ter Vergadering tegenwoordig, nemen op zich, zich met den Heer DE BOER, Hoogleeraar te Groningen, in verbinding te stellen om zich van de hun gedane opdracht te kwijten.

— De Heer ENGELMANN biedt voor de Verslagen en Mededeelingen aan een opstel van Dr. HAMBURGER te Utrecht: »Over de permeabiliteit der roode bloedlichaampjes in verband met de isotonische coëfficiënten". Op verzoek van den Voorzitter, zullen de Heeren ENGELMANN en DE VRIES daarover rapporteeren in de October-vergadering.

— De Heer PEKELHARING biedt voor de 4° werken der Akademie eene verhandeling aan van Dr. HAGEN te Deli, thans te Hamburg: »Ueber Körpergrösse und Wachsthumsverhältnisse der Süd-Chinesen". Aan de Heeren ZAAIJER en PEKELHARING wordt opgedragen daarover rapport uit te brengen.

— De Heer KAMERLINGH ONNES biedt, uit naam van Mevr. de Wed. MEES-GOCKENGA te Groningen, het photographisch portret aan van wijlen haren echtgenoot Dr. R. A. MEES, lid der Akademie. Het geschenk wordt met erkentelijkheid aanvaard en den Secretaris opgedragen Mevr. de Wed. MEES daarvoor den dank der Afdeeling over te brengen.

— De Heer STOKVIS biedt voor de boekerij der Akademie de dissertatie aan van Dr. J. DE BRUYN: »Bijdrage tot de leer der geelzucht, met het oog op de vergiftige werking der bilirubine" en licht kortelijk de uitkomsten toe, door den schrijver van het proefschrift verkregen.

De Heer C. A. J. A. OUDEMANS biedt aan voor de Boekerij zijne: Treizième Contribution à la Flore mycologique des Pays-Bas.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

VERSLAG

OVER DE

VERHANDELING VAN Dr. JAN DE VRIES,

GETITELD:

OVER VLAKKE CONFIGURATIES, WAARIN ELK PUNT MET TWEE LIJNEN INCIDENT IS.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN EN F. J. VAN DEN BERG.

De verhandeling van Dr. J. DE VRIES »over vlakke configuraties, waarin elk punt met twee lijnen incident is", waarvan de Afdeeling ons de beoordeeling heeft opgedragen, begint met eenige algemeene opmerkingen.

De vlakke configuratiën, waarin elk punt twee lijnen draagt, kunnen in twee groepen verdeeld worden,

$((2i+1)\,n_2,\ 2\,n_{2i+1})$, met een even aantal lijnen

$(in_2,\ n_{2i})$ met een willekeurig aantal lijnen.

Zij kunnen uit volledige veelzijden worden afgeleid; want voegt men aan deze conf. de punten toe, waarin elke lijn gesneden wordt door de van haar gescheiden lijnen, dan ontstaan er nieuwe conf.

$$(n\,(m-1)_2,\ 2\,n_{m-1}) \quad \text{of} \quad (\tfrac{1}{2}\,n(n-1)_2,\ n_{n-1}),$$

d. i. eene volledige $2n$-zijde, of eene volledige n-zijde.

Hare lijnen met de toegevoegde punten vormen evenzeer eene conf.

$$((m - 2\,i - 2)\,n_2,\ \ 2\,n_{2n-2i-2})$$

of

$$(\tfrac{1}{2}\,n\,(n - 1 - 2\,i)_2,\ \ n_{n-1-2i}).$$

Twee conf., die elkander tot eene volledige veelzijde aanvullen, heeten elkanders *complementen*. Het complement van de conf. $(n(2\,n - 2)_2,\ 2\,n_{2n-2})$ is een groep van n gescheiden punten; en nu wordt de hoofd-n-hoek der volledige $2n$-zijde aangegeven door de n verbindingen

$$12,\ 34,\ 56, \ldots (2\,n - 1)\,2\,n,$$

of snijpunten telkens van twee gescheiden lijnen uit de door 1 tot $2\,n$ aan te duiden lijnen der conf.

Voor de conf. $(\tfrac{1}{2}\,n\,(n - 3)_2,\ n_{n-3})$ is het complement de conf. n_2, d. i. een n-hoek, of het zamenstel van eenige veelhoeken, die te zamen n zijden bezitten; en dit laatste kan op onderscheidene wijzen plaats grijpen. Daaruit volgt de stelling.

Het aantal verschillende conf. $(\tfrac{1}{2}\,n(n-3)_2,\ n_{n-3})$ is eene eenheid meer dan het aantal mogelijke wijzen van verdeeling van n eenheden in groepen, die op zijn minst drie eenheden bevatten.

Thans beschouwt schrijver in het bijzonder § 2—7 de conf. $(3\,n_2,\ 2\,n_3)$ en § 8, 10 de conf. $(2\,n_2,\ n_4)$.

Voor de eerste conf. is het eenvoudigste geval de vierzijde voor $n = 2$. Voor $n = 3$ geeft zij de zeszijde; het complement is of een zeshoek, of het zamenstel van twee driehoeken. Het eerste geval geeft de conf. $(9_2,\ 6_3)\,B$, waarvoor tabel 2; het tweede geeft $(9_2,\ 6_3)\,A$, waarvoor tabel 1. Zij komen in eene vroegere verhandeling van den schrijver (*Versl. en Mededeel.*, Dl. V, blz. 118) voor als de restfiguren van elke lijn der conf. $(12_4,\ 16_3)\,B$ en $(12_4,\ 16_3)\,A$.

De conf. $(9_2, 6_3)B$ bezit zes trigonische en drie atrigonische punten: zij bestaat uit twee driehoeken, waarvan de zijden elkander in drie conf. punten snijden; zijn die drie punten collineair, en is er dus een driepuntige diagonaal, dan maakt de conf. deel uit van de 10_3 van DESARGUES.

De conf. $(9_2, 6_3)A$ is atrigonisch; elk harer lijnen behoort tot zes vierhoeken; elk harer punten tot vier vierhoeken.

Nu leert schrijver de verschillende conf. $(3(n-1)_2, 2(n-1)_3)$ zoo vervormen, dat zij alle conf. $(3n_2, 2n_3)$ opleveren, die of minstens één punt bevatten, dat niet incident is met ééne zijde van één conf. driehoek [de atrigonische vervorming α], of die minstens één conf. driehoek bevatten [de trigonische vervorming τ]; of evenzoo de conf. $(3(n-2)_2), 2(n-2)_3)$ zoo, dat zij alle conf. $(3n_2, 2n_3)$ geven, die minstens één ditrigonisch punt bevatten [de ditrigonische vervorming δ]. Hierbij blijkt, dat éène dezer vervormingen nog doorgaat, wanneer één der punten van de vervorming of reeds in de conf. voorhanden is, of dat de lijnen, waardoor dit punt gevormd moet worden, identisch zijn.

Wanneer men de vervorming α op de conf. $(9_2, 6_3)A$ en langs onderscheidene manieren op de conf. $(9_2, 6_3)B$ toepast, de vervorming δ eenmaal op eene vierzijde en nog de vervorming eenmaal op de conf. $(9_2, 6_3)B$, verkrijgt men slechts vijf onderscheidene conf. $(12_2, 8_3)$. Deze verschillen daarin, dat zij al of niet atrigonische, trigonische, ditrigonische, tetragonische, ditetragonische, pentagonische, dipentagonische, tetrapentagonische en tetrahexagonische punten bevatten; en evenzeer trigonische, ditrigonische, tetragonische, ditetragonische, tritetragonische en dipentagonische lijnen.

Deze vijf verschillende conf. $(12_2, 8_3)$ noemt schrijver A, B, C, D, E; zij worden voorgesteld door de tabellen 5, 3, 8, 6 en 7; deze bevatten respective 3, 5, 8, 6, 15 koppels, zooals schrijver moest bepalen, vóór dat hij ze verder konde vervormen, en nu ontstaan door de vervormingen α en τ de volgende 18 onderscheidene conf. $(15_2, 10_3)$, en wel met:

soorten van punten.	soorten van lijnen.	met de tabel.	uit de conf. $(12_2, 8_3)$.
1	1	13	*B*
2	1	9	*A*
2	1	14	*B*
2	2	15	*C*
3	3	24	*E*
4	2	27	*E*
4	3	11	*A*
4	3	21	*C*
4	4	23	*E*
5	3	25	*E*
5	3	26	*C*
5	4	17	*C*
6	3	12	*A*
6	3	18	*C*
6	4	19	*C*
7	5	22	*D*
8	6	16	*C*
8	6	20	*C*

In § 8, 10 gaat schrijver over tot de tweede soort van conf., namelijk $(2\,n_2, n_4)$.

Het eenvoudigste geval is hier de vijfzijde voor $n = 5$: daarop volgt voor $n = 6$ de conf. $(12_2, 6_4)$, die uit de zeszijde af te leiden is. Nu komt er voor $n = 7$ de conf. $(14_2, 7_4)$, wier complement of een zevenhoek is, of het zamenstel van één vierhoek en één driehoek; in het eerste geval heet de conf. $(14_2, 7_4)\,A$, in het tweede $(14_2, 7_4)\,B$.

Wat de conf. $(16_2, 8_4)$ voor $n = 8$ betreft, deze heeft tot complement twee conf. $(6_2, 4_3)$, of wel eene der vijf bovenvermelde conf. $(12_2, 8_3)$. Schrijver gaat het onderscheid na tusschen deze zes verschillende conf. $(16_2, 8_4)$ en geeft daarvoor de tabellen 31, 33, 32, 36, 34, 35.

Met de conf. $(18_2, 9_4)$ is het anders gesteld, daar haar complementen evenzeer den vorm $(18_2, 9_4)$ bezitten. Schrijver tracht nu een weg te vinden, om ze uit de conf. $(16_2, 8_4)$ af te leiden, en leidt als slotsom de volgende algemeene stelling af.

Alle conf. $(2\,n_2,\ n_4)$ kunnen bepaald worden, zoodra de verschillende conf. $((2\,n-2)_2,\ (n-1)_4)$ en conf. $((2\,n-10)_2,\ (n-5)_4)$ bekend zijn.

Ook het opnemen van dit opstel in uwe Verslagen en Mededeelingen raden wij gaarne aan.

Leiden en *Hilversum*,
September 1889.

D. BIERENS DE HAAN.
F. J. VAN DEN BERG.

OVER VLAKKE CONFIGURATIES,

WAARIN

ELK PUNT MET TWEE LIJNEN INCIDENT IS.

DOOR

JAN DE VRIES.

1. De vlakke cf., waarin elk punt twee lijnen draagt, kunnen in twee groepen gescheiden worden: de eerste groep omvat dan de cf.

$$((2i + 1)\, n_2,\ 2\, n_{2i+1}),$$

die alleen voor een even aantal lijnen kunnen bestaan, de tweede, waartoe alle cf.

$$(i\, n_2,\ n_{2i})$$

behooren, bevat cf. voor elk aantal lijnen. Tot deze tweede groep moeten blijkbaar alle niet volledige n-hoeken (n_2, n_2) gebracht worden.

De beide soorten van cf. hebben dit gemeen, dat zij uit volledige veelzijden kunnen afgeleid worden *); voegt men toch aan eenige cf. uit eene der genoemde groepen de punten toe, waarin elke cf. lijn gesneden wordt door de van

*) Wederkeerig kan eene vlakke cf., waarin elke lijn twee punten draagt, uit eenen volledigen veelhoek afgeleid worden.

haar gescheiden lijnen, dan ontstaat eene volledige $2n$-zijde

$$(n(2n-1)_2,\ 2n_{2n-1})$$

of eene volledige n-zijde

$$(\tfrac{1}{2}n(n-1)_2,\ n_{n-1}).$$

De lijnen der cf. vormen in beide gevallen met de toegevoegde punten een nieuwe cf., waarvan de eerste index 2 is, nl. eene cf. der tweede groep

$$((2n-2i-2)n_2,\ 2n_{2n-2i-2})$$

of eene

$$(\tfrac{1}{2}n(n-1-2i)_2,\ n_{n-1-2i}).$$

Twee cf., welke elkander tot eene volledige veelzijde aanvullen, zullen elkanders *complement* genoemd worden.

Voor eene

$$(n(2n-2)_2,\ 2n_{2n-2})$$

bestaat het complement uit eene groep van n onderling gescheiden punten; worden de lijnen dezer cf. door de getallen van 1 tot $2n$ aangeduid, en wel de n paren gescheiden lijnen door 1 en 2, door 3 en 4, algemeen door $(2i-1)$ en $2i$, en stelt de combinatie van twee dezer getallen het snijpunt voor van de lijnen, waartoe die getallen behooren, dan wordt de bedoelde *hoofd-n-hoek* der volledige $2n$-zijde door de n combinaties

$$12, 34, 56, \ldots . (2i-1)\,2i, \ldots . (2n-1)\,2n$$

aangewezen. Het is duidelijk, dat er voor elke waarde van n slechts *eene* cf. met de indices 2, $2n-2$ bestaat.

Het complement eener

$$(\tfrac{1}{2}n(n-3)_2,\ n_{n-3})$$

is eene n_2, dus òf een gewone n-hoek, òf het samenstel van eenige veelhoeken, die samen n zijden bezitten. Voor eene $(35_2, 10_7)$ is het complement b. v. een tienhoek, of het samenstel van een driehoek met een zevenhoek, van een

vierhoek met een zeshoek, van twee vijfhoeken, of eindelijk van twee driehoeken met een vierhoek; hieruit volgt, dat er vijf, in samenstelling verschillende, $(35_2, 10_7)$ zullen zijn.

Het aantal verschillende $(\frac{1}{2}n(n-3)_2, n_{n-3})$ *is een meer dan het aantal wijzen, waarop men n eenheden kan verdeelen in groepen, die minstens drie eenheden bevatten.*

CONFIGURATIES $(3n_2, 2n_3)$.

2. De eenvoudigste cf. met de indices 2, 3 is de vierzijde, waarvan de lijnen door 1, 2, 3, 4, de punten door 12, 13 14, 23, 24, 34 zullen voorgesteld worden.

Het complement eener door de lijnen 1, 2, 3, 4, 5, 6 gevormde $(9_2, 6_3)$ is òf een zeshoek met de toppen 12, 23, 34, 45, 56, 61 òf het samenstel van twee driehoeken 12, 23, 31 en 45, 56, 64. Het laatstgenoemde complement behoort tot de $(9_2, 6_3)$, welke ik elders door de letter *A* heb aangewezen; zij wordt voorgesteld door tabel 1),

Lijnen.	1	2	3	4	5	6	
	14	24	34	14	15	16	
Punten.	15	25	35	24	25	26	. . . (1).
	16	26	36	34	35	36	

welke uit de beide hoofddriezijden 1, 2, 3 en 4, 5, 6 bestaat, terwijl het eerstgenoemde complement aan de $(9_2, 6_3)$ *B* toekomt, welke door tabel 2) wordt voorgesteld;

Lijnen.	1	2	3	4	5	6	
	13	24	13	14	15	26	
Punten.	14	25	35	24	25	36	. . . (2).
	15	26	36	46	35	46	

deze cf. bezit geene hoofddriezijde. Deze beide $(9_2, 6_3)$ komen achtereenvolgens voor als restfiguren van elke lijn der

cf. $(12_4, 16_3)$ *A* en *B*, welke ik in mijn opstel »Over vlakke configuraties" (deel V, bl. 118 der Versl. en Meded.) heb beschouwd. Ook ontstaan zij, wanneer men van de desmische 9_3 of 9_3 *A* (Kantor) en de onregelmatige 9_3 of 9_3 *B* (Kantor) achtereenvolgens eene hoofddriezijde afzondert, hetgeen bij de desmische 9_3 op drie verschillende wijzen, bij de onregelmatige slechts op eene wijze mogelijk is.

De $(9_2, 6_3)$ *A* is atrigonisch; elk harer punten behoort tot vier vierhoeken, elke harer lijnen tot zes vierhoeken. Cf. *B* bestaat uit twee driehoeken 13, 35, 51 en 24, 46, 62 in zoodanige ligging, dat de zijden 1, 3, 5 van den eersten door de zijden 4, 6, 2 van den tweeden achtereenvolgens in de overige cf. punten 14, 36, 25 gesneden worden; zijn deze laatste drie punten collineair, bezit de cf. dus eene driepuntige diagonaal, dan maakt zij blijkbaar deel uit van eene 10_3 van DESARGUES. De $(9_2, 6_3)$ *B* bezit twee soorten van punten, n.l. zes trigonische en drie atrigonische; hare lijnen daarentegen zijn gelijkwaardig, omdat elke tot eenen der beide driehoeken behoort; zij bevat drie vierhoeken:

1364 met de toppen 13, 36, 64, 41;
2415 met de toppen 24, 41, 15, 52;
3526 met de toppen 35, 52, 26, 63.

Er zijn twee in samenstelling verschillende $(9_2, 6_3)$, *eene atrigonische met twee drietallen gescheiden lijnen en eene cf. met twee driehoeken.*

VERVORMING EENER $(3n_2, 2n_3)$.

3. Cf. *A* van tabel (1) ontstaat blijkbaar uit de vierzijde 1245, als men de tegenpunten 12 en 45 weglaat en de lijnen 3 en 6 met de punten 16, 26, 36, 34, 35 aan de figuur toevoegt. Bij deze vervorming worden de paren van verbonden lijnen 1, 2 en 4, 5 door twee gescheiden paren vervangen, waardoor het snijpunt der beide nieuwe lijnen een atrigonisch punt wordt.

Is *a b* een atrigonisch punt der cf. $(3n_2, 2n_3)$, terwijl de lijn *a* door de onderling gescheiden lijnen *c*, *d* en de lijn *b* door de onderling gescheiden lijnen *e*, *f* in cf. punten gesneden wordt, dan ontstaat door de afzondering van de lijnen

a, b en de vijf punten $a\,b$, $a\,c$, $a\,d$, $b\,e$, $b\,f$ eene figuur, waarin de lijnen c, d, e, f elk een punt verloren hebben; voegt men nu de punten $c\,d$ en $e\,f$ aan haar toe, dan heeft men eene $(3\,(n-1)_2,\ 2\,(n-1)_3)$ verkregen, waarin de punten $c\,d$ en $e\,f$ onderling gescheiden zijn. De toepassing van de omgekeerde vervorming op alle paren van gescheiden punten der verschillende $(3\,(n-1)_2,\ 2\,(n-1)_3)$ levert dus stellig alle $(3\,n_2,\ 2\,n_3)$, welke minstens *een* punt bezitten, dat niet met eene zijde van een cf. driehoek incident is.

Zijn in de $(3\,n_2,\ 2\,n_3)$ met punt $a\,b$ de lijnen c en d verbonden, dan bevat de cf. den driehoek $a\,c\,d$ met toppen $a\,c$, $a\,d$ en $c\,d$. Gaan de lijnen c, d achtereenvolgens door de cf. punten $c\,g$, $d\,h$, dan ontstaat door afzondering van c en d eene figuur, waarin de lijn a nog slechts het punt $a\,b$ draagt, terwijl de lijnen g en h elk met twee cf. punten incident zijn; worden dus de punten $a\,g$ en $a\,h$ aan de figuur toegevoegd, dan liggen op elke der lijnen a, g, h weêr drie snijpunten en er is eene $(3\,(n-1)_2,\ 2\,(n-1)_3)$ gevormd. Door de omgekeerde bewerking toe te passen op alle lijnen der verschillende $(3\,(n-1)_2,\ 2\,(n-1)_3)$ verkrijgt men dus zeker alle $(3\,n_2,\ 2\,n_3)$, die minstens *een* cf. driehoek bezitten.

Zijn de zijden c en d van den cf. driehoek $a\,c\,d$ met de punten $c\,g$ en $d\,g$ incident, terwijl de lijn g nog het cf. punt $g\,i$ draagt, dan zal door afscheiding van de vier lijnen a, c, d, g met de zeven punten $a\,b$, $a\,c$, $a\,d$, $c\,g$, $d\,g$, $g\,i$, $c\,d$ eene figuur ontstaan, in welke de lijnen b en i elk slechts twee snijpunten bevatten; door toevoeging van het punt $b\,i$ verkrijgt men dan eene $(3\,(n-2)_2,\ 2\,(n-2)_3)$. Toepassing van de omgekeerde handelwijze op alle punten der verschillende $(3\,(n-2)_2,\ 2\,(n-2)_3)$ levert dus zeker alle $(3\,n_2,\ 2\,n_3)$, welke minstens *een* ditrigonisch punt, zooals $c\,d$, bezitten. Bevat de oorspronkelijke cf. reeds het punt $b\,i$, dan is de lijn e, welke b in het derde door haar gedragen cf. punt snijdt, van a en de derde met i verbonden lijn van g gescheiden, zoodat op $b\,i$ de eerst genoemde vervorming kan toegepast worden.

Zijn daarentegen b en i identiek, dan laat het derde punt $b\,f$ der lijn b stellig eene der drie genoemde vervormingen

toe: immers de met b verbonden lijnen a en g zijn gescheiden, terwijl de lijnen k en l, waarmede f nog verbonden is, òf gescheiden zijn, òf verbonden door het punt $k\,l$, dat slechts tot *eenen* cf. driehoek, nl. $k\,l\,f$, behoort, òf verbonden door $k\,l$ en door de lijn m; daar in het laatste geval de lijn m van b gescheiden is, kan dan de derde vervorming ten opzichte van het punt $b\,f$ geschieden.

Uit het voorgaande blijkt nu, dat de verschillende $(3\,n_2, 2\,n_3)$ door middel van drie vervormingen kunnen bepaald worden, zoodra men de overeenkomstige cf. met twee en vier lijnen minder kent.

De eerste vervorming vervangt de gescheiden punten $c\,d$ en $e\,f$ door de vijf punten $a\,b$, $a\,c$, $a\,d$, $b\,e$, $b\,f$; omdat $a\,b$ in de nieuwe cf. tot geen cf. driehoek behoort, noem ik deze handelwijze de *atrigonische vervorming* en duid haar aan door het teeken $\alpha\,(c\,d,\ e\,f)$. Het is duidelijk, dat men haar alleen behoeft toe te passen op puntenparen, welke verschillende plaatsing hebben ten opzichte van de overige elementen der oorspronkelijke cf.

Ondergaat de cf. lijn a met de punten $a\,b$, $a\,g$, $a\,h$ de tweede vervorming, welke ik de *trigonische* noem, en door het teeken $\tau\,(a)$ voorstel, dan verdwijnen de punten $a\,g$, $a\,h$, terwijl de punten $a\,c$, $a\,d$ hunne plaatsen op a, de punten $c\,g$, $d\,h$ hunne plaatsen op g resp. h innemen en de figuur tot eene cf. met indices 2, 3 voltooid wordt door het snijpunt $c\,d$ der nieuwe lijnen, dat, evenals de punten $a\,c$, $a\,d$ een trigonisch punt der nieuwe cf. is.

Voegt men ten slotte aan eene cf. met de indices 2, 3 vier nieuwe lijnen a, c, d, g met de vijf punten $a\,c$, $a\,d$, $c\,d$, $c\,g$, $d\,g$ toe, terwijl het cf. punt $b\,i$ op b door het punt $a\,b$, op i door het punt $g\,i$ wordt vervangen, dan ontstaat eene nieuwe cf. met het ditrigonische punt $c\,d$, dat tot de cf. driehoeken $a\,c\,d$ en $c\,d\,g$ behoort. Deze derde vervorming noem ik de *ditrigonische*, en duid haar aan door het teeken $\delta\,(b\,i)$.

CONFIGURATIES $(12_2,\ 8_3)$.

4. Daar twee gescheiden punten der $(9_2,\ 6_3)\ \Delta$ steeds over-

staande toppen van eenen cf. vierhoek zijn, vindt men uit haar door atrigonische vervorming slechts eene $(12_2, 8_3)$. Door α (16, 34) verkrijgt men uit tabel (1):

Lijnen	1	2	3	4	5	6	7	8	
	14	24	35	14	15	26	17	38	
Punten	15	25	36	24	25	36	67	48	. . . (3)
	17	26	38	48	35	67	78	78	

In deze cf. komen twee soorten van punten voor: de punten 14, 25, 36, 78 behooren elk tot twee cf. vierhoeken, de overige acht elk tot eenen vierhoek. De vier *ditetragonische* punten vormen eenen hoofdvierhoek der cf.; na hunne afscheiding ontstaat de achthoek 15384267. De cf. kan op twee wijzen beschouwd worden als het samenstel van twee vierhoeken in zoodanige ligging, dat de paren overstaande zijden van den eenen vierhoek elk met een paar aangrenzende zijden van den anderen verbonden zijn. Deze beide stelsels van vierhoeken zijn 1425 met 3678 en 1487 met 2536. De lijnen der cf. zijn gelijksoortig, daar elke hunner in twee vierhoeken voorkomt.

Verwijdert men een der *monotetragonische* punten, b.v. 67 met de lijnen 6, 7 en de punten 26, 36; 17, 78 onder toevoeging van de punten 23 en 18, dan ontstaat de $(9_2, 6_3)$ B van tabel (4):

14	23	23	14	15	18	
15	24	35	24	25	38	. . . (4)
18	25	38	48	35	48	

Deze omkeering der atrigonische vervorming, waardoor het punt 78 verdwijnt, zal ik door het teeken $-\alpha$ (78) voorstellen. De cf. van tabel (3) ontstaat door α (18, 23) uit de cf. (4), dus door atrigonische vervorming ten opzichte van de trigonische punten 18, 23, die niet als tegenpunten in denzelfden vierhoek voorkomen.

De punten eener $(9_2, 6_3)\,B$ vormen vier verschillende soorten van *koppels* (gescheiden puntenparen).

1. Twee trigonische punten van denzelfden vierhoek.
2. Twee trigonische punten van verschillende vierhoeken.
3. Een trigonisch met een atrigonisch punt.
4. Twee atrigonische punten.

In de cf. van (2) worden deze vier gevallen achtereenvolgens vertegenwoordigd door de koppels 13, 46; 13, 26; 13, 25; 25, 36.

Door α (13, 46) ontstaat de cf.

1	2	3	4	5	6	7	8
14	24	35	14	15	26	17	48
15	25	36	24	25	36	37	68
17	26	37	48	35	68	78	78

. . . . . (5)

Alle punten dezer cf. zijn ditetragonisch, alle lijnen begrenzen drie vierhoeken. Zij bestaat uit twee hoofdvierzijden 1, 2, 3, 8 en 4, 5, 6, 7; hare zes vierhoeken vormen drie paren, waarin telkens twee tegenzijden van den eenen vierhoek verbonden zijn met twee tegenzijden van den anderen; door deze eigenschap kan zij gemakkelijk onderscheiden worden van de $(12_3, 8_3)$ van tabel (3). Zij komt voor als restfiguur van elke lijn der atrigonische 15_3 van Martinetti (*Ann. di Mat.*, Ser. II^a, tomo XIV); ook ontstaat zij uit de $(12_4, 16_3)\,A$ door afscheiding van twee hoofdvierzijden.

Uit α (13, 26) volgt natuurlijk weder eene $(12_2, 8_3)$, die met (3) gelijksoortig is.

Door α (13, 25) ontstaat:

1	2	3	4	5	6	7	8
14	24	35	14	15	26	17	28
15	26	36	24	35	36	37	58
17	28	37	46	58	46	78	78

. . . . . (6)

Deze (12_2, 8_3) bezit drie soorten van punten:

1. Drie trigonische 24, 26, 46.
2. Zes ditetragonische 15, 17, 35, 37, 58, 78.
3. Drie tetrapentagonische punten 14, 28, 36, d. w. z. punten, welke noch tot een cf. driehoek, noch tot een cf. vierhoek, maar tot vier cf. vijfhoeken behooren.

De punten der eerste en derde soort geven geen aanleiding tot eene ($-\alpha$), die der tweede soort leveren door eene ($-\alpha$) natuurlijk alle eene (9_2, 6_3) *B*.

De cf. bezit ook drie soorten van lijnen, n.l. drie trigonische, twee tritetragonische en drie ditetragonische lijnen. Wegens het bezit van eenen driehoek laat de cf. eene negatieve trigonische vervorming toe; verwijdert men de lijnen 4, 6 met de punten 24, 26, 46, 14, 36 onder toevoeging van de punten 12, 23, dan komt eene (9_2, 6_3) *A* met de beide hoofddriezijden 1, 3, 8 en 2, 5, 7 te voorschijn. Deze vervorming duidt ik aan door $-\tau$ (2).

Door α (25, 36) vindt men uit (2):

1	2	3	4	5	6	7	8
13	24	13	14	15	26	27	38
14	26	35	24	35	46	57	68
15	27	38	46	57	68	78	78

. . . . . (7)

Deze cf. heeft vijf soorten van punten:

1. Vier trigonische, tevens pentagonische, punten 13, 15, 24, 46.
2. Twee trigonische, tevens tetragonische, punten 35, 26.
3. Een ditetragonisch punt 78.
4. Vier tetragonische punten 38, 68, 57, 27.
5. Een dipentagonisch punt 14.

Zij bezit drie soorten van lijnen, n.l.:

1. Twee trigonische, tevens dipentagonische, 1 en 4.
2. Vier trigonische, tevens tetragonische, 2, 6, 3, 5.
3. Twee ditetragonische lijnen, 7 en 8.

Daar de beide (9_2, 6_3) elk slechts eene soort van lijnen

bezitten, en de cf. van (6) door trigonische vervorming uit *A* ontstaat, zal de cf. van (7) door eene τ uit *B* kunnen afgeleid worden.

Eene vijfde (12_2, 8_3) wordt gevonden door ditrigonische vervorming der vierzijde. Laat men toch uit de vierzijde 1234 het punt 34, uit de vierzijde 5678 het punt 78 weg, dan worden de acht lijnen door toevoeging van de beide punten 37 en 48 vereenigd tot de cf. van tabel (8).

1	2	3	4	5	6	7	8
12	12	13	14	56	56	37	48
13	23	23	24	57	67	57	58
14	24	37	48	58	68	67	68

. . . . . (8)

Deze cf. heeft drie soorten van punten:
1. Twee ditrigonische 12, 56.
2. Acht monotrigonische 13, 14, 23, 24, 57, 58, 67, 68.
3. Twee tetrahexagonische 37, 48.

En twee soorten van lijnen:
1. Vier ditrigonische 1, 2, 5, 6.
2. Vier monotrigonische 3, 4, 7, 8.

Er zijn vijf in samenstelling verschillende (12_2, 8_3).

Cf. (12_2, 8_3).

Naam.	Soorten van lijnen.	Soorten van punten.	Tabel.
A	een	een	5
B	een	twee	3
C	twee	drie	8
D	drie	drie	6
E	drie	vijf	7

5. Om op deze vijf cf. de atrigonische vervorming te kunnen toepassen, moet men nagaan hoeveel soorten van

koppels elke hunner bezit. In het navolgende overzicht is achter elke soort een voorbeeld gevoegd, waaraan de tabellen (5), (3), (8), (6), (7) ten grondslag liggen.

Cf. *A*. *a*. Twee tegenpunten van een vierhoek 14, 78;

b. twee tegenpunten van een zeshoek 14, 36;

c. twee door twee zijden gescheiden toppen van een zeshoek 14, 68;

Cf. *B*. *d*. twee ditetragonische punten van denzelfden vierhoek 14, 25;

e. twee ditetragonische punten van verschillende vierhoeken 14, 36;

f. een ditetragonisch met een tetragonisch punt 14, 35;

g. twee tetragonische punten van één vierhoek 26, 35;

h. twee tetragonische punten van verschillende vierhoeken 35, 67;

Cf. *C*. *i*. twee ditrigonische punten 12, 56;

j. een ditrigonisch met een trigonisch punt 12, 58;

k. een ditrigonisch met een hexagonisch punt 12, 37;

l. twee trigonische punten, tevens tegenpunten van een vierhoek 13, 24;

m. twee trigonische punten, tevens door twee zijden gescheiden toppen van een zeshoek 14, 58;

n. twee trigonische punten, tevens tegenpunten van een zeshoek 14, 57;

o. een trigonisch met een hexagonisch punt 24, 37;

p. twee hexagonische punten 37, 48.

Cf. *D*. *q*. een trigonisch met een tetragonisch punt van denzelfden vijfhoek 24, 78;

r. een trigonisch met een tetragonisch punt, tevens tegenpunten van een zeshoek 24, 37;

s. een trigonisch met een pentagonisch punt 24, 36;

t. twee tetragonische punten 37, 58;

u. een tetragonisch met een pentagonisch punt 78, 36;

v. twee pentagonische punten 14, 28;

Cf. *E*. *w*. twee trigonische, tevens tetragonische punten 26, 35;

x. een trigonisch-tetragonisch met een trigonisch punt 26, 13;

ij. een trigonisch-tetragonisch met een ditetragonisch punt 26, 78;

z. een trigonisch-tetragonisch met een tetragonisch punt 26, 57;

α. een trigonisch-tetragonisch met een pentagonisch punt 26, 14;

β. twee trigonische punten van één vijfhoek 13, 46;

γ. twee trigonische punten van één zeshoek 13, 24;

δ. een trigonisch en een ditetragonisch punt 13, 78;

ε. een trigonisch en een tetragonisch punt van éénen vijfhoek 13, 68;

ζ. een trigonisch en een tetragonisch punt, die tegenpunten van een zeshoek zijn 13, 27;

η. een trigonisch en een tetragonisch punt van éénen zeshoek, welke door twee zijden gescheiden zijn 13, 57;

ϑ. een ditetragonisch met een pentagonisch punt 78, 14;

ι. twee tetragonische punten van éénen vierhoek 27, 68;

κ. twee tetragonische punten van éénen zeshoek 27, 38;

λ. een tetragonisch met een pentagonisch punt 57, 14.

Configuraties $(15_2, 10_3)$.

6. Door *α* (14, 78) vindt men uit (5), wanneer men de tiende lijn door 0 voorstelt,

15	24	35	24	15	26	17	48	19	07	
17	25	36	48	25	36	37	68	49	08	. (9)
19	26	37	49	35	68	07	08	09	09	

Deze $(15_2, 10_3)$ kan beschouwd worden als het samenstel van twee vijfhoeken 1 5 2 4 9 en 7 3 6 8 0, waarvan de toppen monotetragonisch zijn, terwijl de zijden van den eersten vijfhoek de zijden van den tweeden in de genoemde volgorde snijden in de vijf ditetragonische punten 17, 35, 26, 48, 09, die blijkbaar een hoofdvijfhoek vormen; alle cf. lijnen zijn gelijksoortig, daar elke hunner twee van de vijf cf. vierhoeken begrenst.

Door $-\alpha(15)$ ontstaat uit cf. (9)

23	23	24	26	37	48	49	07
24	36	48	36	79	68	79	08
26	37	49	68	07	08	09	09

. . . (10)

d. i. eene $(12_2, 8_3)$ E met de driehoeken 236, 790, waarin de nieuwe punten 23, 79 een koppel β vormen; cf. (9) kan dus door α (23, 79) uit (10) afgeleid worden. Daar zij slechts twee soorten van punten bezit, kan zij uit geene andere $(12_2, 8_3)$ gevonden worden dan uit cf. A of cf. E.

Uit (5) volgt door α (14, 36)

15	24	35	24	15	26	17	48	19	03
17	25	37	48	25	68	37	68	49	06
19	26	03	49	35	06	78	78	09	09

. (11).

Ook deze $(15_2, 10_3)$ bestaat uit twee vijfhoeken 1 9 4 8 7 en 5 2 6 0 3, zoodat de eerste, tweede, derde, vierde, vijfde zijde van den eersten vijfhoek in de punten 15, 09, 24, 68, 37 door de eerste, vierde, tweede, derde, vijfde zijde van den tweeden gesneden wordt.

De cf. kan ook beschouwd worden als het samenstel van twee vierhoeken 1537 en 4268, waarvan de zijden 1 en 4 met de lijn 9, de zijden 3 en 6 met de lijn 0 verbonden zijn, terwijl 2 en 5 door het punt 25, 7 en 8 door het punt 78 verbonden worden. Zij bezit 4 soorten van punten, nl. acht tetragonische punten (de toppen der genoemde vierhoeken), twee dipentagonische punten 25, 78, vier tetrapentagonische, op vierhoekszijden gelegen, punten 19, 49, 03, 06 en een tetrapentagonisch punt 09, dat niet met eene vierhoekszijde incident is. Deze cf. kan dus nog op drie wijzen door atrigonische vervorming gevonden worden.

Door $-\alpha$ (17) komt men op eene $(12_2, 8_3)$ B met koppel 38, 59, d. i. een monotetragonisch met een ditetragonisch punt, dus een koppel f; $-\alpha(78)$ geeft eene cf. E

met een koppel *w*, bestaande uit de punten 13, 46 ; — α (49) levert eene cf. *D* met een koppel 57, 40 van de soort *r*.

Met behulp van het koppel *c* der punten 14, 68 verkrijgt men uit (5)

15	24	35	24	15	26	17	48	19	06	
17	25	36	48	25	36	37	78	49	08	(12).
19	26	37	49	35	06	78	08	09	09	

Deze cf. (15_2, 10_3) bestaat uit twee vierhoeken 1537 en 9480, zoodat de tegenzijden 9, 8 door de punten 19, 87 met de aangrenzende zijden 1,7 verbonden zijn, terwijl 5 en 4 door 2,0 en 3 door 6 in cf. punten gesneden worden, en de lijnen 2, 6 onderling verbonden zijn.

Hare punten zijn van zes verschillende soorten, nl. een ditetragonisch punt 35, vier tetragonisch-pentagonische punten 15, 25, 36, 37, twee tetragonisch-dipentagonisch-hexagonische punten 48, 90, twee tetragonisch-dipentagonisch-dihexagonische punten 17, 26, twee tetragonisch-tripentagonische punten 49, 80, vier tripentagonische punten 24, 19, 60, 78. Door — α (35) ontstaat eene (12_2, 8_3) *B* met koppel *d* (12, 67); door — α (15) eene (12_2, 8_3) *D* met koppel *q* (23, 79); door — α (17) eene (12_2, 8_3) *B* met koppel *h* (38, 59); door — α (49) eveneens eene (12_2, 8_3) *B* met koppel *h* (28, 01); door — α (19) eene (12_2, 8_3) *E* met koppel *x* (40, 57).

Overgaande tot de atrigonische vervorming der (12_2, 8_3) *B*, vindt men door koppel *d*, zooals zooeven is gebleken, eene cf., welke met de cf. van tabel (12) gelijksoortig is.

Door het koppel *e* der punten 14, 36 vindt men uit (3)

15	24	35	24	15	26	17	38	19	03	
17	25	38	48	25	67	67	48	49	06	.(13)
19	26	03	49	35	06	78	78	09	09	

Alle punten dezer cf. zijn dipentagonisch, alle lijnen tripentagonisch. De cf. kan op drie wijzen beschouwd worden als het samenstel van twee vijfhoeken, zoodat de 1ste, 2de,

3de, 4de, 5de zijde van den eenen vijfhoek verbonden is met de 1ste, 3de, 5de, 2de, 4de zijde des anderen; een dezer paren van vijfhoeken wordt gevormd door 19487 en 53062. Wegens de gelijkwaardigheid der punten kan de cf. uit geene andere (12_2, 8_3) afgeleid worden.

Koppel *f* geeft, zooals boven bleek, eene met (11) gelijksoortige cf.; koppel *h* de cf. (12).

Het koppel *g* der punten 26, 35 levert uit (3)

14	24	36	14	15	36	17	38	29	03	
15	25	38	24	25	67	67	48	69	05	.(14)
17	29	03	48	05	69	78	78	09	09	

Deze cf. bezit, evenals de cf. van (9) vijf ditetragonische punten 14, 25, 36, 78, 09, welke eenen hoofdvijfhoek vormen, en tien monotetragonische punten; zij onderscheidt zich evenwel daardoor van gene, dat hare lijnen niet *tot twee* vijfhoeken kunnen gerangschikt worden; alle hare lijnen zijn ditetragonisch. Door — α (15) komt eene cf. *E* te voorschijn met het door 20 en 47 gevormde koppel γ.

Overgaande tot de atrigonische vervorming der (12_2, 8_3) *C*, vindt men door koppel 12, 56 (*i*)

13	23	13	14	57	67	37	48	19	05	
14	24	23	24	58	68	57	58	29	06	.(15)
19	29	37	48	05	06	67	68	09	09	

Deze cf. bestaat uit de hoofdvijfzijden 1, 2, 7, 8, 0 en 3, 4, 5, 6, 9; hare punten zijn, met uitzondering van de atetragonische punten 37, 48, 09, ditetragonisch; van hare lijnen zijn 1, 2, 5, 6 tritetragonisch, de overige ditetragonisch. Door — α (68) verkrijgt men eene *D* met koppel ε (07, 45).

Koppel *j* levert door α (12, 85)

13	23	13	14	56	56	37	48	19	05	
14	24	23	24	57	67	57	68	29	08	.(16)
19	29	37	48	05	68	67	08	09	09	

Hier vindt men het trigonisch-tetragonische punt 56, twee trigonische punten 57, 67, vier ditetragonisch-pentagonische punten 14, 24, 19, 29, twee ditetragonisch-hexagonische punten 13, 23, een tetragonisch-tripentagonisch punt 08, twee tetragonisch-pentagonische punten 05, 68, twee pentagonische punten 48, 09 en het hexagonische punt 37.

Eene negatieve atrigonische vervorming kan natuurlijk niet toegepast worden op de trigonische punten en de punten 37, 68, 05, welke op de zijden van driehoek 567 liggen. Door $-\alpha\,(14)$ ontstaat eene E met koppel 39, 28 (η); door $-\alpha\,(13)$ eene E met koppel 49, 27 (α); door $-\alpha\,(08)$ eene D met koppel 46, 59 (v).

Het door de punten 12, 37 gevormde koppel k, geeft aanleiding tot de cf.:

13	23	13	14	56	56	57	48	19	03	
14	24	23	24	57	67	67	58	29	07	.. (17)
19	29	03	48	58	68	07	68	09	09	

Hier zijn vijf soorten van punten: het ditrigonische punt 56, de vier trigonische punten 57, 58, 67, 68, de vier tritetragonische punten 13, 23, 19, 29, de vier ditetragonische punten 14, 24, 03, 09 en de twee tetrahexagonische punten 48, 07. De eerste vijf punten en de laatste twee komen voor eene $-\alpha$ niet in aanmerking, daar zij op driehoekszijden liggen; $-\alpha\,(19)$ levert eene C met koppel 20, 34 (l).

Omgekeerd zal dus de atrigonische vervorming der $(12_2, 8_3)C$ ten opzichte van eene koppel l eene met (17) gelijksoortige cf. opleveren.

Door α (14, 58 , dus een koppel m, ontstaat:

12	12	13	24	56	56	37	48	19	05	
13	23	23	48	57	67	57	68	49	08	.. (18)
19	24	37	49	05	68	67	08	09	09	

Deze cf. bezit zes soorten van punten: twee trigonisch-tetragonische 12, 56, vier trigonische 13, 23, 57, 67, twee ditetragonische 49, 08, vier tetragonisch-pentagonische 19, 24, 68, 05, twee tetragonisch-hexagonische 48, 09, een tetrahexagonisch punt 37. Behalve de punten 48, 09, die gelijkwaardig zijn en dus beide door — *α* eene *C* leveren, komen alleen de ditetragonische punten voor negatieve vervorming in aanmerking; — *α* (08) geeft eene *E* met koppel 46, 59 (*ι*).

Koppel *n* geeft door toepassing van *α* (14, 57) op tabel (8):

12	12	13	24	56	56	37	48	19	05	
13	23	23	48	58	67	67	58	49	07	..(19)
19	24	37	49	05	68	07	68	09	09	

De nieuwe cf. heeft zes soorten van punten: twee trigonisch-tetragonische 12, 56, vier trigonisch-pentagonische 13, 23, 58, 68, vier tetragonisch-pentagonische 19, 24, 67, 05, twee tetragonisch-dipentagonische 49, 07, twee pentagonische 37, 48, een dipentagonisch punt 09. Uit — *α* (49) vindt men eene *E* met koppel 01, 28 (*λ*).

Door *α* (24, 37), dus met een koppel *o*, komt men uit (8) tot:

12	12	13	14	56	56	57	48	29	03	
13	23	23	48	57	67	67	58	49	07	..(20)
14	29	03	49	58	68	07	68	09	09	

Hier vindt men acht soorten van punten: het ditrigonische punt 56, vier trigonisch-tetragonisch-hexagonische punten 57, 58, 67, 68, twee trigonisch-tetragonisch-pentagonische 12, 23, een trigonisch-dipentagonisch punt 13, een ditetragonisch punt 29, twee tetragonisch-pentagonisch-hexagonische punten 49, 09, twee tetragonisch-dipentagonische punten 14, 03, twee hexagonische punten 48, 07. Deze cf. geeft geene aanleiding tot omgekeerde vervorming.

Het koppel p der punten 37, 48 levert door eene α de cf.:

12	12	13	14	56	56	57	58	39	04	
13	23	23	24	57	67	67	68	79	08	..(21)
14	24	39	04	58	68	79	08	09	09	

Zij bezit vier soorten van punten: twee ditrigonische 12, 56, vier dipentagonische 39, 79, 04, 08, een tetrapentagonisch punt 09, acht trigonisch-tetragonische punten; eene $-\alpha$ is voor geen der punten (buiten 09) mogelijk.

De cf., waarin $(12_2, 8_3)\,D$ door middel van de koppels q, r, s kan vervormd worden, zijn in den loop van dit onderzoek reeds voorgekomen; het koppel t der punten 37, 58 geeft door atrigonische vervorming:

14	24	35	14	15	26	17	28	39	05	
15	26	36	24	35	36	78	78	79	08	..(22)
17	28	39	46	05	46	79	08	09	09	

De cf. bezit drie trigonische punten 24, 26, 46, het ditetragonische punt 09, twee tetragonisch-pentagonische punten 39, 08, twee met eene zijde van driehoek 246 verbonden tetragonisch-dipentagonische punten 35, 78, twee tetragonisch-dipentagonische punten 79, 05, die niet met eene driehoekszijde verbonden zijn, drie pentagonische punten 14, 28, 36 en twee tripentagonische punten 15, 17; dus zeven soorten van punten. Nu geeft $-\alpha\,(39)$ eene E met koppel $z\,(56,\ 07)$; $-\alpha\,(35)$ eene D met koppel u (01, 69); $-\alpha\,(05)$ eene E met koppel $\delta\,(13,\ 89)$; $-\alpha\,(15)$ eene E met koppel $\zeta\,(03,\ 47)$.

Door atrigonische vervorming der $(12_2, 8_3)\,D$ met behulp van koppel u ontstaat volgens de zooeven gemaakte opmerking eene met de cf. van tabel (22) gelijksoortige cf., terwijl door een koppel v de cf. van (16) gevonden wordt.

Van de koppels, waartoe $(12_2, 8_3)\,E$ aanleiding geeft,

blijven nu nog over te onderzoeken y, ε, ϑ, $\varkappa$, daar de overige reeds boven voorkwamen.

Het koppel y der punten 26, 78 levert door atrigonische vervorming:

13	24	13	14	15	46	27	38	29	07	
14	27	35	24	35	68	57	68	69	08	..(23)
15	29	38	46	57	69	07	08	09	09	

Vier soorten van punten komen in deze cf. voor: drie trigonische 13, 15, 35, drie ditetragonische 29, 69, 09, zes monotetragonische 24, 46, 68, 08, 27, 07 en drie dipentagonische 14, 38, 57. Door $-\alpha$ (27) ontstaat eene E met koppel ε (49, 05); de andere soorten van punten laten geene $-\alpha$ toe.

Koppel ϑ (14, 78) geeft:

13	24	13	24	15	26	27	38	19	07	
15	26	35	46	35	46	57	68	49	08	..(24)
19	27	38	49	57	68	07	08	09	09	

Hier vindt men drie soorten van punten: zes trigonische 13, 15, 35; 24, 26, 46, zes dipentagonische 19, 38, 57; 27, 49, 68 en drie tetrapentagonische 07, 08, 09.

Koppel $\varkappa$ geeft ten slotte door α (27, 38):

13	24	13	14	15	26	57	68	29	03	
14	26	35	24	35	46	78	78	79	08	..(25)
15	29	03	46	57	68	79	08	09	09	

Deze cf. bezit vijf soorten van punten: twee trigonisch-dipentagonische 35, 26, vier trigonisch-tetrahexagonische 13, 15, 24, 46, vier tetragonische 78, 79, 08, 09, vier dipentagonische 29, 68, 57, 03 en een dihexagonisch punt 14.

7. De cf. $(12_2, 8_3)$ geven aanleiding tot tien trigonische vervormingen; van de tien verschillende $(15_2, 10_3)$, welke hierdoor te voorschijn komen, zijn er reeds acht door atrigonische vervorming gevonden. Uit A vindt men n.l. de cf. van tabel (23), uit B de cf. van (22), uit eene driehoekszijde der C de cf. van (20), uit de drie soorten van lijnen der D de cf. van (16), (24) en (25), uit eene pentagonische driehoekszijde der E de cf. van (18), uit eene tetragonische driehoekszijde van E de cf. (19).

Door τ (4) ontstaat uit de $(12_2, 8_3)$ C van (8) de cf.:

12	12	13	14	56	56	37	58	29	04	
13	23	23	49	57	67	57	68	49	08	. . (26)
14	29	37	04	58	68	67	08	09	09	

Deze cf. bezit een ditrigonisch punt 56, zes trigonisch-tetragonische punten 67, 68, 58, 57, 12, 49, vier trigonisch-hexagonische punten 13, 23, 04, 09, twee tetragonische punten 14, 29, twee heptagonische punten 37, 08; daar de beide laatste met driehoekszijden incident zijn, kunnen zij, zooals te verwachten was, niet voor eene — α in aanmerking komen. Er zijn voorts twee ditrigonische lijnen 5, 6, zes trigonisch-tetragonische 1, 2, 4, 9, 7, 8 en twee trigonisch-hexagonische 3, 0, dus drie soorten van lijnen tegen vijf soorten van punten.

Ten slotte verkrijgt men door τ (7) uit de cf. E van tabel (7) de cf.:

13	24	13	14	15	26	78	38	29	05	
14	26	35	24	35	46	79	68	79	07	. . (27)
15	29	38	46	05	68	07	78	09	09	

Hier vindt men zes trigonisch-pentagonische punten 13, 35, 26, 46, 79, 07, drie trigonisch-hexagonische punten 15, 24, 09, drie pentagonische punten 14, 29, 05 en drie dipentagonische punten 38, 68, 78, dus vier soorten; verder negen trigonische lijnen en de pentagonische lijn 8, dus

twee soorten van lijnen. Van elken der drie driehoeken der cf. is eene zijde met de pentagonische lijn verbonden, terwijl de beide overige elk eene zijde van een der beide andere driehoeken in cf. punten snijden.

Wordt de ditrigonische vervorming toegepast op eenig punt der $(9_2, 6_3)$ *A*, zoo ontstaat de cf. van tabel (17); uit $(9_2, 6_3)$ *B* vindt men door dezelfde vervorming de cf. van (20) en (26).

De gevonden achttien $(15_2, 10_3)$ zijn in de volgende tabel vereenigd. Daarbij werden twee cf. lijnen als gelijksoortig beschouwd, wanneer de drie punten der eene lijn achtereenvolgens gelijksoortig bleken te zijn met de drie punten der andere.

Cf. $(15_2, 10_3)$.

Naam.	Soorten van lijnen.	Soorten van punten.	Tabel.
A	een	een	13
B	een	twee	9
C	een	twee	14
D	twee	twee	15
E	twee	vier	27
F	drie	drie	24
G	drie	vier	11
H	drie	vier	21
I	drie	vijf	25
J	drie	vijf	26
K	drie	zes	12
L	drie	zes	18
M	vier	vier	23
N	vier	vijf	17
O	vier	zes	19
P	vijf	zeven	22
Q	zes	acht	16
R	zes	acht	20

Er zijn achttien in samenstelling verschillende cf. $(15_2, 10_3)$.

CONFIGURATIES $(2\, n_2,\ n_4)$.

8. De eenvoudigste cf. met indices 2, 4 is de vijfzijde met de lijnen 1, 2, 3, 4, 5 en de tien punten ik ($i = 1$ tot 5, $k = 2$ tot 5).

Wordt uit de zeszijde met de lijnen 1, 2, 3, 4, 5, 6 een drietal onderling gescheiden punten afgezonderd, dan vindt men de cf. $(12_2,\ 6_4)$; met behulp van den hoofddriehoek 12, 34, 56 verkrijgt men zoodoende de volgende tabel:

13	23	13	14	15	16
14	24	23	24	25	26
15	25	35	45	35	36
16	26	36	46	45	46

. . (28)

Terwijl elk punt der zeszijde tetratrigonisch is, zijn alle punten der $(12_2,\ 6_4)$ ditrigonisch; immers door het weglaten der drie gescheiden punten verliest elke cf. lijn een punt, dus twee driehoeken, omdat de beide op twee verbonden lijnen gelegen punten tot twee verschillende driehoeken behooren.

Daar het complement eener $(14_2,\ 7_4)$ een zevenhoek of het samenstel van een driehoek en een vierhoek is, zijn er twee verschillende cf. $(14_2,\ 7_4)$. Door afzondering van den zevenhoek 1 2 3 4 5 6 7 ontstaat uit de zevenzijde de $(14_2,\ 7_4)$ *A* met tabel:

13	24	13	14	15	16	27
14	25	35	24	25	26	37
15	26	36	46	35	36	47
16	27	37	47	57	46	57

. . . . (29)

Deze cf. bezit zeven ditrigonische punten 13, 24, 35, 46, 57, 61, 72 en zeven monotrigonische punten, terwijl hare lijnen alle tritrigonisch zijn.

Laat men uit de zevenzijde de punten 12, 23, 34, 41 benevens de punten 56, 67, 75 vervallen, zoo komt de cf. $(14_2, 7_4)$ *B* te voorschijn met de tabel:

13	24	13	24	15	16	17
15	25	35	45	25	26	27
16	26	36	46	35	36	37
17	27	37	47	45	46	47

. . . . (30)

Zij heeft twee tritrigonische punten 13 en 24 en twaalf monotrigonische; van hare lijnen zijn 5, 6, 7 ditrigonisch, 1, 2, 3, 4 tritrigonisch.

Er bestaat slechts eene $(12_2, 6_4)$, *terwijl er twee in samenstelling verschillende* $(14_2, 7_4)$ *zijn.*

CONFIGURATIES $(16_2, 8_4)$.

9. De cf. $(16_2, 8_4)$ hebben tot complement eene $(12_2, 8_3)$ *A*, *B*, *C*, *D*, *E* of het samenstel van twee $(6_2, 4_3)$. Verwijdert men uit de achtzijde met de lijnen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 de toppen der beide vierzijden 1 2 3 4 en 5 6 7 8, zoo komt de $(16_2, 8_4)$ met tabel:

15	25	35	45	15	16	17	18
16	26	36	46	25	26	27	28
17	27	37	47	35	36	37	38
18	28	38	48	45	46	47	48

. . . (31)

Zij is regelmatig en bezit twee hoofdvierzijden en 24 hoofdvierhoeken, welke elk eene $(12_2, 8_3)$ *A* opleveren.

Uit de tabellen (3), (5), (6), (7), (8) vindt men achtereenvolgens de tabellen voor de overige vijf $(16_2, 8_4)$.

12	12	13	34	45	16	27	18
13	23	23	45	56	46	37	28
16	27	34	46	57	56	47	58
18	28	37	47	58	68	57	68

. . . (32)

12	12	13	34	45	16	27	18
13	23	23	45	56	46	47	28
16	27	34	46	57	56	57	38
18	28	38	47	58	67	67	58

. . . (33)

12	12	13	34	25	16	27	18
13	23	23	45	45	56	47	38
16	25	34	47	56	67	57	48
18	27	38	48	57	68	67	68

. . . (34)

12	12	23	34	25	16	17	18
16	23	34	45	45	36	37	28
17	25	36	47	56	56	47	48
18	28	37	48	58	67	67	58

. . . (35)

15	25	34	34	15	16	17	18
16	26	35	45	25	26	27	28
17	27	36	46	35	36	47	38
18	28	38	47	45	46	78	78

. . . (36)

In cf. (32) zijn de acht punten 12, 23, 37, 74, 45, 56, 68, 81 ditrigonisch, de overige acht monotrigonisch; elk achttal vormt eenen achthoek; alle lijnen der cf. zijn tritrigonisch.

Cf. (33) bestaat uit twee vierzijden 1 2 3 8 en 4 5 6 7 benevens de punten 16, 27, 34, 58, welke elke zijde der eene vierzijde met eene zijde der andere verbinden; door afzondering van deze vier punten ontstaat eene $(12_2, 8_3)$ A. Alle lijnen der cf. zijn tritrigonisch; van hare punten zijn de vier bovengenoemde atrigonisch, de overige ditrigonisch.

Cf. (34) heeft drie soorten van lijnen: 2, 4, 6 zijn ditrigonisch, 5, 7 tritrigonisch-pentatetragonisch, 1, 3, 8 tritrigonisch-tetratetragonisch; van hare punten zijn **13**, **18**, 38 ditrigonisch, 12, 23, 34, 48, 16, 68 trigonisch-tritetragonisch, 25, 27, 45, 47, 56, 67 tritrigonisch-tetratetragonisch, terwijl 57 als tritrigonisch punt op zichzelf staat.

Cf. (35) bezit twee tritrigonische lijnen 7, 8, twee ditrigonisch-hexatetragonische 1, 4 en vier ditrigonisch-oktotetragonische 2, 3, 5, 6; verder vier ditrigonische punten 28, 58, 37, 67, vier trigonisch-tritetragonische 17, 18, **47**, **48** vier trigonisch-tetratetragonische 12, 16, 34, 45, twee trigonisch-pentatetragonische 25, 36 en twee atrigonische **23**, **56**.

Cf. (36) bestaat uit vier ditrigonische lijnen 3, 4, 7, 8 benevens vier monotrigonische lijnen 1, 2, 5, 6; zij bezit twee ditrigonische punten 34, 78; acht monotrigonische 17, 27, 18, 28, 35, 45, 36, 46; vier hexatetragonische 15, 16, 25, 26; en twee tritetragonische 47, 38.

Er zijn zes soorten van cf. $(16_2, 8_4)$.

Cf. $(16_2, 8_4)$.

Naam.	Soorten van lijnen.	Soorten van punten.	Complementaire $(12_2, 8_3)$.	Tabel.
A	een	een	twee $(6_2, 4_3)$	31
B	een	twee	*A*	33
C	een	twee	*B*	32
D	twee	vier	*C*	36
E	drie	vier	*D*	34
F	drie	vijf	*E*	35

VERVORMING DER CONFIGURATIES $(2n_2, n_4)$.

10. De cf. $(18_2, 9_4)$ kunnen niet met behulp van hunne complementen gevonden worden, daar deze ook $(18_2, 9_4)$ zijn.

Er dient dus eene vervorming bedacht te worden, welke op de verschillende $(16_2, 8_4)$ toegepast, de verschillende $(18_2, 9_4)$ doet kennen.

Is a eene lijn eener $(2n_2, n_4)$, en bevinden zich onder de met haar verbonden lijnen b, c, d, e twee gescheiden paren die geene lijn gemeen hebben, b.v. de paren b, c en d, e, dan verkrijgt men eene $(2(n-1)_2, (n-1)_4)$ door a weg te laten en de punten bc en de toe te voegen.

Vormen b, c, d, e geen twee onafhankelijke gescheiden paren, maar b. v. de gescheiden paren b, c en b, d, dan wordt b gesneden door de lijn a met de punten ac, ad, ae, door de lijn e met de punten ae, ce, de en nog door twee lijnen f en g, die elk van a en e gescheiden zijn; b verkeert dan in hetzelfde geval als voorheen a, zoodat weglating van b onder toevoeging der punten af en eg wederom eene $(2(n-1)_2, (n-1)_4)$ doet ontstaan.

Zijn daarentegen slechts de lijnen d en e gescheiden, zoodat d door a, b, c en de lijn h, de lijn e door a, b, c en i gesneden wordt, dan verkrijgt men eene $(2(n-5)_2, (n-5)_4)$, wanneer men de lijnen a, b, c, d, e weglaat en het punt hi aan de figuur toevoegt. Deze vervorming kan natuurlijk alleen voorkomen, als $n \geqq 10$.

Verwijdert men dus uit eene $(2n_2, n_4)$ de gescheiden punten bc, de, terwijl de lijn a met de punten ab, ac, ad, ae aan de figuur wordt toegevoegd, dan ontstaat eene cf. $(2(n+1)_2, (n+1)_4)$.

Wordt uit de $(2n_2, n_4)$ het punt hi weggelaten, terwijl men de lijnen a, b, c, d, e met de punten ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, dh, ei in de figuur opneemt, zoo ontstaat eene $(2(n+5)_2, (n+5)_4)$.

Alle cf. $(2n_2, n_4)$ *kunnen bepaald worden, zoodra de verschillende* $(2(n-1)_2, (n-1)_4)$ *en* $(2(n-5)_2, (n-5)_4)$ *bekend zijn.*

Kampen, 23 Mei 1889.

NIEUWE BIJDRAGEN

TOT DE

KENNIS DER MELOCACTI VAN WEST-INDIË.

DOOR

W. F. R. SURINGAR.

(Vergadering der Kon. Akad. van Wetensch., 27 September 1889).

Nadat ik de eer had, de uitkomsten van mijne reis, ten aanzien van de *Melocacti* onzer West-Indische eilanden, aan de Akademie voor te dragen *), heb ik dat onderzoek voortgezet, deels met behulp van het medegebrachte materiaal, deels met behulp van nieuwe voorwerpen, die ik, eerst in Augustus 1886, door de welwillende bemoeiingen van pastoor A. J. VAN KOOLWIJK, en nu weder onlangs, in Augustus 1889, door zijn opvolger te Oranjestad, den WelEerw. Heer VAN BAARS, mocht ontvangen.

Van het oorspronkelijk medegebrachte en ook van het in 1886 ontvangene is een goed deel gestorven, gelijk van deze moeilijk te kweeken voorwerpen niet anders kan worden verwacht. Ook was aanvankelijk geen zeer geschikte gelegenheid tot plaatsing van deze voorwerpen aan den Hortus voorhanden. Later werd daarin, door de goede zorg van Regeering en Curatoren, door den aanbouw van een klein succulenten-kastje voorzien; en, ofschoon het onmogelijk is, aan deze planten de levensvoorwaarden van haar vaderland hier terug te geven,

*) Zie *Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akad. v. Wetensch.*, Afd. Natuurkunde, 3de Reeks, Deel II, p. 183.

mogen wij de hoop koesteren, dat allengs een grooter getal der aangevoerde voorwerpen het leven behouden zal.

Van diegene, welke in leven bleven, hebben sommige duidelijke verschijnselen van groei vertoond. Opmerking verdienen hieronder: 1⁰ een zwaar exemplaar van *M. Salmianus* L. O., destijds uit Curaçao medegebracht, waarvan het beschadigde cephalium begon zich te vernieuwen; deze vernieuwing heeft zich voortgezet, en daaruit zijn, bij den warmen zomer van dit jaar, eenige bloemen te voorschijn gekomen; 2⁰ een exemplaar van *M. stramineus* SUR. l. c., eveneens tot de eerst medegebrachte planten behoorende, dat toen reeds een vrij groot cephalium bezat. Dit cephalium is op eenigzins afwijkende wijze doorgegroeid. Het is nl. niet eenvoudig verlengd, door nieuw toegevoegde tuberkels uit het groeipunt en verbreeding van het daaronder aanwezige gewelfde topgedeelte tot den volwassen omvang, m. a. w. door verlenging van den cylinder, maar door eene speciale uitgroeiing, vermoedelijk een vertakking nabij het groeipunt, die, terwijl het reeds aanwezige gedeelte onveranderd, en dus gewelfd bleef, op zichzelf tot een bolvormig lichaam, in diameter overeenkomende met de normale breedte van het cephalium, is toegenomen. Deze tak, van dezelfde samenstelling als het overige cephalium, hangt daarmede slechts even samen, helt door zijn gewicht sterk over, en zal er ten slotte door dezelfde oorzaak wel van afbreken. Alsdan zal vermoedelijk de inplanting nauwkeuriger dan nu kunnen worden nagegaan.

Deze vernieuwing, uit het cephalium zelf, is geheel exceptioneel. Gewoonlijk, wanneer het cephalium afsterft of vernield wordt, en zich door de vorming van een of meer nieuwe herstelt, ontstaan deze langs den rand van het oude, als zijtakken uit het bovendeel van den vegetatieven stengel; en deze zijknoppen brengen eerst een kleiner of grooter gewoon stengelgedeelte, en eerst daarna, aan den top hiervan, elk een nieuw cephalium voort.

Een voorwerp, in 1886 aangevoerd, en toen zonder cephalium, is er een begonnen te vormen, een verschijnsel, dat, zoover mij bekend, bij cultuur in onze kassen, nog niet is waar-

genomen. Het is een zeer klein voorwerp, met kegelvormigen stengel, dat onder de bij deze mededeeling behoorende beschrijvingen als *M. (incurvus) nanus* vermeld wordt. Bij eene hoogte van 10 cm. bezit de kegelvormige stengel beneden een diameter van 10½ cm.

Onderscheidene, met cephalium voorziene voorwerpen, hebben bloemen ontwikkeld. In onze kassen komen deze alleen in de zomermaanden, en bij een warmen, zonnigen zomer voor den dag. Wanneer dus de voorwerpen in Augustus aankomen, heeft men wel eenige, maar niet veel kans, dat men daarvan nog in denzelfden zomer de bloemen zal zien. De beide voorafgaande zomers van 1887 en 1888 waren bovendien ongunstig, door veel bedekte lucht; het gevolg hiervan is geweest, dat van de in 1886 ontvangen planten eerst in dezen zomer eenige hebben gebloeid. Sommige, het eerst medegenomen voorwerpen, hebben in dezen, vooral in den beginne gunstigen zomer, van Mei tot Augustus, hun bloei herhaald.

De meeste bloemen komen in den namiddag, of tegen den avond, te voorschijn, en zijn den volgenden morgen verwelkt. Enkele, zooals *M. communis* DC., hebben ze in 1885 — later is deze soort uitgestorven — ook in den voormiddag vertoond. Bij de middagzon verwelkten ook deze. In 't algemeen zijn de *Melocacti* nachtbloeiers en van korten duur. Dit maakt de waarneming der bloemen eenigszins moeilijk; en daarbij komt, dat slechts dan, wanneer eenige warme zonnige dagen zijn voorafgegaan, de bloemen geheel tot ontwikkeling komen. In het omgekeerde geval ziet men, nu eens dat een knop even met den top uit de wol van het cephalium te voorschijn komt, maar zich weldra terugtrekt en verwelkt. Een andermaal komt de bloem verder, de bloembladen openen zich eenigermate, maar de zoom bereikt slechts een vertikalen stand, en daarna trekken zij zich evenzeer terug. Soms staan de binnenste bloembladen een weinig uitgebogen, en verbergen min of meer de nog vereenigde stempellobben. Opent zich de bloem volledig, dan spreiden deze zich straalvormig uit, de bloembladen vormen een trechtervormigen zoom, en ten slotte staan ook de toppen van de meer buitenwaartsche kortere blaadjes, die men als kelkbla-

den beschouwen kan, eenigszins naar buiten uit. Op die wijze zijn in 1885 en in dezen zomer eenige bloemen waargenomen.

Bessen komen gewoonlijk, aan pas ingevoerde bloeibare planten, korten tijd na hare aankomst voor den dag, als het product van bloemen, die vóór de reis hebben gebloeid, zoodat men veelal den vruchtvorm spoedig kan leeren kennen, in zooverre de voorwerpen van cephalium voorzien zijn. Deze bessen zijn van verschillenden vorm en grootte, maar in 't algemeen naar beneden smaller. Nadat haar top tusschen de wol van het cephalium zichtbaar is geworden, verheffen zij zich in een' of twee dagen daaruit, en vallen ten slotte af. Door de veerkracht der omringende deelen, eene drukking uitoefenende tegen de zwellende bes, wordt deze als het ware uitgeperst. MIQUEL ontkent dit verschijnsel, tegenover de wel wat overdreven mededeelingen van LEMAIRE, dat de bessen uit het cephalium wegspringen. Op grond van eigen waarnemingen deelt MIQUEL mede, dat de bessen, na een weinig boven de wol uitgestoken te hebben, zich weder terugtrekken en tusschen de wol verdrogen. Nu en dan geschiedt dit werkelijk; nl. soms blijft de bes met haar voet aan de aanhechtingsplaats verbonden met eene kracht, die aan de oppersing weerstand biedt; maar in de meeste gevallen laat zij los en wordt op de beschrevene wijze langzaam opgeheven en verwijderd.

Dit jaar zijn bessen verkregen uit een paar in 1886 ingevoerde planten, die in den loop van den zomer hadden gebloeid, dus uit in de kas zelve ontwikkelde bloemen. De planten hadden gebloeid de eene van het laatst van Mei tot half Juli, de andere nog in het begin van Augustus, terwijl de rijpe bessen in en na de eerste week van September zijn verschenen. Ten naaste bij laat zich hieruit opmaken, dat er een paar maanden tusschen den bloei en de rijpheid der bes verstreken zijn *). De stempelarmen lagen in deze bloemen in de keel, niet ver boven de meeldraden; of de bevruchting door middel van vliegen, of wellicht door de

---

*) Dit wordt bevestigd door enkele bessen, die nog tot 23 Oktober verschenen zijn (noot bij de proefcorrectie toegevoegd).

aanraking bij het onderzoek der bloem geschied is, moet ik in het midden laten. De bessen waren deels wat kleiner, deels wat smaller dan die, welke kort na den invoer waren verkregen, maar overigens normaal gevormd en bevatteden, even als de andere, een aantal goed ontwikkelde zaden.

De zaden, welke in vrij grooten getale aan de wandstandige zaadlijsten worden voortgebracht, kiemen geregeld, wanneer zij op vochtige zandige aarde worden uitgezaaid. Omtrent de kiemingsgeschiedenis heeft MIQUEL reeds medegedeeld, dat het stengelbeginsel voor den dag treedt als een klein bolvormig, boven eenigszins ingesneden lichaampje, waarvan de twee door de insnoering gescheiden helften als de zaadlobben moeten worden aangemerkt. Aan de binnenzijde van deze ontstaat het eerste dorenbundeltje (zijtakje), waarvan de dorens (bladen) door kleine borsteltjes worden vertegenwoordigd. Na afloop van deze kiemingsgeschiedenis ontstaan twee dorenknobbels, met de eerste gekruist. Hierdoor is het begin van vier vertikale rijen dorenknobbels gegeven, elke knobbel vertegenwoordigende een blad met daarmede verbonden okseltak, en in elke rij eerst als afzonderlijke knobbels voorkomende, maar weldra tot een doorloopende rib ineensmeltend. Vrij spoedig wordt dit getal ribben tot acht verdubbeld, doordien zich, tusschen de vier eerst aangelegde, vier nieuwe invoegen, en tusschen deze acht wordt hier en daar nog weder een nieuwe aangelegd, zoodat reeds bij zeer jonge voorwerpen van die soorten, welke binnen het bereik van mijn onderzoek vielen, het aantal ribben tusschen acht en dertien wisselt. In den jongen top, waar voortdurend nieuwe knobbels worden gevormd, liggen deze spiralig.

Sommige voorwerpen verkrijgen dus reeds op dezen jongen leeftijd — laten wij het noemen, ter onderscheiding met volgende toestanden, het primitieve stadium — hun vol aantal kanten of ribben. Bij andere wordt dit echter ook later nog, op dezelfde wijze, vermeerderd. Bij sommige ziet men zelfs nog eene vermeerdering in de onmiddellijke nabijheid van het cephalium, dus op het einde van den vegetatieven lengtegroei.

Bij deze vermeerdering van het aantal ribben smelt de

aanvangsknobbel der nieuwe doorgaans samen met een der beide oude ribben, waartusschen hij de nieuwe aanvangt; alsdan geeft dit aanleiding tot het voorkomen, alsof deze rib naar boven is gesplitst of vertakt; soms blijft hij op zichzelf staan, en wordt dus de nieuwe rib vrij tusschen de bestaande ingevoegd.

Het is duidelijk, dat de vermeerdering van het aantal ribben samenhangt met de vergrooting der cycli in den steeds breeder wordenden spiraligen top, maar tevens, dat zij daarmede niet geheel gelijken tred houdt. De vergroeiing tot doorloopende ribben houdt als het ware de vermeerdering van het getal vertikale rijen terug. Ook komen hierbij enkele anomalieën voor. Zoo zijn gewoonlijk de vermeerderingen van het aantal ribben, zoowel in volgende stadiën als in het primitieve, gelijkmatig langs den omtrek van den stengel verdeeld; maar bij één (volwassen) voorwerp was te zien, dat zoodanige vermeerdering plaats had gehad aan de éène zijde van den stengel, tusschen een viertal naast elkander liggende ribben.

De borsteltjes, die, in het primitieve stadium, de dorengroepen vertegenwoordigen, zijn ten getale van vijf op elk knobbeltje. Zij vertegenwoordigen de zijdorens van de latere volkomene deelen. Eerst hooger op vermeerdert hun getal en komen ook, bij die soorten welke later binnendorens zullen bezitten, een of meer borstels in het midden der groepen, als vertegenwoordigers van deze tweede soort van dorens, te voorschijn. De verschillen tusschen de jonge plantjes, van 4- à 5-jarigen leeftijd en die een diameter van hoogstens 3 centimeter bezitten, zijn overigens nog hoogst gering. Vele, afkomstig van voorwerpen, die tamelijk ver uiteenliepen, laten zich in dezen toestand niet of nauwelijks van elkander onderscheiden. Andere vertoonen duidelijker afwijkingen van de overige in kleur, lengte der borstels, enz. Maar de verschillen zijn volstrekt niet evenredig aan die tusschen de volwassen voorwerpen, welke de zaden hebben geleverd. De lichaamsvorm is in het algemeen bolvormig.

Alles wat zich nu op de oppervlakte van deze bolvormige stengeltjes bevindt, zal later naar het grondvlak worden

teruggedrongen, en dus, voor zoover dan nog voorhanden, op de volwassen voorwerpen alleen te zien zijn, als men deze omkeert, en haar grondvlak, rondom het uitgangspunt van den penwortel, beschouwt. Dikwijls ziet men daar straalswijs naar den wortel gerichte reeksen van dicht opeen geplaatste doorngroepen, kleiner en eenvoudiger dan die, welke zich aan het boven den bodem zichtbare gedeelte aan den stengel bevinden, en hoe langer hoe kleiner een eenvoudiger wordend, naarmate men het middelpunt bij den wortel nadert. De allereerste gevormde doorngroepjes, in diens onmiddellijke nabijheid, zijn dan echter lang verloren gegaan.

Juiste waarnemingen omtrent voorwerpen, die in onze kassen het primitieve stadium zijn te boven gekomen, zijn mij niet bekend. Maar uit betrekkelijk jongere ingevoerde voorwerpen, in vergelijking met zaailingen eenerzijds en geheel volwassen voorwerpen anderzijds, laat zich opmaken, dat, bij den overgang van het eerste stadium in het tweede, de stengelleden, naarmate zij later worden aangelegd, steeds meer in de breedte uitgroeien, totdat de volle breedte van de latere basis van den stengel bereikt is: even als jonge palmen, boomvarens en dergelijke, eerst, zooals men het noemt, tot hunne breedte uitgroeien, om later, uit die breede basis, door toevoeging van nieuwe leden van ongeveer dezelfde breedte, den opgerichten stam te vormen. Hier echter is dat eerste gedeelte dadelijk vertikaal, niet min of meer rhizoom-achtig.

Geschiedt nu die successieve verbreeding der later gevormde leden snel en steeds toenemend, dan verkrijgt men die platte koekvormige lichamen, welke reeds door Salm-Dijck en Miquel als jonge voorwerpen van *M. pyramidalis* S. D. zijn erkend en ik u hier van een variëteit van *M. Koolwijkianus* Sur. kan vertoonen. Bij minder snelle, en ten slotte weder geleidelijk verminderende toeneming, moet het grondvlak zich meer afgerond voordoen. Eene enkele maal, exceptionneel, zag ik het vrij kegelvormig. Eerst wanneer op deze wijze het grondvlak zijne volle breedte heeft verkregen, heeft men aan de buiten- en bovenzijde van het lichaam dorengroepen, die ook aan de buitenzijde van het volwassen voor-

werp zichtbaar zullen blijven. Ook in deze dorengroepen, in 't algemeen de krachtigst ontwikkelde, is meestal nog eenige opklimming te bespeuren, en geheel naar boven, tegen de vorming van het cephalium, vaak weder eenige vermindering. Het maximum heeft men dus doorgaans in het midden of op twee derden van de hoogte; vandaar uit heeft men, naar gelang van omstandigheden, een kleiner of grooter getal daaraan gelijke, en vervolgens beneden de nog niet tot het maximum gestegene, boven al of niet weder verminderde dorengroepen.

Wanneer, na de vorming van een plat of bijna plat grondvlak, de groei in het tweede stadium — dat wij het vegetatieve zullen noemen — in de hooger en hooger gevormde deelen geleidelijk weder afneemt, verkrijgt men den eigenaardigen kegel-, of, de kanten in aanmerking genomen, pyramidaalvorm, die aan een deel der soorten eigen is. Bij andere blijft de breedtegroei in de deelen voorbij het grondvlak een tijdlang gelijk, waardoor cylindervormen, aan den top afgerond, ontstaan, die men wel met die van een suikerbrood vergeleken heeft. Heeft eerst nog een toeneming, en daarna afneming van den breedtegroei plaats, dan verkrijgt men, als het maximum beneden het midden blijft, een eivormigen, wanneer het in het midden komt, een bolvormigen of langwerpigen stengel. Tusschen deze hoofdvormen zijn natuurlijk allerlei tusschentoestanden. In 't algemeen zijn de vormen, waarbij de hoogte den diameter overtreft, zeldzamer dan die, waarbij beide gelijk zijn, of waar de hoogte min of meer beneden het maximum der breedte blijft.

Wanneer het cephalium zich begint te vormen, ziet men aan den top, in plaats van jonge elkander kruisende dorens, de lange witte wol van de cephaliumknobbels te voorschijn treden, omringd door de dorens van het laatst gevormde vegetatief gedeelte. Eerst zeer smal, verbreedt het zich van lieverlede, waarbij dus ook het vegetatief gedeelte van den stengel, waarop het rust, nog in omvang toeneemt. Op die wijze wordt een diameter van 7—10 centimeters verkregen, terwijl de oppervlakte zich inmiddels welft; eindelijk, wanneer het maximum van omvang bereikt is, groeit het cephalium verder cylindervormig op.

Reeds de eerste cephaliumknobbels zijn bloeibaar, maar de bloem ontwikkelt zich niet, voordat een aantal nieuwe cephaliumknobbels zich gevormd heeft. Voorts weet men, dat elke knobbel, als zijtak, niet meer dan ééne bloem kan voortbrengen. Het gevolg hiervan is, dat de bloemen, zoowel bij een reeds cylindervormig ontwikkeld als bij een nog schijfvormig cephalium, alleen op de bovenvlakte voorkomen, meest 1 à 2 cm. van het midden. Bij het cephalium, dat zijne volle breedte bezit en krachtig doorgroeit, komt dit, zooals MIQUEL opgeeft, ongeveer uit op een derde tusschen het middelpunt en den omtrek der bovenvlakte; bij jongere cephaliën is het echter dichter bij den rand en bij niet of niet sterk meer aangroeiende dichter bij het midden. Iets vroeger of later dan de bloemen komen de fijnere borstels te voorschijn, die hier de dorengroepen vertegenwoordigen, en die dus in de eerste plaats op het uitgebloeide, bij sommige soorten reeds op het bloeibare, en bij andere, hoewel zeldzamer, ook op het nog niet bloeibare middengedeelte boven de wol uitsteken. In een paar gevallen, waarin het cephalium geheel en al, tot over den top, met overal even krachtige en even lange borstels bedekt was, gelijk bij andere, waar de bloemen of bessen uit het midden ontsproten, kwam het mij voor, te doen te hebben met cephaliën die hadden opgehouden te groeien, en de natuurlijke grens van hunne ontwikkeling hadden bereikt. Waar die grens voor elke soort ligt, is voor het oogenblik niet uit te maken. Dat zij echter verschilt, valt niet te betwijfelen. Bij de *Melocacti* op de eilanden beneden den wind heb ik slechts bij uitzondering een cephalium gezien, dat iets hooger was dan de diameter. De meeste waren lager. Bij *Melocactus communis* DC. op St. Eustatius waren er van een halven meter en hooger; welk verschil moeilijk aan toevallige omstandigheden van vernieling of dergelijke toegeschreven worden kan.

De vergelijking van de zaailingen van hetzelfde zaaisel, zal, wanneer de zaailingen eenmaal zoover gevorderd zullen zijn, dat zij het primitieve groeistadium te boven zijn gekomen, over het min of meer standvastige, en dus over de betrekkelijke waarde der kenmerken voor de onderscheiding der soorten, een oordeel kunnen leveren. Het laat zich

echter voorzien, dat het lang zal duren, voordat de in onze kassen gekweekte voorwerpen dien toestand van ontwikkeling zullen hebben bereikt. Inmiddels levert reeds de vergelijking van verschillende dorengroepen en andere deelen aan eenzelfde voorwerp, en de vergelijking van meerdere voorwerpen, die kennelijk tot denzelfden type behooren, inzonderheid die, welke in het algemeen overeenstemmen, maar in één opzicht verschillen, een maatstaf tot beoordeeling.

Tot dit doel leverden ook de beide zendingen van de Heeren VAN KOOLWIJK en VAN BAARS een zeer te waardeeren materiaal. De voorwerpen, die de Heer VAN KOOLWIJK zond, waren alle van ééne plaats, in de nabijheid van Oranjestad, en leverden het voordeel op van vrij talrijke exemplaren te bevatten van enkele soorten: waarin dus de variaties, bij behoud van denzelfden algemeenen type, konden worden nagegaan. Die van den Heer VAN BAARS waren van verschillende plaatsen van het eiland; en daar vooreerst de Heer VAN BAARS mij destijds op een paar tochten had vergezeld, en ten tweede dezelfde bediende, die toenmaals voor mij werkzaam was geweest, ook nu weder met het inzamelen kon worden belast, bestond er gelegenheid, om de lokaliteiten vanwaar, en ook eenigermate de vormen die in de eerste plaats tot aanvulling werden gewenscht, meer in het bizonder op te geven. Op verschillende wijze waren dus beide in hooge mate voor het doel belangrijk.

Mijne onderstelling, dat tusschen sommige, vrij uiteenloopende vormen, maar die toch iets in haar karakter gemeen hadden, tusschenleden, als van eene zelfde reeks, zouden gevonden worden, b.v. tusschen *M. Koolwijkianus* SUR. en *M. rubellus* SUR., werd bevestigd. Voor andere bleek ook nu weder een meer geïsoleerd standpunt, b.v. voor *M. stramineus* SUR. Niet bevestigd werd mijn vermoeden, dat men reeds nu de soorten meer, dan tot dusver, zou kunnen samentrekken. Zelfs eene enkele, die ik gemeend had, niettegenstaande de bestaande verschillen, tot eene zelfde soort als andere, te mogen rekenen, heb ik daarvan weder moeten afscheiden, b.v. de zeer karakteristieke Arubaansche vorm met kromme dorens, die ik vroeger tot *M. Monvil-*

leanus MIQ. had gebracht. Ik ontving nl. onder de latere vormen een, die veel nader komt tot de beschrijving en afbeelding van het fragment, dat MIQUEL aanleiding tot het opstellen van zijne soort gaf, maar onmogelijk met den door mij daartoe gebrachten Arubaanschen vorm kan worden vereenigd. Ik ben dus verplicht geweest, dezen laatsten thans van een afzonderlijken naam te voorzien. Tegelijkertijd moge ik hier aanteekenen, dat de verwante *Melocactus Besleri* L. O., door de schrijvers die MIQUEL hebben opgevolgd, ten onrechte als soort geschrapt is. LINK en OTTO, die in 1827 den naam gaven, hebben dien tevens toegepast op een voorwerp, in de collectie van SCHELHASE te Cassel aanwezig, dat, door den bloei in 1837 en 1838, bleek tot een ander geslacht, *Discocactus*, te behooren; maar de afbeelding van BESLER in den »*Hortus Eystettensis*", die aanleiding gaf om den naam *Besleri* aan de soort te verbinden, is een duidelijke *Melocactus* met cephalium. Of nu het jonge voorwerp in den Hortus te Berlijn, uit Zuid-Brazilië (het Casselsche voorwerp was uit West-Indië, vermoedelijk van Jamaica, terwijl het vaderland van het BESLER'sche onbekend is), waarnaar LINK en OTTO hunne beschrijving en afbeelding gaven, tot de eene of tot de andere soort behoorde, is thans niet meer uit te maken. FÖRSTER bericht (*Handb. d. Cacteënkunde*, p. 348) dat het gestorven is zonder te bloeien. MIQUEL geloofde wel aan de identiteit; maar beschouwde in elk geval de afbeelding van BESLER en niet het Berlijnsch exemplaar als de type, zoodat ik meen, met weglating van de verdere synonymie, de soort te moeten behouden als *M. Besleri* MIQ. (non L. et O.), waarbij dan, uit de beschrijving van MIQUEL, datgene moet worden weggelaten, wat aan die van het Berlijnsche exemplaar ontleend is.

Gelijk gezegd, is mijn indruk, na het bestudeeren en vergelijken van een vrij groot aantal voorwerpen en vormen van dit geslacht, dat de maatstaf tot onderscheiding der soorten vooralsnog niet veel ruimer kan worden genomen, dan tot dusverre door MIQUEL en de andere schrijvers over dit onderwerp geschiedde. Misschien zullen later sommige vormen, die nu afzonderlijk moeten worden genomen, kunnen

worden samengevoegd, nl. wanneer van alle de bloemen, vruchten en de ontwikkeling nauwkeurig bekend zullen zijn; de ondervinding heeft echter geleerd, dat meerdere malen vormen, die later heterogeen bleken, zijn samengevoegd geworden dan het omgekeerde; en het later samenvoegen van aanvankelijk onderscheiden vormen is zeer eenvoudig, terwijl het scheiden van ten onrechte vereenigde niet zelden groote moeilijkheden oplevert. Ten einde nu eene eventueele vereeniging of scheiding, die later noodzakelijk mochten blijken, gemakkelijk te maken, zonder telkens de namen te veranderen en daardoor de synonymie te vermeerderen, heb ik niet slechts aan diegene, welke ik meen als afzonderlijke soorten te moeten beschouwen, afzonderlijke namen gegeven, maar ook voor varieteiten, bij verschillende soorten, nooit dezelfde namen gebruikt, en voorts de mij voorkomende verwantschap, die misschien later tot vereeniging tot ééne soort leiden kan, door het plaatsen van den naam der verwante soort tusschen haakjes vóór den naam der beschrevene aangeduid. Eene uitzondering heb ik gemaakt ten aanzien der vormen, die zich alleen of hoofdzakelijk door het bezit van twee of meer middeldorens van elkander onderscheiden. Aan dit kenmerk heeft men, naar mijn oordeel, wel niet doorgaans, maar toch nu en dan, eene wat al te groote waarde toegekend. Het gemis van alle middendorens is bij sommige soorten typisch; het bezit van slechts één middeldoren ook in het meerendeel der gevallen, maar niet in alle: gelijk ook reeds door Miquel een paar ééndoornige voorwerpen aan meerdoornige zijn verwant geoordeeld. Het bezit van slechts twee middeldorens schijnt mij slechts bij uitzondering een standvastig karakter; naast de meeste, die er twee hebben, komen andere voor met drie, vier, ook wel met meer middeldorens, die, op grond van de overige eigenschappen, tot dezelfde soort moeten worden gerekend. Deze onderscheid ik dus telkens eenvoudig als *forma* 2-*spina*, 3-*spina*, 4-*spina* of *plurispina*, zonder meer. Iets anders is het natuurlijk, wanneer, behalve het grooter aantal dorens, ook andere verschillen, in het karakter der dorens of in andere lichaamsdeelen optreden. Zoo heb ik b.v. reeds in mijn vorige lijst

een zesdoornige vorm, het naast bij *M. rubellus* staande, als *M. hexacanthus* onderscheiden, enkel met voorvoeging van den naam *rubellus* tusschen haakjes, omdat de identificatie mij wel waarschijnlijk, maar nog niet voldoende gewettigd scheen.

Wat de overige kenmerken betreft, zij het volgende opgemerkt:

De grootte van het volwassen lichaam beweegt zich bij elke soort binnen niet zeer ruime grenzen, zoodat men althans kleine, middelmatige en groote soorten onderscheiden kan. Evenzoo is het met de hoofdvormen: kegelvormig of pyramidaal, eivormig, bol en langwerpig, gesteld. Bij beide eigenschappen moet natuurlijk met den leeftijd en met individueele krachtiger of zwakker ontwikkeling rekening worden gehouden. De kleur des stengels, die tusschen licht en donker groen, en min of meer blauwachtig varieert, is in sommige gevallen eene eigenschap, die met de overige karakteristieke eigenschappen constant optreedt, en dus niet verzuimd mag worden; maar tevens moet zij met omzichtigheid worden gebruikt, daar de opvatting der kleur veel afhangt van het licht, dat op de voorwerpen valt. Bij sterke directe zonverlichting komt het licht geelgroen meer uit dan in het gewone daglicht, en voorwerpen met diepe sleuven doen zich reeds daardoor donkerder en meer blauwgroen voor dan andere. Van al de tinten, die hier voorkomen, is praktisch alleen eene onderscheiding tusschen licht, middelmatig en donker bruikbaar, en dan moet bovendien in aanmerking worden genomen, of de taxatie der kleur onder dezelfde omstandigheden heeft plaats gehad. Is dit niet het geval, dan blijft de opgaaf eenigermate onzeker.

Het getal der ribben, binnen zekere grenzen, haar vertikale of schuine, spiralige stand, haar vorm, breed met bijna platte of gewelfde vlakken en scherpen of stompen rug; of smal en hoog, sterk om de doornvelden gezwollen en daartusschen ingenepen; de vorm der kam tusschen de velden, effen of kartelvormig verheven, leveren goede kenmerkende eigenschappen. Hierbij valt evenwel op te merken, dat de ribben door krachtigen groei meer gezwollen kunnen zijn, en dat soms

smalle en breede bij voorwerpen voorkomen, die in andere eigenschappen overeenstemmen, dus om dat ééne verschil niet soortelijk gescheiden kunnen worden. Zoo heeft LEMAIRE bij zijn *M. obtusipetalus*, die breede maar tusschen de velden ingesnoerde ribben bezit, als varieteit, met instemming van MIQUEL, een vorm gevoegd met zeer breede niet ingesnoerde ribben, terwijl hij dit onderscheid aan den krachtigen groei toeschrijft. Ik zelf heb, bij de laatste bezending uit Aruba, een vorm van *M. stramineus* ontvangen, die zich, behalve door eenigzins hoogere gestalte, door smallere ribben, in verband met haar vermeerderd aantal, onderscheidt. De mogelijkheid van zoodanige invloeden moet dus, bij de beoordeeling van dit kenmerk, in aanmerking worden genomen.

Van de dorenvelden wordt het aantal, de meerdere of mindere verwijdering van elkander, hun vorm, grootte, kleur en het al of niet, of in mindere of meerdere mate, bezet zijn met vilt tusschen de dorenwortels, beschreven. Met het aantal wordt het getal der boven den grond, aan de buitenzijde van den stengel zichtbare bedoeld, en in 't algemeen worden de in het primitief stadium gevormde, maar bij de volwassen voorwerpen verdwenene of naar de grondvlakte teruggedrongen doornvelden geheel buiten beschouwing gelaten. Tusschen de van buiten zichtbare nu bestaat een doorgaand verschil, naarmate zij lager of hooger aan den vegetatieven stengel voorkomen. De hoogste, en vooral in een groeienden top, die nog niet in cephalium-vorming is overgegaan, zijn het rijkelijst, soms zeer sterk, met vilt bekleed, schijnen daardoor ook vaak grooter. De onderste zijn relatief klein en kaal. Wil men niet bij elk voorwerp al deze toestanden afzonderlijk beschrijven, en gewoonlijk geschiedt dit alleen wanneer een eenigzins buitengewone toestand voorkomt, dan kiest men als normaal de dorenvelden, die ongeveer te halverhoogte of op tweederden van de hoogte voorkomen. Deze kiest men ook voor de dorens, daar deze hier, met kleiner of grooter verschillen naar beneden en naar boven, meestal hun maximum van ontwikkeling vertoonen.

Wanneer slechts één doren der centrale groep voorkomt,

staat deze in het midden van het veld; zijn er twee, dan staat de tweede, doorgaans zwakkere, mediaan daarboven; zijn er drie, dan staan zij in ééne mediane lijn, of in een scheven driehoek, of wel, de twee bijgekomene staan lateraal boven den eersten; zijn er vier, dan komt er eene bovenste bij, en staan alle in eene smallere of breedere ruit. Indien nu het getal nog grooter wordt, dan komen de nieuwe, accessore, vaak kleine dorens, in de door mij waargenomen gevallen, altijd weder boven de vroegere voor: hetzij dat de bovendoren vervangen wordt door een paar laterale en dus alle in een langwerpig rond komen te staan, of dat de bovendoren op zijne plaats blijft en daarboven als het ware een nieuwe kring wordt gevormd. Juist het omgekeerde, nl. het accessoor zijn der onderste dorens van eene aldus vermeerderde groep, heeft MIQUEL bij zijn *M. Zuccharinii*, ofschoon niet geheel duidelijk, beschreven. Deze vermeerdering der centrale dorens, buiten den oorspronkelijken kring, is, uit een morphologisch oogpunt, eenigzins raadselachtig. Het heeft er nog het meest van, dat het wijst op de vorming van een zijtakje uit den knobbel, dat dan meest naar de bovenzijde, eene enkele maal (bij *M. Zuccharinii* MIQ.) aan de benedenzijde zou ontstaan. Eene tegenstelling tusschen de beneden- en bovenzijde vinden wij ook in de ontwikkeling der normale dorens, die doorgaans het krachtigste zijn aan die benedenzijde, zoowel wat de centrale als wat de randdorens betreft, maar somwijlen juist omgekeerd. Nu en dan ziet men den ondersten centraaldoren kleiner dan de anderen; en bij *M. dichroacanthus* MIQ. zijn de bovenste randdorens tot het dubbele langer dan de onderste.

De diameter van het volwassen cephalium levert, gelijk wij zagen, bij de onderscheidene soorten geen groot verschil op; terwijl de opgaaf der hoogte voor het oogenblik veelal slechts de strekking kan hebben om van lieverlede tot de kennis van de natuurlijke grens der hoogte voor elke soort te naderen. Meer positieve kenmerken leveren de borstels, hun aard, grootte, kleur, en verspreiding op.

Het meest in het oog vallend verschil, dat de bloemen

aanbieden, is gelegen in de grootte en daarmede samenhangende wijdte van den goed geopenden zoom. Zoover bekend, wisselt deze wijdte, bij verschillende soorten, af tusschen een halven centimeter en nog iets minder en twee en een halven centimeter; en het is merkwaardig, dat de kleinste bloemen gezien zijn bij voorwerpen van de hoogste vegetatieve ontwikkeling, en de grootste bij eene in dat opzicht laag staande soort, *M. amoenus* HOFFGG. van het vasteland, met één, soms nog ontbrekenden, centraaldoorn. Men zou echter verkeerd doen met hieruit eene conclusie omtrent de verhouding dezer eigenschappen te trekken, want zoowel bij de lage vormen als bij de hoog ontwikkelde komen ook bloemen van middelbare grootte voor, en van de meeste zijn de bloemen nog niet beschreven.

Bij vergelijking in dit opzicht moet men zorg dragen, met goed ontwikkelde en geheel geopende bloemen te doen te hebben, iets wat in onze kassen, gelijk vroeger werd opgemerkt, nog al eens te wenschen overlaat.

De kleur is nu eens licht rozerood, dan eens donkerder purperrood, soms constant, soms ook wel bij dezelfde soort afwisselend. Met de grootte der bloem neemt ook het aantal der, even als bij alle cacteeën-bloemen, spiralig geplaatste en in elkander overgaande, kelk- en bloembladen toe. De vorm der bloembladen, speciaal van hunne toppen, levert eenige, wel is waar minutieuze, maar toch niet verwerpelijke kenmerken. Zelden zijn alle bloembladen van dezelfde bloem in dit opzicht aan elkander gelijk: zoodat men ook weder eene bloem noodig heeft, waarin alle bloembladen flink ontwikkeld zijn, om het algemeene of heerschende karakter te vatten. De verschillen zijn dan deze, dat de toppen der bloembladen nu eens stomp en relatief breed, dan spits of versmald, ook wel mucronaat zijn, terwijl de randen nu eens gaaf, dan weer eenigzins onregelmatig gekarteld of ook vrij regelmatig en zeer fijn getand zijn. Het aantal stempelarmen varieert ook ongeveer met de grootte der bloem tusschen 3 en 7, en kan in bloemen van dezelfde plant een of twee verschillen; de kleur heb ik altijd wit gezien, behalve bij *M. communis* DC., welker bloemen vrij lang openbleven en

waar zij ten slotte een weinig rood werden. Behalve voor deze soort worden zij ook roodachtig opgegeven voor *M. violaceus* PFEIFF. en geelachtig voor *M. caesius* WENDL. De hoogte van de (geopende) stempels in de keel heeft mij tot dusverre geene verschillen opgeleverd, die niet uit eene meer of minder krachtige ontwikkeling der bloem kunnen worden verklaard.

Iets anders is het met de hoogte, waarop de bloemen buiten het cephalium uitsteken; ofschoon ook hier het iets hooger of lager van de gezonde ontwikkeling der bloem afhangt, zoo zijn er soorten, waarbij de bloemzoom niet of nauwelijks buiten de wol van het cephalium uitsteekt, en andere, waar zij zich een centimeter of meer daarboven verheft. Het schijnt samen te hangen met de omstandigheid, of de plaats, waar de bloemen gevormd worden, al of niet en met kortere of langere borstels bezet is.

Vorm en grootte der bessen loopen nog al uiteen, en verdienen eene plaats onder de soortskenmerken: mits men voorzichtig zij in de toepassing, indien slechts enkele bessen van een voorwerp zijn gewonnen, en rekening houde met de variaties, die, door zwakke of krachtige ontwikkeling, nu en dan bij bessen van hetzelfde individu voorkomen, en dus ook bij voorwerpen van eene zelfde soort kunnen worden aangetroffen. De middelvorm is omgekeerd ei-kegelvormig, met eene lengte van ongeveer $3^1/_2$ centimeter en een diameter, in het dikste gedeelte, van ongeveer $^1/_3$ der lengte. Vandaar uit gerekend zijn sommige beneden stomper en dus zuiver eivormig of langwerpig, andere spits, dus zuiver kegelvormig, en in deze vormen absoluut grooter of kleiner, en verschillend in de verhouding van lengte tot breedte; zeer uiteenloopende typen zijn b. v. de kort- en breed-kegelvormige, nog geen twee centimeter lange en ongeveer één cm. breede, bij *M. communis* DC., en de tot 5 cm. lange en slechts 8 mm. breede langwerpige bij *M. stramineus* SUR.

In 't algemeen hebben de bloemen en vruchten meer opgeleverd dan ik daarvan aanvankelijk verwachtte, maar toch te weinig, om vooralsnog met de vegetatieve organen, in

het onderscheiden en rangschikken der soorten, om den voorrang te kunnen wedijveren.

Eene rangschikking der soorten is het eerst door MIQUEL in zijne bekende Monographie van het geslacht geleverd *). Tot en met LINNAEUS werd het weinige bekende als ééne soort beschouwd, door LINNAEUS *Cactus Melocactus* genoemd. DECANDOLLE verhief †) *Melocactus* tot een afzonderlijk geslacht en noemde de door hem in de *Plantes grasses* afgebeelde soort *Melocactus communis*. Denzelfden naam hadden LINK en OTTO, even te voren §), aan een, ook door hen afgebeelden, maar duidelijk verschillenden vorm gegeven; de *M. communis* van DECANDOLLE bleef echter, ook in het vervolg, als de type der soort beschouwd. Aan het geslacht waren twee soorten, door SALM-DYCK als *Cactus macracanthus* en *pyramidalis* beschreven, toegevoegd. Daarop volgden meerdere, door LINK en OTTO, HOOKER, LEMAIRE, PFEIFFER, LEHMAN, WENDLAND en anderen, ook door MIQUEL, beschreven, en deze verspreide opgaven werden ten slotte door MIQUEL, in zijne Monographie tot een geheel samengevoegd. MIQUEL geeft, na eene algemeene beschouwing van het geslacht, vooreerst een sleutel der soorten, naar den aard, het getal, en verdere eigenschappen der dorens; vervolgens behandelt hij de soorten afzonderlijk, in eene andere volgorde, waarbij naar eene natuurlijke rangschikking gestreefd is. Volgende schrijvers hebben, in hoofdzaak, de volgorde van den eerstgenoemden sleutel overgenomen. Eerst FÖRSTER in zijn *Handbuch der Cacteënkunde* 1846, daarna LABOURET, in zijne *Monographie de la famille des Cactées*, 1852, en nu ook laatstelijk RÜMPLER,

---

*) *Acta Acad. Caes. Leop. Carol. nat. Cur.* Vol. XVIII. Suppl.

†) Revue de la famille des *Cactées*, Mém. du Musée d' Histoire naturelle 17. p. 1. e. v. 1828.

§) *Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gartenbaues in den Königl. Preussischen Staaten* III. 1827. p. 412, tab. XI. Het op de plaat afgebeelde voorwerp onderscheidt zich, behalve door den geheelen lichaamsvorm, door de veel langere, gekruiste randdorens. Ik onderscheid dit als *M. Linkii*. Men heeft het gehouden voor zijne var. *macrocephalus;* hiermede is echter eer een met den soorttype van DECANDOLLE overeenstemmende vorm bedoeld geweest.

in zijne nieuwe uitgaaf van het Handboek van Förster, in 1886. Labouret heeft aan de groepen, waarin de sleutel van Miquel de *Melocacti* verdeelde, namen gegeven, en tevens de volgorde veranderd, zonder dat echter eenig voordeel van die verandering blijkt. Eene betere verandering dan de door hem gemaakte zou geweest zijn, de laatste afdeeling van den sleutel van Miquel, bevattende de soorten zonder centraaldorens, voorop te plaatsen, en verder de volgorde te behouden. Dan ware, wel is waar, de verdeeling kunstmatig gebleven, maar in elk geval eene meer geregelde opklimming van het eenvoudige naar het meer samengestelde verkregen. Waarom Miquel zelf in zijn sleutel die eenvoudigste groep achteraan heeft geplaatst, terwijl hij in de eerste groep, met centraaldorens, naar het getal van deze, en vervolgens naar dat der rand-dorens, in 't algemeen opklimmend te werk gaat, is niet duidelijk; in elk geval zet hij echter deze soorten voorop bij de rangschikking der beschrijvingen in het werk zelf, waarin naar eene natuurlijke rangschikking gestreefd wordt. De oorzaak, waarom men niet liever deze volgorde dan den kunstmatigen sleutel gevolgd heeft, komt mij voor daarin gelegen te zijn, dat Miquel die volgorde niet nader gemotiveerd heeft, en zij, bij den eersten opslag, eenigszins vreemd schijnt. Eerst bij nadere studie ziet men het streven, om in 't algemeen van het eenvoudige naar het meer samengestelde op te klimmen, maar met omkeeringen en verschuivingen, om in ander opzicht verwante vormen bij elkander te brengen. Miquel zelf beschouwt het als een voorloopige proeve, maar het is zeker, dat hij in die proeve althans den weg naar de natuurlijke verwantschap gewezen heeft.

De aansluitingen zijn van te verschillenden aard, om daaraan, in eene eenvoudige rangschikking der soorten achter elkander, eene duidelijke uitdrukking te geven, en vaak ook van te subtielen aard, em er duidelijk beschrijfbare kenmerken van groepen aan te ontleenen. Bovendien missen wij van de meeste nog de beschrijving van bloem en vrucht: welke organen, al kunnen zij hier, reeds om deze reden alleen, niet op den voorgrond worden gesteld, toch, als zij bekend zijn, in anders twijfelachtige gevallen van verbinding of

scheiding, een machtigen doorslag geven. Men zal nog lang, in het opsporen en wegen der verwantschap, moeten volgen wat de oudere DECANDOLLE eigenaardig de »méthode de tâtonnement" noemde. Wat de uitdrukking der verwantschap, voorzoover gevonden, betreft, komt mij eene graphische voorstelling, waarbij de soorten op van een aanvangspunt opklimmende en radieerende lijnen de meest geschikte voor. Op deze lijnen zijn dan de meer eenvoudige vormen in elke reeks het naast bij het aanvangspunt, en de meest gecompliceerde het verst daarvan verwijderd te plaatsen. Waar eene dubbele aansluiting plaats heeft, kan men eene lijn zich laten vertakken; waar geen aansluiting aan eenvoudiger vormen gevonden is, kan men den tak op een afstand van het aanvangspunt vrij laten beginnen; en geïsoleerde vormen kunnen tusschen de lijnen worden aangebracht. Men zal ook hier eenigszins moeten geven en nemen, maar verkrijgt een beeld, een soort van morphologische stamboom, waarin althans ten naastenbij de betrekkingen tusschen de soorten kunnen worden uitgedrukt en met een opslag overzien. Naar gelang meer soorten bekend, en de bekende meer volledig bekend worden, is zoodanig beeld uit te breiden, en zooveel noodig te wijzigen.

Naar de mate van onze tegenwoordige kennis plaats ik dan, naast ééne korte lijn, de soorten waarbij nooit een middeldoren is waargenomen, en wel, naar het opklimmend getal der randdorens (5—8) in deze volgorde: *M. pentacentrus* LEM., *M. depressus* HOOK., *M. violaceus* PFEIFF., *M. goniodacanthus* LEM., alle, zoover bekend, soorten van het vasteland van Brazilië. Bij één van deze (*M. violaceus*) is de bloem als van middelmatige grootte, (1 cm. diam.), met gekartelde bloembladen en met een 5-deeligen roodachtigen stempel beschreven; van eene andere (*M. depressus*) de kleine smalle langwerpig knotsormige (lichtroode) bes. De cephaliën enz. loopen nog al uiteen, zoodat deze vormen eenigzins op zich zelf staan. Langs eene tweede hierboven uitspringende lijn rangschik ik de soorten met een of meer (tot 4) middeldorens, doch die kleiner zijn dan de randdorens. Hiertoe behooren 10 soorten, van Brazilië, Mexico, Jamaica,

Cuba, St. Thomas, St. Croix, St. Eustatius, nl: *M. Ellemeetii* Miq. van Bahia, *M. Wendlandii* Miq. van St. Thomas, *M. Delessertianus* Lem. van Mexico, *M. meonacanthus* L. O. van Jamaica, *M. communis* D.C. van St. Croix en St. Eustatius, *M. havannensis* Miq. van Cuba, *M. rubens* Pfeiff. van West-Indië, *M. Linkii* (syn. *M. communis* L. O., non DC.) van West-Indië, *M. crassispinus* S. D. waarschijnlijk van Brazilië, *M. dichroacanthus* Miq. van St. Thomas. Van twee van deze zijn bloemen waargenomen: nl. van de zeer eigenaardige *M. Ellemeetii* Miq., vrij klein en rozerood, en bij *M. communis* Dc., middelmatig van grootte, met eenigzins getande vaak aangespitste bloembladen, met een 5- (4—6) straligen roodachtigen stempel, en eene vrij dikke, kleine, omgekeerd eivormige bes opleverend. Een zeer afwijkende vorm is onder deze *M. dichroacanthus* Miq., waar de hoogere dorens in elke groep grooter zijn dan de lagere. Met *M. cummunis* DC. zijn vermoedelijk eenige soorten, die eerst als variateiten daarvan beschouwd waren, na verwant. Zelve onderscheidt zij zich door reusachtigen bouw en buitengewoon hoog cephalium.

Als tweede zijtak, van ongeveer gelijke waarde, komen dan daarnaast de soorten met hoogstens één centraaldoren, doch deze grooter, in een enkel geval alleen dikker, dan de randdorens: *M. ferox* Pfeiff. van Zuid-Brazilië en Mexico, *M. Schlumbergianus* Lem. van St. Thomas, *M. Brogniartii* Lem. van onbekenden oorsprong, *M. Miquelii* Lehm. van St. Croix, *M. cæsius* en *M. griseus* (varieteit) Wendl. van Laguayra, *M. hystrix* Parm. van onbekenden oorsprong, *M. amoenus* Hoffgg. van Columbia, *M. atrosanguineus* H. B. van St. Thomas en *M. spatangus* H. B. van Curaçao, dus, behalve van het vaste land van centraal en Zuid-Amerika, van St. Croix, St. Thomas en eene, waarover nader, van Curaçao.

De beide eerstgenoemden schijnen, niettegenstaande het ver verwijderd vaderland, nauw verwant te zijn; de anderen staan eenigermate op zich zelf. De beide laatstgenoemden, en vooral de allerlaatste, vertoonen verwantschap met hoogere vormen uit de meerdoornige groep: *M. Salmianus* L.O. en *M. pyramidalis* S.D., gelijk reeds door Miquel is opgemerkt, en moeten dus naar de buurt van deze worden opge-

schoven. Bloemen zijn slechts bij twee, van het vaste land van Zuid-Amerika, waargenomen: bij *M. caesius* WENDL., van Venezuela, van middelmatige grootte ($1^1/_2$ cm. middellijn) met 7 geelachtige stempelstralen, en bij *M. amoenus* HOFFG. van Columbia, zeer groot ($2^1/_2$ cm. middellijn), de grootste tot dusver bekende.

Bij de vijf eersten zijn de randdorens klein ($1^1/_2$ of $2^1/_2$ cm.) en de centraaldoren weinig daarvan verschillend, terwijl het getal der randdorens 8 (bij *M. ferox* PFEIFF. 6—8) bedraagt. Bij *M. amoenus* HOFFGG. is de centraaldoren $2^1/_2$ cm. en zijn de randdorens $1^1/_2$ cm. lang, bij *M. atrosanguineus* H. B. zijn 10 randdorens; en *M. spatangus* H. B. heeft er 12—13, die bovendien naar weerskanten evenwijdig loopen, terwijl de centraaldoren 4—5 cm. lang is. Deze komt dus geheel uit en boven de lijn, in de buurt van *M. pyramidalis* S. D., en van de door mij op Bonaire verzamelde en beschreven *M. spatanginus*, waarmede zij wellicht later, als eendoornige vorm, onmiddellijk zal moeten worden verbonden.

Den hoogsten tak vormen dan eindelijk de soorten met twee of meer centraaldorens, krachtiger dan de randdorens. Hier ontmoeten wij de grootste verscheidenheid, en de hoogste vormen. De tak splitst zich als het ware in meerdere zijtakken, die, zelve weder vertakt, door menigvuldigheid en grootte, al het vorige breed overschaduwen.

De eenvoudigste vormen zijn hier: *M. curvispinus* H. B., van Mexico, *M. obtusipetalus* LEM., van Santa Fé de Rogota, *M. parvispinus* SUR. van Bonaire en *M. Koolwijkianus* SUR. van Aruba, bij welke alle de (1-)2 of 2—3 middeldorens weinig grooter zijn dan de randdorens, en de lengte ven deze niet meer bedraagt dan $2^1/_2$ cm. *). *M. obtusipetalus* LEM. bezit eene groote bloem, bijna zoo groot als *M. amoenus* HOFFGG., en *M. Koolwijkianus* SUR. eene vrij groote ($1^1/_2$ cm. in diameter); overigens verschillen zij in meerdere opzichten.

---

*) Dezer dagen ontving ik een nog eenvoudiger vorm, afkomstig van Venezuela, en die eene bijna onmiddellijke aansluiting levert met de ééndoornige groep. De beschrijving van deze soort zal als supplement aan dit stuk worden toegevoegd.

Buiten deze aanvangvormen behoort nu verder geene soort van deze hoogste groep stellig aan het vaste land. Van *M. Monvilleanus* Miq. wordt het door Miquel verondersteld, maar zonder opgaaf van redenen; van *M. Besleri* Miq. (non L. O.) is het vaderland eveneens onbekend; al de anderen, waarvan het vaderland bekend is, zijn afkomstig van St. Domingo, St. Thomas, en van Curaçao, Bonaire en Aruba; aan welke drie laatste eilanden, speciaal Aruba, voor het oogenblik het leeuwendeel toekomt.

Aruba op dezen grond als het plantengeographisch middelpunt van het geslacht te beschouwen, is misschien wat veel gewaagd, omdat bizondere omstandigheden er toe hebben medegewerkt, om vandaar het ruimste materiaal te verkrijgen. Behoudens enkele soorten, speciaal aan de noordkust van Zuid-Amerika, door botanisten verzameld, berustte vroeger de kennis der *Melocacti* op zonder wetenschappelijke kennis verzameld en naar de Europeesche tuinen gezonden materiaal. Ook werd wel, in den tijd, toen de liefhebberij voor Cacteeën heerschte, veel gezonden, maar niet alles werd wetenschappelijk bewerkt. Daargelaten nog onderscheidene twijfelachtige soorten, die al te onvolledig zijn beschreven om ze behoorlijk te kunnen identificeeren, en andere, die, zonder grondig onderzoek, hetzij bij *M. communis* DC. werden gevoegd, of voor *M. pyramidalis* S.D. of een der andere eerst beschreven soorten werden gehouden, werden vele, gelijk Förster aan het einde van zijne behandeling van het geslacht (l. c. p. 279) mededeelt, in het geheel niet gedetermineerd. Het spoedig afsterven van de ingevoerde exemplaren in onze kassen, het zeer langzaam ontwikkelen van de zaailingen, waarvan wel vele werden verkregen, maar waarvan, zoover bekend, geene tot volledigen wasdom zijn gekomen, deden de liefhebberij voor deze planten allengs verminderen; en het gemis van vergelijkingsmateriaal, bij de vaak onvolledige beschrijvingen, maakte de indentificatie der soorten hoogst moeilijk.

Indien nu ook de andere eilanden, in het bizonder St. Thomas, hetgeen reeds belangrijke en vrij uiteenloopende vormen heeft opgeleverd, meer opzettelijk werden onderzocht, zouden daar ongetwijfeld ook wel meer soorten worden aange-

troffen, dan men daarvan tot dusverre kent; ten slotte zou men wellicht tot de uitkomst geraken om de bakermat van het geslacht te zoeken op een thans verdronken land ergens tusschen onze eilanden onder den wind en St. Thomas in.

In elk geval maakt Aruba den indruk van niet ver daarvan verwijderd te zijn geweest, misschien een deel daarvan te hebben uitgemaakt. Het is niet alleen de rijkdom der vormen, welke dien indruk geeft, maar ook iets eigenaardigs in het karakter, iets wilds en oorspronkelijks, zelfs tegenover de vormen van Bonaire en Curaçao.

Naar de buitenzijde van het gebied worden de soorten eenvoudiger van bouw, en minder talrijk; de eenvoudigste heeft men, gelijk wij zagen, aan de kuststreken van het vasteland, deels van Mexico, deels van Zuid-Amerika, waar zij soms nog hoog op de bergen den zeewind zoeken, en verder komt dit hoogst eigenaardig plantengeslacht niet voor.

Om nu terug te keeren tot de straks genoemde vormen van den hoogsten tak, zoo heb ik voor *M. obtusipetalus* Lem. geene aansluiting aan hoogere te vermelden. Eigenaardig is bij deze soort het grooter zijn van den hoogsten centraaldoren, terwijl de lagere kleiner is en soms ontbreekt, juist omgekeerd als gewoonlijk. Diezelfde omgekeerde verhouding wordt bij *M. dichroacanthus* Miq. voor al de dorens gezamenlijk opgegeven; en de abnormale verhouding der centraaldorens, die Miquel bij *M. Zuccharinii* Miq. beschrijft, komt ook eenigzins in deze richting. Maar dit is ook alles. In 't algemeen verschillen deze soorten zoo zeer van elkander en van *M. obtusipetalus* Lem., dat aan eene aansluiting niet te denken valt. De zeer groote bloem, opgegeven als tweemaal grooter dan *M. communis* DC., dus minstens 2 cm. in omvang, herinnert aan *M. amoenus* Hoffgg. met hoogstens één (soms geen) centraaldoren, eveneens van Columbia, zoodat zij in elk geval in de nabijheid van dezen lageren vorm moet worden geplaatst.

M. curvispinus H. B. van Mexico, is reeds door Miquel geplaatst bij *M. Monvilleanus* Miq. en van *M. Besleri* (Miq. non L. O.) en daarbij komen de Arubaansche *M. arcuatus* (= *Monvilleanus* van mijne eerste lijst) en de nieuwe *M. un-*

cinatus. De bloemen zijn van geen van deze bekend; wel de zeer kolossale, tegelijk lange en dikke bessen van *M. arcuatus*, welke ook voorkomen bij *M. rectiusculus* SUR. l. c., een met kleinere minder kromme dorens, maar die overigens in het algemeen karakter verwantschap met de vorige verraadt. Eene nieuwe, bij deze gelegenheid als *M. Baarsianus* te vermelden en te beschrijven, vertoont zeer groote overeenkomst met de beschrijving en afbeelding van het fragment van *M. Monvilleanus* MIQ. Zij bezit ook het grooter aantal doornvelden en het lichtgekleurde cephalium. Vorm der ribben, aantal en lengte der dorens, en de geaardheid der doornvelden verschillen echter, zoodat eene identificatie, ook hier, gewaagd zou zijn. De dunne naaldvorm der dorens en hunne lengte en kleur, benevens het cephalium vertoonen eene toenadering tot de eveneens bij de vorige gelegenheid beschrevene *M. s tramineus* en *M. trichacanthus*. De bessen zijn hier ook lang, maar dun, even als in het evenwijdig takje van *M. approximatus* SUR. en *M. Evertzianus* SUR. De bloemen van *M. stramineus*, die echter niet goed zijn opengekomen, hebben middelbare grootte.

M. parvispinus SUR. van Bonaire voegt zich, als hoogst eenvoudige vorm, bij den zelf weer vertakten, schoonen tak, waarlangs *M. patens* SUR. van Bonaire, *Lehmanni* MIQ. van Bonaire en Curaçao, *M. macracanthus* S. D. van Curaçao, Bonaire en St. Domingo, *M. cornutus* SUR. van Curaçao, *M. Salmianus* L. O. van Curaçao, *M. pusillus* SUR. van Curaçao, *M. intermedius* SUR. van Curaçao, *M. pyramidalis* S. D. van Curaçao en St. Thomas, *M. microcephalus* MIQ. van Curaçao, *M. spatanginus* SUR. van Bonaire en Curaçao, *M. macracanthoides* MIQ. van St. Thomas, *M. xanthacanthus* MIQ. van St. Thomas, *M. Zuccharinii* MIQ. van Curaçao en een vijftal nieuwe Arubaansche vormen moeten worden gerangschikt.

De dorengroepen bereiken in dezen tak hare hoogste ontwikkeling. De centrale dorens, van 2 tot 4, zelden 6 in aantal, worden forsch en lang, tot 6 cm. toe; de randdorens, in de eenvoudiger vormen regelmatig stralend, worden ook talrijker, en de zijdelingsche daarvan breiden zich horizontaal, evenwijdig aan elkander uit, en bedekken eindelijk den stam

met een dicht vlechtwerk. Wij hebben reeds opgemerkt, hoe de éëndoornige *M. spatangus* zich hierbij aansluit, en daarom op eene plaats onmiddellijk naast of wellicht zelfs in de groep zelve aanspraak maakt.

De bloemen, zoover bekend, zijn klein, omstreeks $^1/_2$ cm. in diameter en de bessen van middelbaren vorm en grootte; voorts de cephaliën niet bizonder borstelig.

Eigenaardig zijn *M. Lehmanni* Miq. met zijne lichtgroene kleur, donkere dorenvelden en effen, zeer fijnborstelig cephalium, en *M. macracanthus* S. D. met zijn, in verhouding tot de lengte bizonder dikke centraaldorens en groote, blijvend viltige doornvelden, in welk laatste opzicht de nieuwe Arubaansche soorten *M. flammeus*, *M. pulvinosus* en *M armatus* zich aansluiten. Op de afwijkende verhouding der dorens bij *M. Zuccharinii* Miq. is reeds gewezen. *M. microcephalus* Miq. draagt zijn naam naar het bizonder kleine cephalium; maar uit de afbeelding is duidelijk, dat het cephalium bij de beschreven voorwerpen nog jong was en zijne volle breedte nog niet had bereikt, terwijl de »doornachtige roode borstels" mij voorkomen nog tot de omringende doorngroepen te behooren.

Van *M. Koolwijkianus* Sur. opperde ik het vermoeden, dat zij wellicht als aanvangsvorm in eene reeks van *M. rubellus* Sur. zou tehuis behooren. Inderdaad heb ik naderhand soorten ontvangen, die de groote ruimte tusschen deze beide aanvullen.

M. Koolwijkianus heeft een betrekkelijk kleinen meest regelmatig eivormigen stengel, recht opgaande ribben, en doorngroepen met kleine ($2^1/_2$ cm.) regelmatig stralende randdorens en 2—3 weinig daarvan verschillende centraaldorens, alle recht of bijna recht, bijna rolrond en licht roodachtig gekleurd met lichtbruinroode wortels op kleine, weinig viltige dorenvelden. Het cephalium heeft donkerbruine, kromme, vrij sterke borstels. De bloem is vrij groot, fraai roserood, of iets meer purper en de bessen, omgekeerd eivormig, eenigzins dik, van middelgrootte; eene enkele maal werd een afwijkend zeer groote, en eenige malen een zeer kleine, blijkbaar onvolledig ontwikkelde bes ingezameld. Bij

eene varieteit: *adustus*, zoogenoemd wegens de nog lichtere dorens en donkerder. als het ware verkoolde puntjes, zijn de dorens bovendien iets meer achterwaarts naar den stengel gebogen. Bij dezen vorm zijn de middeldorens ten getale von 2—3, 3—4 en van 4—6 gevonden.

Van dezen rustigen vorm uit divergeeren soorten in verschillende richting:

1⁰. *M. roseus* en *M. argenteus*, waar de centraaldorens langer zijn, de doornvelden grooter en viltiger, de bloemen ongeveer gelijk, maar de bessen alle smaller. Bij de tweede genoemde hebben de randdorens bovendien eenige neiging om naar beneden af te buigen.

2⁰. *M. flexus* en verwante, alle met een kleinen meer kegelvormigen stengel, min of meer spiralige samengedrukte ribben en hetzij rechte maar evenwijdig gerichte, of eenigzins opgebogen zij-randdorens. Naar den aard der dorens en der dorenvelden, benevens naar dien der bessen, zijn verschillende zijtakken te onderscheiden, gelijk uit de beschrijving blijkt. Mochten in een volgend jaar nog bloemen te voorschijn komen, dan zullen deze waarschijnlijk een nader inzicht in de verwantschap verleenen.

Op deze vormen volgt *M. ferus* (= *M. ferox* Sur. van de vorige lijst — waarvan de naam veranderd moest worden omdat hij reeds door Pfeiffer voor eene andere soort is gebruikt — met bleek groenen stengel en zeer lange dorens, de zijdelingsche op verschillende wijze gebogen, en dan de reeds vroeger beschreven *M. rubellus* Sur. en *M.* (*rubellus*) *hexacanthus* Sur. Aan denzelfden tak sluiten zich nog als eenigzins afwijkende vormen aan: *M. capillaris* en *M. compactus*, de laatste hoogst eigenaardig door zijne op het smalle veld als opgedrongene, opstaande en verschillend gekromde dorens.

3⁰. *M. stellatus* en verwanten, in 't algemeen eivormig, iets grooter dan *M. Koolwijkianus* Sur., eveneens met rechte ribben, maar deze veelal breed en met betrekkelijk vlakke zijden; de dorenvelden niet groot en niet sterk viltig; de dorens langer dan de genoemde soort, maar niet dikker, zoodat zij een slanker voorkomen hebben; de randdorens regelmatig stralend en de middeldorens niet veel van deze verschillend;

bij de meeste korte, zuiver kegelvormige bessen. Afwijkend, trouwens ook in ander opzicht, zijn een paar vormen met zeer groote langwerpig ei-kegelvormige bessen, en eenige met eenigzins horizontaal-evenwijdige en andere, met flauw naar beneden gebogen zijranddorens. Onder deze is een vorm, misschien als varieteit te beschouwen, met, in jongen toestand, bijna witte dorens, terwijl zij anders min of meer rood, of, door ouderdom, licht vuilbruin zijn. Bloemen, voor zoover waargenomen, zijn middelgroot, wat kleiner dan bij *M. Koolwijkianus* Sur. en tevens, zoowel van deze als onderling, eenigzins verschillende in den vorm der bloembladen. Dit verschil in de bloemen en bessen heeft mij genoopt, meer vormen afzonderlijk te houden, dan mij aanvankelijk, op grond van de vegetatieve organen alleen, noodig was geschenen. Het geheel is eene eenigzins eentoonige groep met minutieuze verschillen.

4⁰. Naast en gedeeltelijk boven haar komt *M. radiatus*, met meer conischen vorm, samengedrukte ribben, meer viltige doornvelden en langer, ook meer ongelijke dorens, en hierbij *M. albispinus* met ivoorwitte, *M. eburneus* met daarbij boogswijs nedergebogen, en eindelijk *M. subulatus* met niet zeer lange, maar buitengewoon breede, platte, priemvormige dorens. Bij deze laatste, hoogst eigenaardige soort, waarbij een hoog langwerpige vorm voorkomt, stijgt het getal middendorens tot het hoogst waargenomen getal, nl. tot acht. Wij hebben hier te doen met een zijtak, die eenigszins in de richting naar de *curvispini* wijst. Bloemen heb ik nog niet gezien. De bessen zijn bij de eerstgenoemde soort kegelvormig, bij de volgende zeer dik kegel- en kegel-eivormig.

Uit dit overzicht blijkt, dat de *Melocacti* van Aruba, bij eene groote verscheidenheid onderling, slechts in een enkele richting, en wel door middel van hunne hoogste vormen, aansluiting maken met die van Curaçao en de andere eilanden. Behalve de reeds genoemde, welke zich bij *M. macracanthus* S. D. aansluiten, zijn het de thans nieuw beschrevene *M. trigonus* en *M. ovatus*, welke, de eene het naast met *M. patens* Sur., de andere het naast met *M. pyramidalis* S. D. overeenstemmen.

Voorts zal uit deze beschouwingen gebleken zijn, dat eene voortgezette studie der *Melocacti* er toe leidt, eene grootere verscheidenheid van vormen daarvan te leeren kennen, maar tevens een zekeren samenhang tusschen die vormen op te sporen, die, ook in verband met de geografische verspreiding, op ontwikkeling en genetischen samenhàng wijst. Tevens echter blijkt er uit, dat onze kennis nog onvolledig is, en dat de verschillende vraagstukken, die zich voordoen, eerst van lieverlede, en bij benadering, zullen kunnen worden opgelost. Ik hoop in de gelegenheid te zullen zijn, dit onderwerp te vervolgen, en, terwijl ik voortga met het materiaal voor eene iconografie in gereedheid te brengen, voeg ik hier nu aan toe de beschrijving der nieuwe *Melocacti* en enkele aanvullingen betreffende de reeds vroeger beschrevene soorten.

VERKLARING DER KUNSTWOORDEN OP DE PLAAT.

Acentri: soorten zonder middeldorens.

Monocentri: soorten met één middeldoren, die langer (in een enkel geval even lang maar dikker) is dan de langste randdoren.

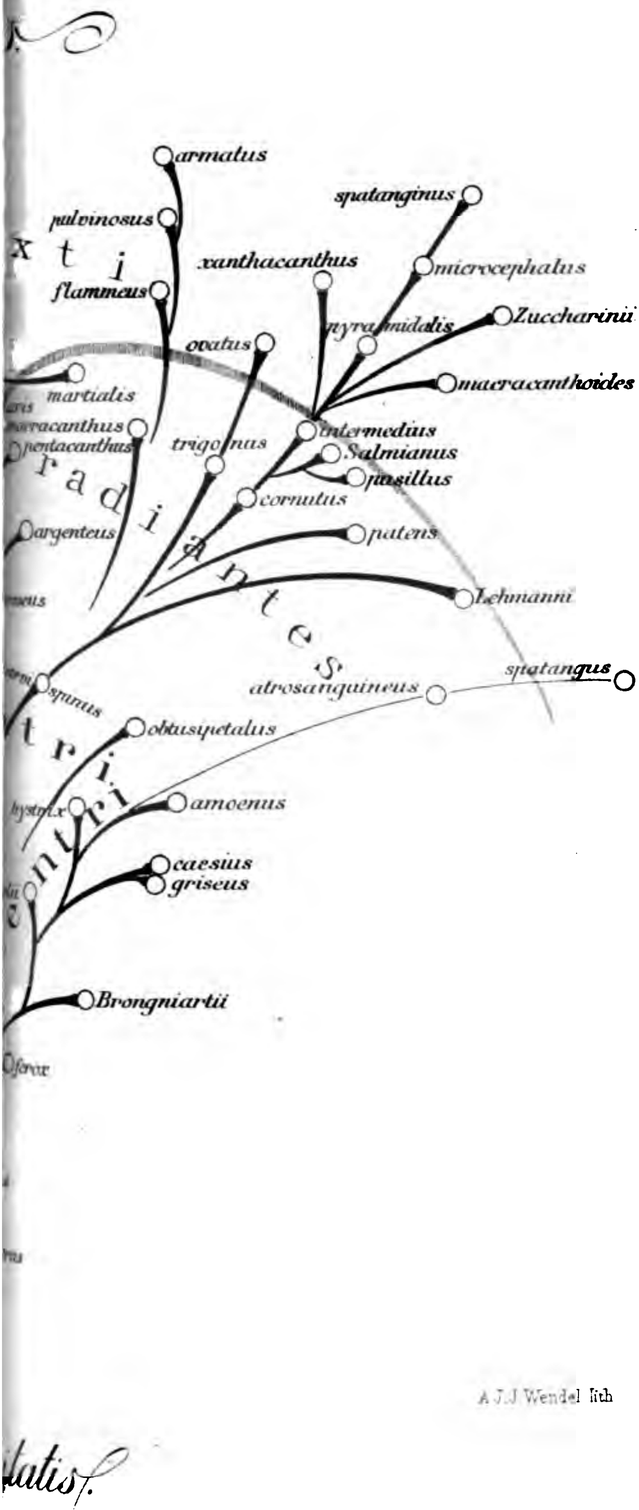
Microcentri: soorten met één of meer middeldorens, die echter, of waaraan de grootste, kleiner is dan de grootste randdoren.

Pleiocentri: soorten met twee of meer middeldorens, die, of waarvan de grootste, langer en doorgaans ook dikker zijn dan de grootste randdoren.

Radiantes: soorten, onder laatstgenoemde, waarvan de randdorens gelijkmatig of bijna gelijkmatig straalswijs uitgespreid zijn.

Flexi: soorten met weinig verschillende dorens en min of meer tot den evenwijdigen stand naderende, en hetzij rechte, of een weinig opgebogene zijdelingsche randdorens.

Intertexti: soorten met sterk verschillende dorens en evenwijdig loopende zijdelingsche randdorens, die, bij de sterkste



A.J.J. Wendel lith.

ontwikkeling in deze richting, een vlechtwerk om den stengel vormen.

De drie laatstgenoemde dorentoestanden gaan geleidelijk in elkander over; het niet scherpe der grens is door het geschaduwde der lijn uitgedrukt. De *flexi* zijn in het midden geplaatst, omdat zij zich deels bij de *radiantes*, deels bij de *intertexti* aansluiten. Een nieuw grenslijntje is tusschen de laatste en *M. compactus*, met zijne eigenaardig opstaande randdorens, getrokken.

MELOCACTI NOVI EX INSULA ARUBA,

ADJECTIS

SUPPLEMENTIS AD SPECIERUM JAM ANTE DESCRIPTARUM CHARACTERES.

AUCTORE

W. F. R. SURINGAR.

M. Koolwijkianus SUR. (*Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akademie van Wetenschappen*, Afdeeling Natuurkunde, Ser. III. Vol. II. p. 183 sqq.)

Ad hujus speciei descriptionem addendum:

Flos laete coccineus maior (limbo bene aperto $1^1/_2$ cm. lato) $1—1^1/_2$ cm. e cephalio exsertus, petalis linearibus obtusis integerrimis, stigmate faucem attingente 5—6-radiato albo.

Bacca obovato-conica mediocris (3 cm. longa, $1—1^1/_4$ cm. crassa).

Caulis parvus (10—14 cm. altus, $12^1/_2—15$ cm. crassus) *costis* verticalibus vel subverticalibus; *spinae* marginales rectae vel plus minus versus caulem recurvatae 10—12.

var.: *adustus*,

spinis pallidioribus imis apicibus obscurioribus, *marginalibus* saepius et magis versus caulem recurvatis.

Praeter formam typicam 2—3-*spinam: spinis centralibus* 2—3.

forma 4-*spina*,

spinis centralibus (3—)4, $2^1/_4—3$ cm. longis.

forma *plurispina*,

spinis centralibus 4- 6, quarta superiore spinulis 1—3 parvis collateralibus vicariata, inferiore ad 3 cm. longa, areolis aliquanto maioribus.

In hac forma stigma 8-radiatum observatum est.

Formae divergentes: caulis, junior placentiformis, adultus ovoideus, passim aliquanto subconicus vel depresso-globosus;

costae in nonnullis paullulum obliquae, earum numerus passim usque ad 15 auctus,

spinae in speciminibus vetustioribus quae ad hanc speciem pertinere videntur, decoloratae, sordide fusco-flavescentes, radicibus obscurius fuscis griseo-vaginatis et albo-marginatis, apicibus tantum hic inde rubellis, tomento in areolis parcissimo fusco;

baccae juxta normales in eodem specimine visae sunt: una praemagna ($4^1/_4$ cm. longa), tres breves oblongae (2 cm. longae, 1 cm. crassae) probabiliter non bene evolutae. Praeterea hac aestate in caldario evoluti flores baccas produxerunt complures, aliquanto quam typicas minores vel angustiores.

M. roseus.

Spinae non valde diversae, aciculares roseae plus minusve pruinosae; *marginales* $2^1/_2$—3 cm. longae, centralis inferior 3—$3^1/_2$ cm. attingens; *areolae* magnae tomentosae; *baccae* anguste oblongo-conicae ($2^1/_2$—4 cm. longae, $^3/_4$—1 cm. crassae). Cetera fere ut in *M. Koolwijkiano* Sur. (l. c.)

M. argenteus.

Spinae albicantes, *marginales* aliquanto versus caulis basin recurvatae; *costae* 14—15. Cetera ut in praecedente.

ejusdem var.: *tenuispina*,

spinis tenuibus, *marginalium* numero ad 12—13 aucto.

In utroque *M. roseo* et *M. argenteo*, formae 2-*spina* et 3—4-*spina* (spinis centralibus 2 et 3—4) observatae sunt.

Flos, in *M. argenteo* visus, cum illo *M. koolwijkiani* convenit.

M. obliquus.

Caulis parvus oblongo- vel depresso-ovoideo conicus, contortus, coeruleo-viridis.

Costae 11 obliquae valde compressae, circa areolas inflatae.

Areolae non valde numerosae (6—8) approximatae orbicularis magnae tomentosae.

Spinae mediocres non multum diversae, e radice rubra carneae, apice obscuriores, obtusangulo-subteretes;

marginales 11 subrectae (vel aliquanto versus caulem devel sursum incurvatae) patentissimae, laterales aliquanto parallelae costam vicinam non attingentes, $2^1/_2$ cm. longae;

centrales 2(—3) subrectae, inferior 3 cm. longa.

Cephalium adhuc minimum.

Flos non visus.

Baccarum character nondum certo constitui potuit.

ejusdem *forma 4-spina,*

Spinis centralibus 3—5, ad $4^3/_4$ cm. longis,
marginalibus ad 4 cm. longis.

M. limis.

Caulis parvus ovatus contortus coeruleo-viridis 11 cm. altus, 14 cm. crassus.

Costae 12 obliquae valde compressae circa areolas crasse inflatae, lateribus profunde impressis, sulcis sinuosis, dorso plicato nasuto.

Areolae 6—7 subdistantes, parvae suborbiculares parce tomentosae, anguste circumvallatae.

Spinae mediocres subaequales, e radice rubella carneae versus apicem obscurius rubrae;

marginales 10—11 patentissimae, laterales 3—4 utrinque subparallelae, aliquanto sursum incurvatae costam vicinam attingentes eique adpressae, inferiores 3 radiantes subrectae lateralibus aequales $2^1/_2$ cm. longae;

centrales (2—)3, subteretes, inferior cum superioribus fere aequilongis ($2^3/_4$ cm.) leviter sursum curvata vel recta.

Cephalium (adhuc minimum) setis rubris circumdatum.

Flos non visus.

Baccae mediocres anguste obovatae-obconicae coccineae (circa 3 cm. longae, $^3/_4$ cm. crassae).

M. flexus.

Caulis parvus conico-ovoideus contortus coeruleo-viridis.

Costae 11 obliquae compressae, circa areolas inflatae.

Areolae non valde mumerosae (6—7) approximatae parvae vel mediocres, parce tomentosae.

Spinae non valde diversae lineari-teretes vel obtusangulae et aliquanto a latere compressae, e radice fusca rubellae; *marginales* 9—10, patentissimae subrectae, laterales aliquanto parallelae $2^1/_2$ cm. longae; *centrales* 2(—3) inferior plerumque recta 3 cm. longa.

Cephalium disciforme, setis rubris curvatis versus centrum rarioribus munitum.

Flos non visus.

Baccae mediocres et majusculae (3—$3^3/_4$ cent. longae, 1 cm. crassae) conico-obovatae. In eodem specimine una bacca angusta; alterum specimen duas baccas parvas, unam conicam, alteram oblongam probabiliter non ad formam normalem evolutas produxit.

A praecedente praesertim baccis, ad *M. stellati* typum accedentibus, a *M. obliquo* areolis minoribus, minus tomentosis distinguitur.

M. incurvus.

A praecedente differt *spinis* marginalibus longioribus (3 cm.) sursum incurvatis et *baccis* minoribus, aliquanto crasso-obovoideo-conicis ($2^1/_2$ cm. circa longis, 1—$1^1/_4$ cm. crassis).

Ejusdem var.? *M. nanus*:

Caule minimo, conico 10 cm. alto, $10^1/_2$ cm. lato, *spinis* crassiusculis, marginalibus 8, centralibus 1—2.

Postquam per biennium in caldario asservatum fuit, initium cephalii hac aestate formare incepit.

M. capillaris.

Distinguitur *spinis* tenuibus elongatis varie flexuosis, marginalibus lateralibus supra costam vicinam extensis; et *baccis* angustis elongato-obconicis ($2^3/_4$—$3^1/_2$ cm. longis, $^3/_4$ cm. crassis).

Visae sunt formae:

unispina, spina centrali 1(—2) inferiore vel solitaria $3^1/_2$—$4^1/_2$ cm. longa, marginalibus 7—9.

bispina, spinis centralibus 2—3, inferiore 3 cm. longa, marginalibus 10—11.

M. extensus.

Caulis parvus ovoideo-conicus pallide coeruleo-viridis (10—12 cm. altus, basi 11—12 cm. crassus).

Costae 12—14 subverticales vel obliquae valde compressae, circa areolas inflatae, sulcis profundis angustis sinuatis.

Areolae non valde numerosae (6 – 7) parvae vel mediocres subrotundae et oblongae, tomento griseo-rubello praeditae.

Spinae non multum diversae tenues aciculares, strictae vel plus minus flexae, e radice fusca, anguste albo-marginata, carneae et pallide fuscae, saepe maculatae;

marginales 10—11 patentissimae, laterales aliquanto parallelae et costam proximam petentes, subinde attingentes,

centrales 2—3(4) rectae vel aliquanto sursum incurvatae, inferior maior subinde aliquanto decurvata, teretes vix obtusangulae, passim a latere subcompressae.

Cephalium adhuc parvum disciforme setis rubris curvatis obsitnm.

Flos non visus.

Bacca crassa breviuscula obovata vel obconica ($2^3/_4$—$3^1/_4$ cm. longa, $1^1/_4$—$1^1/_2$ cm. crassa) saturate coccinea.

M. rudis.

Caulis parvus conicus pallide, vix coeruleo-viridis (13 cm. altus, 14 cm. crassus).

Costae 10—13 obliquae, valde compressae, circa areolas valde inflatae, sulcis profundis sinuosis.

Areolae non numerosae (6—7) satis distantes, majores, oblongae, late sed non alte circumvallatae, rubello-, demum griseo-tomentosae.

Spinae non multum diversae, majores et crassiores, evidenter compressae, subulatae, e radice fusca angustissime marginata pallide carneae rubro-maculatae, rectae et varie curvatae,

marginales plerumque 10, inferior longior (ad 4 cm.) laterales ($3^1/_2$ cm.) cum ceteris radiantes vel plus minus parallelae, supra costam proximam extensae, omnes nunc rectae, nunc versus caulem re- vel leviter sursum incurvatae,

centrales 2(—3) inferior recta vel cum superiore minore sursum incurvata, evidenter a latere compressa obtuse quadrangula 4—5 cm. longa.

Cephalium emortuum in specimine unico gemmis duabis cephalophoris adhuc junioribus. nondum setis propris munitis, renovatum.

Flos et *fructus* non visi.

Habitus *M.* (*rubellum*) *ferum* (= *M.* (*rubellum*) *ferocem* Sur. l. c.) in memoriam revocat; species tamen potius analogae quam cognatae.

M. martialis.

Caulis conicus obscurius coeruleo-viridis 16 cm. altus 17 cm. crassus.

Costae 13 obliquae compressae, circa areolas late inflatae, inter eas vix angustatae, hinc sulcae subrectae, dorso nasuto.

Areolae 7 remotiusculae majores suborbiculares tomentosae vix impressae.

Spinae omnes robustae rigidae rectae e radice fusco-nigra breviter albomarginata pallide rubrofuscae, inferiores griseolutescentes,

marginales 10 (9—11) patentissimae aciculares rectae aequaliter radiantes, vel passim laterales aliquanto parallelae, cos-

tam proximam attingentes, saepe ei adpressae, infima plerumque aequilonga, (4 cm.) $1^1/_2$ cm. crassa;

centrales 3 (2—4) subuliformes obtusangulae rectae vel superiores levissime sursum, inferior deorsum curvata, haec nunc superne, nunc a latere compressa, 5 cm. longa, $2^1/_2$ mm. crassa, diametro minore $2^1/_4$ mm.

Cephalium disciforme, setis rubrofuscis firmis curvatis, excepta parva parte centrali, aequaliter obsitum.

Flos majusculus pallide roseus $^1/_2$ cm. e cephalio exsertus, limbo $1^1/_4$ cm. lato, petalis apice obovatis obtusis inaequaliter denticulatis, stigmate 6-radiato albo.

Baccae elongato-conicae coccineae, vertice plano obscuriores ($3^1/_2$ cm. longae, 1 cm. crassae).

M. (*rubellus*) *ferus.*

Syn: *M.* (*rubellus*) *ferox* SUR. l. c. Nomen mutandum fuit quia cl. Pfeiffer jam antea *Melocacti* speciam *ferocem* vocavit.

M. compactus.

Caulis (in specimine adulto) oblongus aliquanto pallide coeruleo-viridis (15 cm. altus, 14 cm. latus s. c.)

Costae 11 subverticales acutae superne compressae, sulcis subrectis.

Areolae (8—9) non valde approximatae immersae, circumvallatae, oblongae, parcius fusco-tomentosae.

Spinae paullum diversae tenaces varie flexae et tortae, pleraeque a latere compressae e radice griseo-vaginata breviter fimbriata carneo-rubrae demum fuscescentes;

marginales (10—) 11 erecto-patentes, inferior ad 3 cm. longa;

centrales 2—3, ad 4 cm. longae.

Cephalium parvum discforme setis fusco-rubris curvatis obsitum.

Flos non visus.

Baccarum character adhuc dubius.

Obs. Specimen junius, initium cephalii tamen possidens,

depresso-ovoideus coeruleo-viridis, costis magis toruloso-inflatis, areolis paucioribus (6) characterem spinarum hujus speciei peculiari modo compactarum haud minus quam adultum occulis offert.

M. pentacanthus.

Caulis parvus ovoideo-conicus, aliquanto contortus (13 cm. altus, $13^1/_2$ cm. crassus) pallide et laetior viridis.

Costae 11 obliquae compressae, circa areolas valde inflatae, sulcis profundis sinuatis.

Areolae non numerosae (7) aliquanto distantes majores, brevi-oblongae, parcius tomentosae.

Spinae non valde diversae e basi rubella, sordide fusco-, in infimis griseo-vaginata breviter albo-marginata carneae, subteretes obtusangulae, aliquanto a latere compressae, pro majore parte rectae;

marginales 11—12, laterales cum ceteris radiantes vel plus minus parallelae, interdum leviter sursum curvatae supra sinum cruciatae, inferior longior (3 cm.);

centrales 4 in rhombum dispositae vel 5, duae superiores collaterales minores, sive ultima cum duabus inferioribus mediana, penultimae collaterales, superior vel superiores tenues breves sursum incurvatae, laterales et inferiores plerumque rectae, infima rarius aliquanto deorsum recurvata, haec ad $3^1/_2$ cm longa.

Cephalium disciforme, setis firmis fusco-rubris curvatis satis dense obsitum.

Flos non visus.

Bacca unica mediocris obconica, $3^1/_4$ cm. longa, 1,1 cm. crassa.

Affinitas adhuc dubia.

M. (radiatus) contortus.

Caulis conico-oblongus, ad 17 cm. altus, 12 cm. crassus pallide coeruleo-viridis.

Costae 12—14 obliquae valde compressae, circa areolas inflatae, dorso inter eas acuto.

Areolae 8 mediocres aliquanto oblongae anguste circumvallatae.

Spinae evidenter diversae, e radicibus carneis vix marginatis roseae et pruinosae, aciculares a latere compressae;

marginales (10—11) patentissimae, laterales aliquanto parallelae rectae et varie flexae costae proximae adpressae, $3^1/_2$ cm. longae;

centrales 2, inferior recta vel cum superiore minore sursum incurvata, $4^1/_2$—5 cm. longa.

Cephalium adhuc nullum. Areolae superiores rotundae valde tomentosae.

Obs. Specimen junius conico-ovatus (10 cm. altus, 12 cm. latus) coeruleo-viridis, areolis 5—6, spinis paullo minoribus.

M. radiatus.

Differt a praecedente *spinis* marginalibus rectis aequaliter radiantibus, omnibus paullo minoribus.

Cephalium (adhuc minimum) setis curvis rubro-fuscis obsitum.

Flores nondum visi.

Baccae minores obconicae, $2^1/_2$ — fere 3 cm. longae, $^3/_4$— fere 1 cm. crassae.

M. albispinus.

Differt a praecedente: *colore caulis* obscuriore, *spinis* minus diversis, subteretibus, e radice rubella eburneis, *cephalio* setis tenuibus cinnabarinis obsito et *baccis* majusculis crassis obconicis, 3—4 cm. longis, ad $1^1/_2$ cm crassis.

Praeter formam *bispinam*, spinis centralibus 2(—3) inferiore $3^1/_4$ cm. longa, marginalibus ad $2^3/_4$ cm. longis,

forma *quadrispina*,

spinis centralibus 2—4, praeter quartam superiorem semper multo (ad $^1/_2$) minorem, saepe subaequalibus, ad $4^1/_4$ cm. longis, marginalibus 11—12, ad 3 cm. longis.

Species, imprimis haec forma, nobilissima.

M. eburneus.

Differt a praecedente *areolis* maioribus, *spinis* marginalibus et centrali inferiore deorsum arcuatis, et a plurimis *Melocactis* spina centrali inferiore non semper superiorem longitudine superante, sed nunc huic aequali, nunc aliquanto longiore vel breviore.

Praeter formam *bispinam*, spinis centralibus 2, 4 cm. longis, marginalibus 10, longitudine 3 cm.,

forma *plurispina*,

spinis centralibus (2) 3—6, superioribus minoribus, inferioribus ad $3^3/_4$ cm. longis, marginalibus 12—14, ad $2^3/_4$ cm. longis.

Costae in utraque 12.

M. euryacanthus.

Caulis oblongus et columnaris usque ad 32 cm. altus, 15 cm. crassus pallide sub-coerulescente viridis.

Costae 13 verticales latiusculae acutae sursum compressae, circa areolas sensim inflatae, sulco leviter sinuoso.

Areolae 8 magnae oblongae tomentosae, minus magisve remotae.

Spinae non multum diversae, pro ratione breviores, e radice rubella eburneae, complanatae, late subulatae;

marginales 12—13 cum vicinis vix cruciatae, fere aequaliter radiantes vel laterales aliquanto parallelae, rectae vel minus magisve versus caulem recurvatae, inferiores sensim majores ($2^1/_2$—$3^1/_2$ cm.) subinde leviter deorsum arcuatae, infima aliquanto maior vel minor, tota compages quasi semiflabellata;

centrales 2—7 (8), superiores minores plerumque leviter sursum incurvatae, inferiores majores rectae vel aliquanto sursum, vel infima leviter deorsum curvata, haec proximis nunc longior, nunc paullo brevior et subaequalis (3—4 cm.), omnes late subulatae.

Cephalium (adhuc junius) disciforme, setis satis firmis cinnabarinis obsitum.

Baccae mediocres obconicae et obovato-obconicae, pleraeque circa 3 cm. longae, $1^1/_4$ cm. crassae.

Species valde peculiaris et, pro genere, formosa.

M. stramineus SUR. l. c.

Addendum: forma *pluricostata.*

Costis 18 angustis, interpositis 5 accessoriis partim in basi, partim in medio trunci orientibus.

M. Evertszianus SUR. l. c.

Ad hujus speciei descriptionem addendum:

Cephalium teres, setis sparsis rectis tenuisculis fusco-rubris obsitum.

Flos parvus roseus, stigmatibus 5 albis.

Bacca elongato-clavata.

M. Baarsianus.

Caulis oblongus, 17 cm. altus, 15 cm. crassus.

Costae 10 compressae, circa areolas inflatae, sinubus profundis.

Areolae 8—9 approximatae fere orbiculares, minores, impressae, tomentosae.

Spinae non valde diversae subteretes longe aciculares arcuatae, e radice pallide-fusca stramineae;

marginales 10(—11) fere aequaliter radiantes, inferior longior (ad $4^1/_2$ cm.) omnes deorsum arcuatae;

centrales 2—4, 1—3 superiores plerumque rectae, rarius aliquanto sursum incurvatae, infima ceteras longitudine superante (4—$5^1/_2$ cm.) recta vel plerumque deorsum curvata, obtusangula vix compressa.

Cephalium teres 10 cm. crassum $8^1/_2$ cm. altum, setis tenuioribus fasciculatis cinnaberinis totum obsitum.

Specimen unicum eheu mortuum advenit, vix tamen collapsum, quo factum est ut praeter trunci colorem charactetes bene animadverti potuerint. Spinarum natura *M. stramineum* SUR. l. c. in memoriam revocat, sed forma earum curvata, areolae evidenter tomentosae et costae valde com-

pressae consociationi obstant. Affinis videtur *M. Monvilleano* MIQUEL et multo magis quidem quam species Arubiana, antea a me cum *M. Monvilleano* MIQ. conjuncta, nunc *arcuata* vocata. Differt tamen spinis maioribus crassioribus stramineis (non obscure fuscis), areolis evidenter tomentosis, costarum forma et earum dorso inter areolas alte sellato (in *Monvilleano* MIQ. vix repando). Nomen dedi in honorem venerandissimi VAN BAARS, qui specimen, etsi mortuum tamen pulcherrimum, cum multis aliis *Melocactis* mihi benevole misit.

M. Besleri MIQ. (non L. O.) p.p.

MIQUEL, Monographia generis *Melocacti*, Acta Acad. Caes. Leop. Carol. Nat. cur. Vol. XVIII. Suppl. p. 51, exclusis tamen omnibus quae ex specimine Berolinense a clar. LINK et OTTO descripto immixta sunt.

Melocactus BESLER, Hort. Eystettensis Ord. IV, fol. 1 cum tabula (exclusis synon. LOBELII et CLUSII).

Patria ignota.

Descriptio castigata, ex sola icone BESLERII l. c. desumpta:

Caulis maior, depresso- ovoideus glauco-viridis 20 cm. altus, 24 cm. crassus.

Costae 13 verticales crassae obtusissimae vix torulosae, inter areolas depresso-sinuatae.

Areolae paucae (5) valde distantes (4—5$^1/_2$ cm.).

Spinae paullum diversae omnes firmae crassae arcuatae sordide-fuscae;

marginales 7—8, suprema brevior, infima lateralibus subaequalis vel paullo brevior, omnes radiantes et versus caulem vel deorsum arcuatae;

centrales (rarius 1) 2—3, paullo maiores, superiores sursum arcuatae, inferior deorsum curvata vel recta maior (3$^1/_2$ cm.).

Cephalium disciforme 2 cm. altum, 9$^1/_2$ cm. crassum, setis curvis, sparsis, passim fasciculatis, rubris, per totam superficiam aequaliter, non dense, obsitum.

Flores et *fructus* non delineati.

Species cum *Discocacto insigni* PFEIFF. confusa (FÖRSTER

Handbuch der Cacteeënkunde. 1846, p. 348) at non tota ad hujus synonymiam releganda. *Melocactus* Horti Eystettensis *Melocactus* verus, a LINKIANO separandus et solus servandus.

M. arcuatus.

Syn: *M. Monvilleanus* MIQ. SUR. l. c. cum descriptione a specimine Arubiano desumpta. Nimis autem a *M. Monvilleano* differt quin cum hac conjuncta maneat. Descriptio mea citata igitur ad nunc propositum *M. arcuatum* referenda. Huic proxime affinis *M. Besleri* MIQ. p. p. (non L. O. vide supra) a quo tamen caule minore, costis acutis, areolis minus remotis, spinis maioribus, et spinarum marginalium maiore numero discrepat.

M. uncinatus.

Caulis (junior) depresso-globosus, pallidius coeruleo-viridis ($7^1/_2$ cm. altus, $10^1/_2$ cm. crassus).

Costae 12, fere verticales, valde compressae, circa areolas tereti-inflatae, inter eas complanatae, dorso nasuto, sinubus profundis.

Areolae romotiusculae 4, majusculae, impressae et circumvallatae, parcius sed evidenter griseo-rubello-tomentosae.

Spinae non valde diversae, e radice obscure fusca vix marginata vel fimbriata, rubro-fuscae, demum griseo-fuscae, firmae subteretes longae curvatae;

marginales 10, vel addita parva suprema 11, fere aequales ($3^3/_4$ cm. longae) radiantes vel laterales aliquanto parallelae, versus caulem et deorsum curvatae, costas vicinas attingentes et superantes;

centrales 2(—4) infima paullo major (ad $5^1/_2$ cm.) a latere compressa et deorsum curvata, superiores rectae vel sursum curvatae.

Cephalium, flores, fructus non visi.

Pulcherrimus huius seriei terminus.

M. elongatus.

Caulis oblongus (17 cm. altus, $15^1/_2$ cm. crassus) coeruleo-viridis.

Costae 11 (—13) fere perpendiculares, latiusculae acutae, lateribus leviter undulatis, sulcis latis, paullum flexuosis.

Areolae 7 remotae subrotundae majusculae albo-tomentosae, inferiores subnudae.

Spinae paullum diversae aciculares tenues sed firmae subrectae, e radice rubella, in vetustioribus griseo-viginata breviter albo-fimbriata, pallide carneae et flavescentes, versus apicem et maculatim rubellae;

marginales 10—11, superior vel superiores 2 debiliores, ceterae aequaliter radiantes valde patentes supra sinum cruciatae, inferior longior (ad $3^3/_4$ cm.);

centrales 2 (—3), superior vel superiores approximatae sursum curvatae, inferior recta vel paullum sursum curvata longior, (ad $4^1/_2$ cm.) obtuse quadrangula et aliquanto a latere compressa.

Cephalium disciforme setis rubro-fuscis crebris curvatis firmis munitum.

Flos (non bene apertus) exsertus mediocris (diam. limbi 1 cm.) coccineus, petalis obtusissimis, stigmatis radiis albis 6—7.

Baccae majusculae elongato-obovatae $3^1/_2$ cm. longae, 1 cm. crassae coccineae; accedunt formae utrinque divergentes, ad dimidium breviores et usque ad $4^1/_2$ cm. longiores, pro ratione crassiores et angustiores.

M. (stellatus?) sordidus.

Caulis depresso ovoideus ($11^1/_2$ cm. altus $14^1/_2$ cm. crassus).

Costae 11 subverticales rectae, paullum compressae circa areolas conico-inflatae, lateribus undulatis, dorso inter areolas acuto compresso plicato-nasuto.

Areolae 6 minores brevi-oblongae tomento parco lineari fuscescente praeditae.

Spinae vix diversae e basi fusco-griseo-vaginata breviter

albo-marginata sordide flavo-fuscescentes aciculares rectae, graciles sed firmae, subteretes;

marginales (9—)10 fere aequaliter radiantes, valde patentes, supra sinum cruciatae, inferior ad 3 cm. longa;

centrales 2, inferior aliquanto firmior et longior ($3^1/_2$ cm.) cum superiore leviter sursum curvata vel recta.

Cephalium tereti-convexum, setis fusco-rubris firmis curvatis satis aequaliter vestitum.

Flores mediocres, roseae et coccineae, ad $1^1/_2$ cm. ex cephalio exserti, limbo ad $1^1/_4$ cm. lato, petalorum apicibus ovatis obtusis, stigmatis radiis 6—8 albis.

Bacca minor obconica, $2^3/_4$ cm. longa, 1 cm. crassa, coccinea.

M. stellatus.

Caulis depresso-ovatus ($10^1/_2$—14 cm. altus, 14—17 cm. crassus) coeruleo-viridis.

Costae 11 verticales rectae latae aliquanto convexae, lateribus vix undulatis, dorso acuto leviter sellato vel nasuto, basi complanatae, sulcis fere rectis.

Areolae 6—7 subdistantes, vix immersae, parvae suborbiculares, tomento albo parciore at evidente praeditae.

Spinae subaequales aciculares rectae, e basi rubella pallidae fere stramineae, passim carneo-maculatae;

marginales 10—11, supremae 1—2 debiles, ceterae fere aequaliter radiantes (rarius laterales 2—3 aliquanto approximatae) inferior paullo longior ($2^1/_2$—3 cm.) valde patentes cum vicinis non vel vix cruciatae;

centrales (2) 3 in triangulum plerumque obliquum, vel 4 in rhombum dispositae, 3 inferiores subaequales ($2^3/_4$—$3^1/_4$ cm.) rectae, vel superiores leviter sursum incurvatae.

Cephalium disciforme, setis fusco-rubris firmis curvatis margine densius, in centro parcius obsitum.

Flos mediocris (non omnino apertus), 1 cm. e cephalio exsertus, coccineus, limbo (hoc statu) 8 mm. lato, petalorum apicibus ovato-oblongis acutiusculis vel etiam mucronatis saepius aliquanto denticulatis, stigmatis radiis albis 7.

Baccae minores obconico-obovatae, circa $2^1/_2$ cm. longae, 1 cm. crassae.

M. (*stellatus*) *flavispinus.*

Differt a praecedentibus: *spinis* aliquanto magis diversis, minus strictis, marginalibus (cum vicinis cruciatis) aliquanto parallele extensis et sive versus caulem sive sursum, quamquam levissime, curvatis, *areolis* adhuc nudioribus, et *baccis*, quarum plures ex eodem specimine provenerunt, exacte conicis, $2^3/_4$ cm. longis, 1 cm crassis (divergentibus aliquanto longioribus sive angustioribus).

In forma *bicephala* costae divergebant numero 15; hic spinae in gemmis novellis roseae, quod colorem sordide fuscoflavescentem spinarum in caule vetusto, vestigiis nonnumquam coloris rubelli commixtum, decolorationi tribuendum esse confirmat.

M. reticulatus.

A praecedente differt *spinis* marginalibus (11—12) tenuioribus, lateralibus magis approximatis, et *cephalii setis* subrectis tenuioribus. Flores et fructus ignoti. Ut duae sequentes, in hac serie aliquanto solitaria.

M. flexilis.

Differt *spinis* crassioribus varie curvatis. *Bacca* minor exacte conica ($2^1/_2$ cm. longa 1 cm. crassa) hospitium in stellatarum serie sibi vindicat.

M. obovatus.

Forma *caulis* obovati ($14^1/_2$ alti, 15 cm. superne crassi) peculiaris. *Areolae* 9—10 oblongae subnudae; *spinae* paulum diversae subteretes, *marginales* 10, supremis 1—3 tenuibus exceptis, aequaliter radiantes vel laterales aliquanto approximatae, e basi patente plerumque versus caulem recurvatae, rarius deorsum, rarissime sursum curvatae, non aut vix cruci-

atae. *Cephalii* initium disciforme sitis rubrofuscis curvatis obsitum.

Flores et *fructus* igmoti.

M. (*stellatus*) *dilatatus.*

Caulis depresso-ovoideus vel subglobosus coerulescente-viridis, 10—14 cm. altus, 15 cm. crassus.

Costae 11 verticales latae, basi complanatae, lateribus planiusculis leviter undulatis, dorso acuto, sulcis vix flexuosis.

Areolae 5—8 remotiusculae brevi-oblongae, minores, parcissime tomentosae.

Spinae non valde diversae e radice atrovaginata breviter sed evidenter albofimbriata, sordide olivaceo-fuscescentes subteretes et minus magisve curvatae;

marginales 9—11 fere aequaliter radiantes, ad $2^1/_2$ cm. longae, late patentes et versus caulem et deorsum leviter curvatae vix cruciatae;

centrales 2(—3), inferior maior (ad $3^1/_2$ cm.) recta vel cum superiore leviter sursum curvata.

Cephalium setis rubris curvatis munitum. In forma *polycephala* spinae juniores rubellae, areolae albo-tomentosae.

var. ? *M. leucacanthus.*

Differt spinis radiantibus paucioribus (8—9) aliquanto magis deorsum curvatis et spinis in gemmis cephalophoris novellis albis, areolis minus tomentosis, in trunco vetusto calvis. Cephalii setae rubrae vel cinnabarinae. Baccae minores exacte conicae $2^3/_4$ cm. longae, 1 cm. crassae.

M. (*stellatus?*) *inflatus.*

Caulis depresso-globosus coeruleo-viridis 11 cm. altus, 15—17 cm. crassus.

Costae 11 verticales latissimae, lateribus planis vel convexiusculis, vix undulatis, sulcis subrectis basi evanidis, dorso acuto inter areolas vix prominulo.

Areolae 4—6 remotiusculae majores oblongae, parcissime fusco-tomentosae.

Spinae vix diversae aciculares subrectae, e radice griseo- vel atrofusco-vaginata breviter albo-marginata sordide fuscescentes subteretes;

marginales 9—10 fere aequaliter radiantes, rectae et levissime deorsum curvatae, vix cruciatae, $2^1/_2$—3 cm. longae;

centrales 2(—3), superior leviter sursum curvata, inferior maior ($2^1/_2$—$3^1/_4$ cm.) plerumque recta.

Cephalium teres ad 7 cm. altum. 9 cm. crassum, setis firmis fusco-rubris curvatis obsitum.

Flos coccineus mediocris 1—$1^1/_2$ cm. e cephalio exsertus, limbo ad $1^1/_4$ cm. lato, petalis linearibus apice angustatis margine erosis, stigmatis radiis 5—6 albis.

Bacca non visa.

Obs. In specimine quod cephalium destructum gemmis novellis restituere incepit, spinulae juniores rubellae, areolae albo-tomentosae.

M. trachycephalus.

Caulis depresso-globosus vel globosus 12—$14^1/_2$ cm. altus, 15—16 cm. crassus, obscurius coeruleo-viridis.

Costae 11 verticales latissimae convexiusculae, lateribus vix undulatis, sulcis subrectis, dorso acuto nasuto.

Areolae 6—8 fere superficiales brevi-oblongae majusculae, tomento parcissimo fusco praeditae vel nudae.

Spinae subaequales aciculares subrectae e radice plumbeo-vaginata brevissime albo fimbriata sordide fuscae;

marginales 9—10 fere aequaliter radiantes rectae vel paullum deorsum curvatae non cruciatae, inferior longior $2^1/_2$—3 cm. longa;

centrales 2, inferior major recta vel cum superiore leviter sursum curvata, $2^3/_4$—$3^1/_4$ cm. longa.

Cephalium e basi terete hemisphaericum 6—7 cm. altum, 10 cm. crassum, setis rubris subrectis aequaliter et dense etiam in vertice obsitum.

Flos non visus.

Baccae magnae elongato-obconicae ad 4 cm. longae, $1^1/_4$ cm. crassae; accedunt minores et angustiores ad $2^1/_2$ cm. longae 1 cm. crassae.

M. trigonus.

Caulis ovatus 15 cm. altus $12^1/_2$ cm. crassus, obscure coeruleo-viridis.

Costae 12 subverticales valde compressae, circa areolas tereti-inflatae, dorso inter eas angustato plicato-sellato et nasuto.

Areolae 8 approximatae circumvallatae impressae majores orbiculares tomentosae.

Spinae evidenter sed non magnopere diversae firmiores subrectae, e vagina pallide fusca anguste vel omnino non albomarginata sanguineae, vetustiores minus magisve pruninosae;

marginales 10—11 aciculares rectae vel subrectae fere aequaliter radiantes patentissimae, cum vicinis cruciatae, dorsum vicinum plerumque attingentes, praeter supremas parvas subaequales, $2^3/_4$ cm. longae $1^1/_2$ mm. crassae;

centrales 2(—3) subuliformes obtusangulae, subaequales vel superiores evidenter minores aliquanto sursum curvatae, inferior plerumque recta, rarius leviter deorsum curvata, e basi trigona aliquanto a latere compressa apice tereti, 4—$5^1/_2$ cm. longa, 2 mm. crassa.

Cephalium (adhuc minimum) setis rubris obsitum.

Flores non vidi.

Baccae parvae crassae obconicae vel basi ancipite ab uno latere, obovatae fusco-rubrae, $2^1/_2$ cm. longae, $1^1/_4$ cm. crassae.

Habitus illi *M. patentis* Sᴜʀ. l. c. proximus; distinguitur forma minus oblonga, areolis etiam adultis tomentosis, spinis aliquanto minus diversis, marginalibus latius patentibus, cet. Baccarum color obscurus insignis.

M. ovatus.

Caulis (junior depresso-ovatus, areolis paucioribus) ovatus, 15 cm. altus, 13—14 cm. crassus, atroviridis.

Costae 14—15 oblquae, valde compressae, circa areolas tereti-inflatae, dorso inter eas angusto plicato-sellato vel nasuto.

Areolae 9 approximatae vix impressae brevi-oblongae majusculae tomentosae.

Spinae valde diversae e radice fusca albomarginata sanguinae et rubrofuscae, demum pruinosae et griseae;

marginales 13—17 tenues aciculares, supremae minimae, laterales utrinque 4—5 parallelae $2^1/_2$ cm. longae. 1 mm. crassae, costae proximae adpressae, inferiores 3—5 radiantes, infima aequilonga vel brevior, firmior, 2 cm. longa, 1,2 mm. crassa;

centrales 2—4 robustae subulaeformes, rectae vel aliquanto sursum incurvatae, inferiores fere aequilongae, subteretes obtuse tetragonae vel desuper compressae circa 4 cm. longae, 2 mm. crassae.

Cephalium adhuc nullum.

Habitus illi *M. pyramidalis* S.D. proximus; distant forma ovata non conica (l. pyramidalis), areolae evidentius tomentosae et spinae centrales minus angulatae.

M. flammeus.

Caulis ovatus 15 cm. altus et crassus, atroviridis.

Costae 13 obliquae valde compressae, circa areolas tereti-inflatae, dorso nasuto.

Areolae 8 approximatae magnae tomentosae, circumvallatae superficiales.

Spinae valde diversae, e radice fusca vix fimbriata adultae canescentes, juniores luteo-aurantiacae apicibus fuscis;

marginales 13—17 firmae aciculares, suprema parva mediana porrecta, si par adest, summae cum 4—5 paribus lateralium utrinque parallelae; hae supra costas vicinas expansae iisque adpressae, ad $3^1/_2$ cm. longae, 1, 2 mm. crassae; inferiores tres radiantes plerumque breviores (3 cm.) infima saepe crassior (1,5 mm);

centrales 3—4 superiores plerumque aliquanto sursum, inferior deorsum curvatae, haec plerumque aequilonga, desuper aliquanto deplanata, $4^1/_2$ cm. longa, 2,1 mm. crassa.

Accedit ad *M. xanthacanthum* MIQ., qui colore pallido, areolis adultis glabris, spinis marginalibus lateralibus quam inferioribus brevioribus, et spinis centralibus longioribus (5—7 cm.) differt.

M. pulvinosus.

Caulis ovoideus (junior complanatus) 9—13 cm. altus, 14—15 cm. crassus, obscurius coeruleo-viridis.

Costae 12—13 obliquae, valde compressae, circa areolas crasse inflatae, inter eas profunde constrictae, dorso tenui sellato et nasuto.

Areolae 6—7 (in juniore 5—6) subdistantes maximae subrotundae copiose tomentosae, late circumvallatae sed vix impressae.

Spinae valde diversae, e radice pallide vel obscure fusca, non vel vix marginata, sanguineae et rubrofuscae, inferiores pruinosae minus magisve canescentes;

marginales 11—16, superiores parvae, ceterae subaequales vel infima lateralibus aliquanto longior; laterales utrinque 2—5, hic parallelae illic cum ceteris aequaliter radiantes, valde patentes, longitudine ($3^1/_2$ cm.) costam vicinam attingentes sed illi non adpressae, plerumque rectae, passim aliquanto sive sursum sive deorsum sive versus caulem flexae; inferiores 3 semper radiantes, aequales vel infima aliquanto longior (ad 4 cm.) et crassior ($1^1/_2$ mm.);

centrales 4 robustae subaequales vel suprema minor, infima paullo maior, superiores plerumque leviter sursum, infima recta vel levissime deorsum curvata, obtuse quadrangula, passim a latere compressa, 4—$5^1/_2$ cm. longa, diam. maximo ad $2^1/_2$ mm.

Cephalium nondum visum.

Areolis magnis tomentosis et spinis minus aequaliter quam in speciebus conformibus dispositis insignis.

M. armatus.

Caulis conicus atroviridis (junior depresso-ovatus 11 cm. altus 15 cm. crassus) adultus 17 cm. altus, 17—22 cm. basi crassus.

Costae 12—13 obliquae superne valde compressae circa areolas crasse inflatae, inter eas constrictae, dorso plicato nasuto.

Areolae (in juniore 6—7) 8—9 approximatae magnae sub-

orbiculares late circumvallatae, aliquanto impressae, evidenter tomentosae.

Spinae valde diversae, e radice fusca, non et vix marginata, juniores igneae, etiam rubro-fuscae, demum sordide flavescentes et pruinose canescentes;

marginales 10—13, patentissimae aciculares, supremae parvae, infima lateralibus aequalis sive paullo maior vel minor; laterales utrinque 2—5 parallelae costam vicinam attingentes eique adpressae sive liberae, 3—4 cm. longae, 1,1—1,3 mm. crassae;

centrales 3—4 maximae, subuliformes subteretes et aliquanto obtusangulae, rectae vel superiores leviter sursum, inferiores leviter deorsum, rarius omnes leviter sursum curvatae, subaequales vel suprema brevior, infima aliquanto longior, haec ad 6—7 cm. longa, basi 2—$2^1/_2$ mm. crassa et in illa mox aequaliter obtusangula, mox aliquanto a latere sive desuper compressa.

Cephalium adhuc parvum complanatum setis subrofuscis firmis obsitum.

Flos parvus roseus 2 cm. longus $^3/_4$ cm. e cephalio exsertus, limbo nondum 1 cm. lato, petalorum apicibus ovatis obtusis satis aequaliter denticulatis.

Bacca elongato-obconica $3^1/_2$ cm. longa, 1 cm. crassa, coccinea.

SUPPLEMENTUM

m. Octobr. 1889 Acad. traditum.

a. Species nova Venezuelana.

M. humilis.

Caulis depresso-ovoideus (10—$12^1/_2$ cm. altus, 17 cm. basi crassus cinereo-viridis.

Costae 12 perpendiculares basi fere complanatae superne sensim angustatae, lateribus fere planis, dorso acuto, depresso-nasuto, sinubus rectis modice profundis.

Areolae 7—8 approximatae parvae orbiculares impressae anguste circumvallatae, tomento griseo praeditae.

Spinae minimae, ab illis costae vicinae longe remotae, vix diversae, e radice crassiuscula griseo-fusca aliquanto fimbriata subteretes subuliformes, sordide olivaceo-fuscae;

marginales 8—9 patentissimae excurvatae, aequaliter radiantes, laterales passim leviter versus basin decurvatae, supremae 1—2 minimae, inferior lateralibus (7—10 mm. longis) aliquanto longior (ad 11 mm. longa, $^{3}/_{4}$ mm. crassa);

centrales 2, superior sursum directa et arcuata, lateralibus marginalibus subaequalis et spinulas marginales supremas fere occultans imo opprimens, inferior recta porrecta vel leviter deorsum directa, radiante inferiore crassior et longior (10—13 mm. longa, basi ad 1 mm. crassa).

Cephalium disciforme ($8^{1}/_{2}$ cm. latum, $3^{1}/_{2}$ cm. altum) griseo-tomentosum, setulis rubris sparsis vix emergentibus parce munitum.

Flos nondum observatus.

Bacca coccinea, apice fusco-rubrior, mediocris obovato-obconica (3 cm. longa, 1 cm. crassa).

Venezuela (Laguayra ?).

Communicavit cum horto Lugduno-batavo vir spectatissimus C. W. R. Scholten jr. Florae amator bene notus Amstelodamensis.

Species infra *M. parvispinum* Sur. l. c. *pleiocentris* adjungenda, nexu cum specie *monocentra M. Miquelii* Lem. valde insignis.

---

b. Varietates Curassavicae.

M. Salmianus L. O.

Var. *adauctus*.

Caule magno globoso, *spinis* marginalibus longioribus, centralium numero pari superiore parvo accessorio ad 6 aucto.

Describendi gratia e collectione sua mutuatus est vir spectatiss. C. W. R. Scholten jr.

Var. *contractus.*

Caule minore, areolis approximatis, *spinis* quam in typo minoribus.

Ex horto Ultrajectino mutuatus est v. cl. N. W. P. Rauwenhoff.

M. microcephalus Miq.

Var. *olivascens.*

A typo differt *colore* caulis obscuriore et spinarum mox olivaceo, *areolis* aliquanto magis tomentosis et *spinis* tenuibus flaccidis.

Specimina ad describendum mutuati sunt v. spectatiss. C. W. R. Scholten et v. clar. N. W. P. Rauwenhoff.

OVER VIERVLAKKEN DOOR GELIJKVORMIGE DRIEHOEKEN BEGRENSD.

DOOR

P. H. SCHOUTE.

In het platte vlak voert een bijzonder geval van drie rechtstreeks gelijkvormige stelsels tot de punten, de driehoeken en den cirkel van Brocard. Beschouwt men nl. de drie rechtstreeks gelijkvormige figuren, waarvan de zijden BC, CA, AB van den driehoek ABC overeenkomstige segmenten zijn, dan zijn de drie dubbelpunten der figuren twee aan twee de hoekpunten van den tweeden driehoek van Brocard, is de gelijkvormigheidscirkel de cirkel van Brocard, enz. *). Wil men nu de vraag beantwoorden, of het overeenkomstige bijzondere geval van vier rechtstreeks gelijkvormige ruimtestelsels tot de overeenkomstige ruimtevormingen voeren kan †), dan moet men vier rechtstreeks gelijkvormige ruimtefiguren beschouwen, die op de zijvlakken BCD, CDA, DAB, ABC van een gegeven viervlak $ABCD$ beschreven zijn. Deze figuren zijn echter bij een willekeurig viervlak onmogelijk, eenvoudig omdat de zijvlakken in het algemeen niet

---

*) Men vergelijke:

H. Brocard's „Étude d'un nouveau cercle du plan du triangle" (*Association française*, Congres d'Alger, 1881),

G. Tarry's „Propriétés générales de trois figures semblables" (*Mathesis*, deel 2, 1882, blz. 75), en

J. Casey's *A sequel to Euclid* (supplementary chapter, sections 4, 5).

†) Zooals uit de laatste noot van het opstel blijken kan, is het voorzichtig zich omtrent dit punt geen illusies te maken.

gelijkvormig zijn. Dus is men genoodzaakt zich tot de viervlakken te beperken, die door gelijkvormige zijvlakken worden ingesloten.

In de volgende bladzijden wordt de vraag beantwoord of er viervlakken zijn, die door ongelijkbeenige gelijkvormige driehoeken worden begrensd. Daarbij blijkt, dat er twee verschillende soorten zijn; van deze is de eene reeds meermalen beschreven, de andere waarschijnlijk nog niet. Verder worden deze beide soorten op enkele van haar bijzonderheden onderzocht.

1. We stellen de ribben van het viervlak (fig. 1) door $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ voor en nemen daarbij aan, dat a_1, a_2, a_3 ribben van het grondvlak, a_4, a_5, a_6 opstaande ribben en a_1 en a_4, a_2 en a_5, a_3 en a_6 paren van overstaande ribben zijn. Bovendien drukken we de opstaande ribben door de betrekkingen $a_4 = \lambda_1 a_1$, $a_5 = \lambda_2 a_2$, $a_6 = \lambda_3 a_3$ in de overstaande ribben van het grondvlak uit.

Nu kan een ribbe a_1 in de twee driehoeken $a_1\, a_2\, a_3$ en $a_1\, a_5\, a_6$, tot welke ze behoort, al dan niet met zich zelve overeenkomen. In het eerste geval geldt een der evenredigheden

$$a_1 : a_2 : a_3 = a_1 : a_6 : a_5,$$
$$a_1 : a_2 : a_3 = a_1 : a_5 : a_6.$$

Van deze beide onderstellingen voert de eerste ($a_2 = a_6$, $a_3 = a_5$) tot gelijkbeenige driehoeken en dus niet tot ons doel. We onderzoeken dus onmiddellijk de tweede ($a_2 = a_5$, $a_3 = a_6$), waarbij tweemaal een paar overstaande ribben gelijk zijn ($\lambda_2 = \lambda_3 = 1$). In dit geval (fig. 2) wordt op twee wijzen aan den eisch voldaan. Eerstens door $\lambda_1 = 1$ te nemen, waarbij we een viervlak verkrijgen, dat door vier congruente driehoeken van willekeurigen vorm wordt begrensd. En ten tweede kan λ_1 verschillend van de eenheid aangenomen worden, mits

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_3}{a_4}$$

zij; dan kunnen dus de ribben zijn

$$a_1, a_2 = r a_1, \ a_3 = r^2 a_1, a_4 = r^3 a_1, a_5 = r a_1, a_6 = r^2 a_1,$$

of in a_1 als eenheid

$$1, \ r, \ r^2, \ r^3, \ r, \ r^2,$$

waarbij r willekeurig blijft. Zooals dadelijk blijken zal, zijn deze beide gevallen de eenig mogelijke.

2. Komt geen der ribben met zich zelve overeen in de beide driehoeken, van welke ze deel uitmaakt, dan kan een paar overstaande ribben al dan niet met elkaar overeenkomen. We toonen eerst aan, dat de laatste dezer beide onderstellingen echter onhoudbaar blijkt te zijn, en daarna, dat de eerste niet tot het doel voert.

Beschouwen we de zijvlakken $a_1 a_2 a_3$, $a_1 a_5 a_6$ en $a_4 a_2 a_6$. Bij uitsluiting van het met zich zelve overeenkomen eener ribbe en het met elkaar overeenkomen van twee overstaande ribben is de overeenkomst alleen mogelijk op de twee wijzen, die door de schema's

$$\left.\begin{matrix} a_1\, a_2\, a_3 \\ a_5\, a_6\, a_1 \\ a_6\, a_4\, a_2 \end{matrix}\right\}, \qquad \left.\begin{matrix} a_1\, a_2\, a_3 \\ a_6\, a_1\, a_5 \\ a_2\, a_6\, a_4 \end{matrix}\right\}$$

aangegeven zijn. En hieronder kan $a_4\, a_5\, a_3$ in geen enkele der zes verschillende verschikkingen geplaatst worden, zonder dat elk der ribben a_3, a_4, a_5 òf met zich zelve òf met de overstaande ribbe overeenkomt.

Blijft derhalve alleen het geval te onderzoeken, dat twee overstaande ribben met elkaar overeenkomen, bijv. a_2 en a_5 in $a_1\, a_2\, a_3$ en $a_1\, a_5\, a_6$. We hebben dan de evenredigheid

$$a_1 : a_2 : a_3 = a_6 : a_5 : a_1,$$

d. i.

$$a_1 : a_2 : a_3 = \lambda_3 a_3 : \lambda_2 a_2 : a_1.$$

Hieruit volgt (fig. 3)

$$a_3 = \frac{a_1}{\lambda_2}, \quad \lambda_3 = \lambda_2^2.$$

Nemen we nu ook het derde zijvlak $a_4\, a_2\, a_6$ in de beschouwing op, dan kunnen zich de vier gevallen

$$\begin{aligned} a_1 : a_2 : \frac{a_1}{\lambda_2} &= \lambda_1 a_1 : \lambda_2 a_1 : a_2, \\ &= \lambda_2 a_1 : \lambda_1 a_1 : a_2, \\ &= a_2 : \lambda_1 a_1 : \lambda_2 a_1, \\ &= a_2 : \lambda_2 a_1 : \lambda_1 a_1 \end{aligned}$$

voordoen; want in de tweede reden mag a_2 niet in de tweede plaats staan. Van deze vier onderstellingen geven de eerste twee $a_1 = a_2$; deze voeren dus tot gelijkbeenige driehoeken. Verder geeft de derde onderstelling ons een viervlak met de ribben

$$a_1, a_2 = \lambda_2^2 a_1, a_3 = \frac{a_1}{\lambda_2}, a_4 = \lambda_2^4 a_1, a_5 = \lambda_2^3 a_1, a_6 = \lambda_2 a_1,$$

of in a_3 als eenheid

$$r, \quad r^3, \quad 1, \quad r^5, \quad r^4, \quad r^2.$$

Maar van dit viervlak (fig. 4) is het vierde zijvlak $a_4\, a_5\, a_3$ niet gelijkvormig met de drie anderen. En wijl de vierde onderstelling hetzelfde viervlak oplevert, zijn de boven gevonden twee viervlakken, die aan de vraag voldoen, de eenig mogelijken.

Het eerste der beide viervlakken is reeds meermalen behandeld *); de vorm er van hangt af van twee parameters,

---

*) Men vergelijke:

G. DOSTOR's „Le trièdre et le tétraèdre, etc." (*Grunert's Archiv*, deel 57, blz. 175),

E. LEMOINE's „Quelques théorèmes sur les tétraèdres, etc." (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1880, blz. 113),

CHÉFIK-BEY's „Solution, etc." (*Nouv. Ann. de Math.*, 1880, blz. 403) en

J. NEUBERG's „Mémoire sur le tétraèdre" (*Mémoires couronnés, etc*, 1884, art. 8), waaraan deze bronnen zijn ontleend.

de verhoudingen der ribben a_1, a_2, a_3. Van het tweede viervlak, dat waarschijnlijk nog niet beschreven is, hangt de vorm slechts van één parameter af, nl. van r.

3. Beschouwen we thans het geval $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ wat nader, dan blijkt onmiddellijk, dat de vereenigingslijn $A_1 A_4$ (fig. 5) der middens A_1 en A_4 van a_1 en a_4 tevens de lijn van kortsten afstand voor die ribben is en de drie lijnen van kortsten afstand $A_1 A_4$, $A_2 A_5$, $A_3 A_6$ elkaar in haar snijpunt O rechthoekig middendoordeelen. Zoo is $A_1 A_4$ loodrecht op a_1, omdat de verbindingslijnen van A_4 met de uiteinden van a_1 als overeenkomstige medianen van congruente driehoeken gelijk zijn. Zoo deelen de drie kortste afstanden $A_1 A_4$, $A_2 A_5$, $A_3 A_6$ elkaar middendoor, omdat ze vallen langs de lichaamsmedianen (verbindingslijnen der middens van overstaande ribben). Zoo staan $A_2 A_5$ en $A_3 A_6$ loodrecht op elkaar, omdat de zijden van den vierhoek $A_2 A_3 A_5 A_6$ gelijk zijn aan de helft der gelijke ribben a_1 en a_4 en deze vierhoek dus een ruit is, enz. Zoo blijkt dan, dat het viervlak kan worden voortgebracht door op een bepaalde wijs van een rechthoekig parallelopipedum vier congruente viervlakken af te kappen, en de inhoud van het overblijvende viervlak het derde deel is van den inhoud van het parallelopipedum.

Wat verder omtrent het viervlak gepubliceerd is, komt in hoofdzaak op het volgende neer:

a) De zijvlakken zijn scherphoekig.

b) De overstaande tweevlakshoeken zijn gelijk.

c) Het punt O is zwaartepunt, middelpunt van om- en ingeschreven bol en punt van Lemoine.

d) De loodlijnen, uit de hoekpunten op de overstaande zijvlakken neergelaten, worden aangeraakt door een uit O als middelpunt beschreven bol; evenzoo de loodlijnen in de orthocentra op de zijvlakken opgericht *).

We laten het bewijs dezer eenvoudige stellingen hier ach-

*) Men vergelijke de literatuur boven aangewezen.

terwege. Alleen merken we op, dat de laatste kan worden uitgebreid op overeenkomstige lijnen van de vier rechtstreeks gelijkvormige figuren, beschreven op de driehoeken $a_1 a_2 a_3$, $a_1 a_5 a_6$, $a_4 a_2 a_6$, $a_4 a_5 a_3$ *).

Brengen we de begrenzende zijvlakken in elkaars verlengde door de opstaande zijvlakken naar buiten om op het grondvlak neer te slaan, dan ontstaat er (fig. 6) een met het grondvlak ABC gelijkvormige driehoek $A' B' C'$, waarvan A, B, C de middens der zijden zijn. Dus projecteert de top van het viervlak zich op het grondvlak $A B C$ in het snijpunt D der hoogtelijnen van driehoek $A' B' C'$ †). Is H het

*) Noemen we de vier rechtstreeks gelijke ruimtestelsels door de driehoeken $a_1 a_2 a_3$, $a_1 a_5 a_6$, $a_4 a_2 a_6$, $a_4 a_5 a_3$ bepaald F_1, F_2, F_3, F_4, dan gaan door een draaiing van 180° om $A_1 A_4$ als as F_1 en F_2, F_3 en F_4 in elkaar over, terwijl dit bij een dergelijke draaiing om $A_2 A_5$ met F_1 en F_3, F_2 en F_4, bij een dergelijke draaiing om $A_3 A_6$ met F_1 en F_4, F_2 en F_3 het geval is.

Het punt O is een gemeenschappelijk dubbelpunt.

Vier overeenkomstige punten P_1, P_2, P_3, P_4 zijn de hoekpunten van een viervlak, dat in eigenschappen met het gegevene overeenkomt. De inhoud van dit viervlak is standvastig en wel $2\frac{2}{3}a$, als het product der afstanden van het punt P_1 van F_1 tot de vlakken $A_2 O A_3$, $A_3 O A_1$, $A_1 O A_2$ gelijk a is. Voor punten P_1 in een dier vlakken gelegen is de inhoud dus nul en liggen de vier punten P_1, P_2, P_3, P_4 in een zelfde vlak, nl. in hetzelfde der drie genoemde vlakken, waarin P_1 ligt.

Een zeer merkwaardige eigenschap dezer vier stelsels F_1, F_2, F_3, F_4 is, dat een willekeurig stel van vier met elkaar overeenkomende lijnen l_1, l_2, l_3, l_4 hyperboloïdische ligging hebben. Men bewijst dit onmiddellijk door met betrekking tot drie onderling loodrechte assen een lijn aan te nemen en hierbij de drie lijnen te zoeken, die door een wenteling van 180° om elk der assen worden verkregen. Zoo doet de lijn bepaald door de vergelijkingen $y = ax + b$, $z = cx + d$ de hyperboloïde

$$(ad - bc)(acx^2 - bd) = cdy^2 - abz^2$$

ontstaan; op deze hyperboloïde hebben de vier beschrijvende lijnen een dubbelverhouding $\frac{bc}{ad}$ (of een der vijf hiermee in verband staande waarden). Bij de lijnen van het tetraëdrale complex voorgesteld door de vergelijking $bc + ad = 0$ zijn de viertallen van lijnen met hyperboloïdische ligging dus harmonisch. Zoo wordt meer algemeen de drievoudig oneindige verzameling van lijnen door deze dubbelverhouding met betrekking tot het assenstelsel in een bundel van tetraëdrale complexen gerangschikt, enz.

†) Wijl deze top zich noodzakelijk binnen den driehoek $A' B' C'$ projecteert en het hoogtepunt van een driehoek alleen dan binnen den drie-

hoogtepunt van driehoek $A\,B\,C$ en G het gemeenschappelijk zwaartepunt van $A\,B\,C$ en $A'\,B'\,C'$, dan is $D\,G = 2\,G\,H$ en het middelpunt O van den om $A\,B\,C$ beschreven cirkel, d. i. den negenpuntscirkel van $A'\,B'\,C'$, het midden van $D\,H$.

Volgens de door Hermary *) gegeven constructie van de raakpunten der acht bollen, die de vier zijvlakken aanraken, met het grondvlak, is het duidelijk, dat de bollen in de daken beschreven vervallen, omdat hun middelpunten in het oneindige liggen. Slaan we nl. $C\,B\,A'$ om $C\,B$ naar binnen om, dan komt het derde hoekpunt in A'' op $B'\,C'$; anders gezegd, voor elke ribbe is de som der zes aanliggende vlakke hoeken 360^0. Omgekeerd is elk viervlak met drie oneindig groote dakbollen gelijk aan het thans beschrevene. Stelt nl. α de som der vlakke hoeken van A voor en hebben β en γ voor B en C dezelfde beteekenis, dan volgt uit de drie voorwaarden

$$\beta + \gamma = \gamma + \alpha = \alpha + \beta = 360^0$$

onmiddellijk

$$\alpha = \beta = \gamma = 180^0,$$

zoodat $B'\,C$ en $C\,A'$, enz. in elkaar's verlengde vallen en $A'\,B'\,C'$ dus een driehoek is met A, B, C tot middens der zijden.

De raakpunten der aangeschreven bollen zijn H (het raakpunt van den bol aangeschreven aan het grondvlak) en de op den omgeschreven cirkel diametraal tegenover A, B, C liggende punten A_1, B_1, C_1.

---

hoek ligt als de driehoek scherphoekig is, is driehoek $A'\,B'\,C'$ scherphoekig en dus ook driehoek $A\,B\,C$. Dit is een meetkundig bewijs van stelling *a*), die overigens onmiddellijk hieruit volgt, dat de zijden van $A\,B\,C$ de oppervlaktediagonalen van een rechthoekig parallelopipedum zijn. Naderen de driehoeken tot rechthoekige, dan nadert het viervlak tot een rechthoek met boven- en ondervlak, waarvan het eene door de eene, het andere door de andere diagonaal in twee rechthoekige driehoeken verdeeld is.

*) Men vergelijke *Bulletin de la Société mathématique de France*, deel 7 en *Wiskundige Opgaven*, deel 2 1882—1886, blz. 16.

Het raakpunt met den ingeschreven bol is O *).

4. Als men van de twee bij tegenoverstand congruente driehoeken ABC en BAD (fig. 7) den eersten om AB draait tot de afstand tusschen D en het nieuwe punt C gelijk is aan r^3, dan ontstaat het tweede viervlak, dat aan de gestelde eischen voldoet. Hierbij schijnen twee grensvoorwaarden van verschillende beteekenis op te treden. Stellen we $r \leqq 1$ — en dit is steeds geoorloofd, omdat vervanging van r door $\frac{1}{r}$ den vorm van het viervlak niet aandoet —, dan moet eerstens $r^2 \geqq (1 - r)$ zijn en ten tweede r^3 tusschen CD en DE liggen. Wijl echter de eerste voorwaarde, die aanwijst, dat er een driehoek met de zijden $1, r, r^2$ mogelijk is, dit ook voor een driehoek met de zijden r, r^2, r^3 aangeeft, moet r^3 tusschen CD en DE liggen, zoodra voldaan is aan de eerste en dan nu ook eenige voorwaarde. Werkelijk is dit het geval. Want daar $CD = r^2(1 - r^2)$ is, herleidt de voorwaarde $r^3 > CD$ zich tot $r^2 > (1 - r)$.

*) De merkwaardige ligging der raakpunten van in- en aangeschreven bollen is reeds door NEUBERG opgemerkt (t. a. p., art. 20). Ook is stelkundig door hem bewezen, dat de omgeschreven bol door de middelpunten der aangeschreven bollen gaat (t. a. p., art. 7).

Onze figuur geeft nog aanleiding tot de volgende opmerkingen:

De driehoeken ABC, $A'B'C'$, $A_1B_1C_1$ bepalen drie gelijkvormige en gelijkstandige stelsels F_1, F_2, F_3 met de dubbelpunten D, O, G.

Een reeds wat meer belangwekkend stelsel van drie gelijkvormige figuren wordt bepaald door de driehoeken $A'B''C''$, $A''B'C''$, $A''B''C'$, die met de aan de opstaande zijvlakken aangeschreven bollen in verband staan. Van deze figuren F_4, F_5, F_6 hebben F_5 en F_6 het punt A'' tot dubbelpunt, terwijl B'' en C'' achtereenvolgens dezelfde beteekenis hebben voor de paren F_6 en F_4, F_4 en F_5. Dus is de om ABC beschreven cirkel de gelijkvormigheidscirkel der drie stelsels, zijn A_1, B_1, C_1 de „onveranderlijke punten", is D het „richtpunt", enz.

We vermelden deze uitkomsten slechts terloops, omdat we bij het volgende viervlak meer samengestelde stelsels zullen beschouwen.

N.B. De naam „richtpunt" komt niet voor bij CASEY (t. a. p.); ze is ontleend aan TARRY's verhandeling „Sur les figures semblables associées" (*Mathesis*, deel 6, 1886, blz. 148) en komt o. a. ook voor in W. S. M'CAY's verhandeling „On three similar figures, etc." (*Transactions of the royal irish academy*, deel 29, stuk 10, van Juli 1889).

En verder is $DE^2 = 2r^4 + 2r^2 - 1$, zoodat $r^3 < DE$ achtereenvolgens overgaat in

$$\begin{aligned} r^6 &< -1 + 2r^2 + 2r^4, \\ (1 + r^2)(1 - 3r^2 + r^4) &< 0, \\ 1 - 3r^2 + r^4 &< 0, \\ 1 - 2r^2 + r^4 &< r^2, \\ 1 - r^2 &< r, \\ 1 - r &< r^2. \end{aligned}$$

Deze eenige voorwaarde nu verlangt, dat r inligt tusschen de eenheid en $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$ d. i. het grootste stuk der in uiterste en middelste reden verdeelde eenheid. Dus zijn de grenzen, waartusschen zich het tweede viervlak beweegt, het regelmatige viervlak en de rechte lijn AB (fig. 8), die door de punten C en D in uiterste en middelste reden verdeeld is. Hieruit blijkt, dat de grootste hoek der begrenzende driehoeken een speelruimte heeft van 60^0 tot 180^0 en er dus zoowel stomp- als scherphoekige driehoeken mogelijk zijn. Is $r^4 + r^2 = 1$, of $r = \frac{1}{2}\sqrt{2(\sqrt{5} - 1)}$, dan zijn de driehoeken rechthoekig.

Als een hoogeremachtsvergelijking bij elken wortel r een wortel $\frac{1}{r}$ heeft, brengt de substitutie $r + \frac{1}{r} = k$ vereenvoudiging; dit zelfde vindt plaats bij die met den driehoek $1, r, r^2$ in verband staande grootheden, die bij vervanging van r door $\frac{1}{r}$ niet veranderen. Als voorbeelden noemen we den middelsten hoek B en den hoek ω van BROCARD. We vinden nl.

$$r^2 = 1 + r^4 - 2r^2 \cos B, \qquad \cot \omega = \frac{1 + r^2 + r^4}{4S},$$

als S den inhoud des driehoeks voorstelt. Hieruit volgt

$$\cos B = \frac{1}{2}(k^2 - 3), \qquad \cot \omega = \sqrt{\frac{k^2 - 1}{5 - k^2}}$$

en dus ook $B = 2\omega$. Werkelijk liggen de beide punten van BROCARD op de deellijn van den middelsten hoek B en ligt in deze bijzonderheid het eigenaardige kenmerk des driehoeks $1, r\, r^2$ *).

Daar k tusschen 2 en $\sqrt{5}$ ligt, is de middelste hoek B begrepen tusschen 60° en 0° en dus de hoek van BROCARD tusschen 30° en 0°. Omdat 30° de volstrekte maximumwaarde is van ω, kan ω dus alle overigens ook mogelijke waarden hebben.

Zij P (fig. 9) het midden van de grootste ribbe AB, Q dat van de kleinste ribbe CD en O dat van PQ. Projecteeren wij de ribben van het viervlak op het in O loodrecht op PQ aangebrachte vlak. Omdat de projecties $A'B'$ en $C'D'$ van AB en CD elkaar in O middendoordeelen, is $A'C'B'D'$ een parallelogram. Dus zijn $A'C'$ en $D'B'$, $A'D'$ en $C'B'$ paren van evenwijdige lijnen en snijden de bij AC en DB, AD en CB behoorende lijnen van kortsten afstand de lijn PQ in verschillende punten loodrecht; dus kruisen deze lijnen elkaar onder de hoeken van het parallelogram $A'C'B'D'$.

Voor we verder gaan, drukken we enkele met het viervlak in verband staande grootheden uit in r en, als dit eenvoudig geschieden kan, in k. Daartoe stellen we achtereenvolgens door φ, φ_{r_1}, φ_{r_2}, ψ de scherpe hoeken voor, waaronder AB en CD, AC en BD, AD en BC elkaar kruisen en de zijden van het parallelogram elkaar snijden, door l, m, n de afstanden der paren overstaande ribben en door V den inhoud van het viervlak. Dan vinden we

$$l^2 = -\frac{1}{4}(1 + r^2)(1 - 3r^2 + r^4),$$

---

*) Wijl de coördinaten der punten van BROCARD bij een driehoek met de zijden a, b, c evenredig zijn met $\frac{c}{b}, \frac{a}{c}, \frac{b}{a}$ en $\frac{b}{c}, \frac{c}{a}, \frac{a}{b}$ zijn ze hier evenredig met r^3, 1, r^3 en 1, r^3, 1; dus is hun vereenigingslijn de lijn $x = z$. Liggen omgekeerd de beide punten met een der hoekpunten B op een rechte lijn, dan zal deze lijn den hoek B moeten middendoordeelen en $\frac{c}{b} = \frac{b}{a}$ moeten zijn.

$$A'C'^2 = \frac{1}{4}(1 + 2r^2 - 2r^4 + r^6),$$

$$A'D'^2 = \frac{1}{4}(1 - 2r^2 + 2r^4 + r^6),$$

$$\cos\psi = \frac{1 - r^6}{\sqrt{(1+r^6)^2 - 4r^4(1-r^2)^2}} = \frac{(k^2-1)\sqrt{k^2-4}}{\sqrt{k^2(k^2-3)^2 - 4(k^2-4)}},$$

$$\cos\varphi = \frac{1 + r^6 - (1 - 2r^2 + 2r^4 + r^6)}{2r^3} = r - \frac{1}{r} = \sqrt{k^2-4},$$

$$\cos\frac{1}{2}\varphi_r = \frac{l}{r}, \qquad \cos\frac{1}{2}\varphi_{r_2} = \frac{l}{r^2},$$

$$m = A'D'\sin\psi, \qquad n = A'C'\sin\psi,$$

$$V = \frac{1}{2} l r^3 \sin\varphi = r^{\frac{9}{2}} \frac{5 - k^2}{4}\sqrt{k}.$$

Zijn de driehoeken rechthoekig, dan is

$$\cos\psi = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad \cos\varphi = \sqrt{\sqrt{5}-2}, \text{ enz.}$$

5. Nemen we een der beide driehoeken met de zijden r^3, r^2, r (fig. 10) tot grondvlak aan, noemen wij de tegenover die zijden liggende hoekpunten A, B, C, duiden we de overliggende hoeken des driehoeks en de gelijke hoeken der andere zijvlakken door A, B, C aan en slaan we de opstaande zijvlakken naar buiten om op het grondvlak neer, dan ontstaat een onregelmatige zeshoek $AB'CA'BC'$ met drie paar gelijke zijden. Uit deze figuur kan dan blijken, dat de drievlakshoeken van het viervlak alle gelijkbeenig zijn. Want om A en om den top T liggen twee hoeken A en een hoek B, om B en om C liggen twee hoeken C en een hoek B. Ook hierin onderscheidt zich dit tweede viervlak van het eerste, dat daarentegen gelijke overstaande ribben en gelijke overstaande standhoeken heeft. Heeft dit eerste viervlak dus recht op den naam van gelijkbeenig viervlak als men let op de overstaande ribben en overstaande standhoeken, zoo kan het tweede met betrekking tot de drievlaks-

hoeken dien naam dragen. In plaats van de lange benamingen »*gelijkbeenig met betrekking tot de paren van overstaande ribben*" en »*gelijkbeenig met betrekking tot de drievlakshoeken*" gebruiken wij liever de minder sprekende uitdrukkingen *regelmatig en onregelmatig gelijkbeenige viervlakken* *).

Uit het voorgaande blijkt verder, dat de som der zes vlakke hoeken aan de ribbe $A\,B$ gelijk is aan $2(A+B+C)$ d. i. aan 360^0 en dit met de zes vlakke hoeken aan de ribbe $A\,C$ eveneens het geval is. Dit leert ons, dat de bollen in de daken $A\,B$, $C\,T$ en $A\,C$, $B\,T$ oneindig groot zijn. Slaan we dus de opstaande zijvlakken naar binnen om, waarbij A' komt in A'', B' in B'' op $C\,B$ en C' in C'' op $A\,C$, dan ligt B'' op $A'\,C'$ en C'' op $A'\,B'$. Want volgens de door Hermary †) gegeven constructie van de raakpunten dier bollen moeten de cirkels $A'\,B''\,C'$ en $A'\,B'\,C''$ in rechte lijnen overgaan. De raakpunten dier bollen met het grondvlak zijn dus in de loodrecht op $A'B'$ en $A'\,C'$ staande richtingen $C\,K_\infty$ en $B\,L_\infty$ in het oneindige verdwenen. En terwijl B'' en C'' op bepaalde lijnen der figuur liggen, is A'' een punt van den om $A\,B\,C$ beschreven cirkel en wel het snijpunt van dien cirkel met de lijn door A evenwijdig aan $B\,C$ getrokken §).

We onderzoeken waar de raakpunten van het grondvlak met de zes andere bollen liggen en maken daartoe gebruik van de stelling, volgens welke de acht raakpunten uit vier paren bestaan, waarvan de punten isogonaal verwant zijn

---

*) In een willekeurig viervlak zijn de zijden van de antiparallelle doorsneden evenredig met de producten der overstaande ribben en dus de antiparallelle doorsneden der vier drievlakshoeken onderling gelijkvormig (Neuberg, t. a. p., art. 16). Bij het onregelmatig gelijkbeenige viervlak zijn deze doorsneden bovendien gelijkvormig met de zijvlakken; m. a. w. het viervlak door een antiparallelle doorsnee van een gelijkbeenig viervlak afgesneden is weer een gelijkbeenig viervlak. Deze eigenschap bezit het regelmatig gelijkbeenige viervlak niet.

†) Men raadplege de aangegeven literatuur.

§) De vierhoek $A\,C\,A''\,B$ is het antiparallelogram van Hart, dat met de cel van Peaucellier bij de omzetting van de rechtlijnige beweging in de cirkelbeweging (parallelogram van Watt) voorkomt.

met betrekking tot driehoek $A\,B\,C$ *). Zoo doen de oneindig ver gelegen raakpunten K_∞ en L_∞ twee andere raakpunten K en L kennen. Deze punten moeten liggen op den omgeschreven cirkel, wijl deze kromme isogonaal overeenkomt met de lijn in het oneindige. En wijl de lijnen $A\,K_\infty$ en $A\,L_\infty$ isogonaal verwant zijn ten opzichte van $\angle B\,A\,C$ $\Big($want $\angle C\,A\,K_\infty = \frac{1}{2} \angle C\,A\,B' = \frac{1}{2} B$ en

$\angle L_\infty\,A\,B = \angle L_\infty\,C\,A' = \frac{1}{2} \angle B\,C\,A' = \frac{1}{2} B\Big)$ komt

met K_∞ het snijpunt K van $A\,L_\infty$ en den cirkel, met L_∞ het snijpunt L van $A\,K_\infty$ en den cirkel overeen. Dus is $B\,L$ de deellijn van $\angle B$ en $K\,L$ evenwijdig met $B\,C$.

Op de deellijn van den hoek B liggen nog twee raakpunten M en M', de middelpunten der cirkels $A''\,B''\,C''$ en $A'\,B'\,C'$. Het eerste punt is het snijpunt der lijnen $B\,L_\infty$ en $C\,K$; want $B\,L_\infty$ deelt $A''\,C''$ en $C\,K$ deelt $A''\,B''$ rechthoekig middendoor. En het tweede punt is het snijpunt van $B\,L$ met de lijn isogonaal verwant met $A\,M$ ten opzichte van $\angle B\,A\,C$. Het verdient opmerking, dat L, M, M' gelegen zijn op de stralen van den omgeschreven cirkel, die loodrecht staan op de zijden $A\,C$, $C\,B$, $B\,A$ van $A\,B\,C$. Van L en M is dit onmiddellijk duidelijk. En wat M' betreft, vindt men $\angle B\,A\,M' = \angle M\,A\,C = \frac{1}{2} \angle B''\,A\,C = \frac{1}{2} B = \angle M'\,B\,A$.

Bovendien ligt M' op de lijn $C\,K_\infty$, die isogonaal verwant is met $C\,K$ ten opzichte van $\angle A\,C\,B$.

Eindelijk worden de twee nog ontbrekende raakpunten gevonden met behulp van de stelling, volgens welke de acht punten twee aan twee op vier lijnen door A, op vier lijnen door B, op vier lijnen door C liggen †). Zoo is het eene het snijpunt N der lijnen $A\,M$, $B\,K_\infty$, $C\,L_\infty$, het andere het snijpunt N' der lijnen $A\,M'$, $B\,K$, $C\,L$. Bovendien ligt het snijpunt D van $A'\,A''$, $B'\,B''$, $C'\,C''$, dat de projectie is van

---

*) Neuberg, t. a. p., art. 20.

†) *Wiskundige Opgaven*, deel 2, 1882—1886, blz. 16.

den top T op het grondvlak, op de lijnen KK_∞, LL_∞, NN'. Dit punt D is tevens het tweede snijpunt der cirkels $A''\,B''\,C'$ en $A''\,B'\,C''$ uit K en L beschreven. Want $KD = AL = A''K$ en $LD = AK = LA''$.

Uit het feit, dat de top T zich in een punt D van de verbindingslijn $B\,D$ der punten van Brocard projecteert, volgt nog een merkwaardige bijzonderheid van het onregelmatig gelijkbeenige viervlak, die aldus onder woorden kan gebracht worden. De vlakken, die door een hoekpunt en de punten van Brocard van het overstaande zijvlak gebracht worden, staan loodrecht op die zijvlakken en snijden elkaar in het middelpunt van den ingeschreven bol. Elk dier vlakken gaat door een der vier ribben, die men verkrijgt door de grootste en kleinste ribben weg te laten, nl. door de topribbe van den bij het hoekpunt behoorenden gelijkbeenigen drievlakshoek.

6. Tusschen de punten en lijnen der beschouwde figuur bestaan nog een reeks van betrekkingen, die achtereenvolgens mogen worden aangewezen.

a). De driehoeken $A\,C'\,B'$, $B\,C'\,A'$, $C\,A'\,B'$ (fig. 11) zijn gelijkbeenig en gelijkvormig, want hun tophoeken zijn het supplement van $C - A$. We vinden dus

$$\frac{C'A'}{r^2} = \frac{A'B'}{r} = \frac{C'B'}{1}, \text{ d. i. } \frac{C'A'}{BC} = \frac{A'B'}{CA} = \frac{B'C'}{AB}.$$

Hieruit blijkt, dat de driehoeken $A\,B\,C$ en $B'\,C'\,A'$ rechtstreeks gelijkvormig zijn.

b). De driehoeken $C\,A''\,B''$ en $A\,B''\,C''$ zijn gelijkbeenig en gelijkvormig, want hun tophoeken zijn B. We vinden dus

$$\frac{A''B''}{r} = \frac{B''C''}{1}, \text{ d. i. } \frac{A''B''}{BC} = \frac{B''C''}{AC}.$$

Bovendien is $\angle\, C''\,B''\,A''$, d. i. de hoek waaronder $C''\,B''$ en $B''\,A''$ elkaar snijden, gelijk aan $\angle\, A\,C\,B$, den hoek waaronder $A\,C$ en $C\,B$ elkaar snijden. Dus zijn de driehoeken $A\,B\,C$ en $C''\,A''\,B''$ rechtstreeks gelijkvormig.

c) Beschouwen we de drie rechtstreeks gelijkvormige figuren door de driehoeken ABC, $B'C'A'$, $C''A''B''$ bepaald, dan blijkt al aanstonds, dat de drie overeenkomstige lijnen BC, $C'A'$, $A''B''$ elkaar in B'' en de drie overeenkomstige lijnen CA, $A'B'$, $B''C''$ elkaar in C'' snijden. Maar ook de overeenkomstige lijnen AB, $B'C'$, $C''A''$ gaan door een punt. We bewijzen dit door te doen zien, dat het snijpunt P van AB en $B'C'$ ook op $C''A''$ ligt. Hiertoe merken we op, dat de punten P, B'', C'' gelijkstandige punten zijn van de bases der gelijkvormige gelijkbeenige driehoeken $AC'B'$, $BC'A'$, $CA'B'$, wat volgt uit de gelijkheid der hoeken PAB', $B''BA'$, $C''CB'$ (supplement van C). We hebben dus

$$\frac{C'P'}{C'B'} = \frac{C'B''}{C'A'} = \frac{A'C''}{A'B''},$$

d. w. z. $PB''A'C''$ is een parallelogram. Maar dan ligt P ook op $C''A''$. Want, omdat $A'C'$ en $C''A''$ door dezelfde lijn, nl. de deellijn van hoek $C'BA'$, rechthoekig middendoorgedeeld worden, zijn deze lijnen de evenwijdige zijden van een gelijkbeenig trapezium $A'C'A''C''$.

d) Volgens de theorie van drie rechtstreeks gelijkvormige figuren *) leveren deze in het algemeen een oneindig aantal van door een punt gaande overeenkomstige lijnendrietallen op, en gaan deze lijnen in elk der drie figuren door een vast punt, welke drie »onveranderlijke punten" op een cirkel liggen met de drie dubbelpunten der figuren twee aan twee. Blijkens het bovenstaande kan echter in het stelsel ABC elk der drie punten A, B, C op den rang van onveranderlijk punt aanspraak maken, daar de drie zijden van driehoek ABC tot drie drietallen van samenloopende overeenkomstige lijnen behooren. Wijl nu de negen hoekpunten der drie driehoeken niet op een cirkel liggen, hebben we hier te doen met het bijzondere geval, waarin de door de dubbelpunten gaande cirkel onbepaald wordt, door dat de dubbelpunten in een zelfde punt Q samenvallen. Denken we ons drie

*) Men vergelijke CASEY, t. a. p. en de laatste noot van art. 3.

rechtstreeks gelijkvormige stelsels met een gemeenschappelijk dubbelpunt Q door dit punt en drie overeenkomstige punten $R_1\, R_2\, R_3$ bepaald, dan kunnen zich twee gevallen voordoen. Òf de cirkel $R_1\, R_2\, R_3$ gaat door Q, òf hij doet dit niet. Wijl de vorm van den vierhoek $Q\, R_1\, R_2\, R_3$ niet verandert, als men van het drietal $R_1\, R_2\, R_3$ tot een ander drietal overeenkomstige punten overgaat, zal de verhouding van den cirkel $R_1\, R_2\, R_3$ tot Q in dit opzicht beslissend zijn voor alle cirkels door drie overeenkomstige punten. Bovendien zal elk drietal overeenkomstige lijnen in het eerste geval door een punt gaan en dit bij het tweede geval nooit kunnen plaats vinden. Zijn nl. l_1, l_2, l_3 overeenkomstige lijnen door R_1, R_2, R_3, dan volgt, als $Q\, R_1\, R_2\, R_3$ een koordenvierhoek is, uit de gelijkheid der hoeken $(Q R_1, l_1)$, $(Q\, R_2, l_2)$, $(Q\, R_3, l_3)$, dat l_1, l_2, l_3 den om $Q\, R_1\, R_2\, R_3$ beschreven cirkel in hetzelfde punt snijden, enz. *).

*) Gewoonlijk wordt de behandeling van dit bijzondere geval bij de algemeene theorie gemist. Men vergelijke Tarry's verhandeling (*Mathesis*, deel 2, 1882, blz. 73) en Casey, t. a. p.

Als volgt kan ook stelkundig blijken, dat bij drie rechtstreeks gelijkvormige figuren met gemeenschappelijk dubbelpunt alle drietallen van overeenkomstige lijnen samenloopende lijnen zijn, als dit met een niet door het dubbelpunt gaand drietal het geval is. Zij het gemeenschappelijk dubbelpunt oorsprong van coördinaten, dan kunnen drie overeenkomstige lijnen door de vergelijkingen

$$\left.\begin{aligned} x\cos\varphi \quad\quad + y\sin\varphi \quad\quad\; - \quad a &= 0 \\ x\cos(\varphi+\alpha) + y\sin(\varphi+\alpha) - p\,a &= 0 \\ x\cos(\varphi+\beta) + y\sin(\varphi+\beta) - q\,a &= 0 \end{aligned}\right\}$$

worden voorgesteld. Deze lijnen snijden elkaar onder de voorwaarde

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} \cos\varphi & , \sin\varphi & , 1 \\ \cos(\varphi+\alpha), & \sin(\varphi+\alpha), & p \\ \cos(\varphi+\beta), & \sin(\varphi+\beta), & q \end{vmatrix} = 0,$$

die reeds onafhankelijk van a blijkt te zijn. Maar ze is ook onafhankelijk van φ. Want, volgens den regel voor de vermenigvuldiging van determinanten, vinden we

$$\Delta^2 \equiv \begin{vmatrix} 2 & , p+\cos\alpha & , q+\cos\beta \\ p+\cos\alpha, & 1+p^2 & , pq+\cos(\alpha-\beta) \\ q+\cos\beta, & pq+\cos(\alpha-\beta), & 1+q^2 \end{vmatrix},$$

Daar de figuren der driehoeken $A\,B\,C$, $B'\,C'\,A'$, $C''\,A''\,B''$ door een punt gaande drietallen van overeenkomstige lijnen toelaten, moeten de cirkels $A\,B'\,C''$, $B\,C'\,A''$, $C\,A'\,B''$ door het gemeenschappelijk punt Q der stelsels gaan. We bevestigen dit door rechtstreeks de drie dubbelpunten der figuren twee aan twee te bepalen.

e) We duiden de driehoeken verder aan door $U_1\,V_1\,W_1$, $U_2\,V_2\,W_2$, $U_3\,V_3\,W_3$ (fig. 12) en zoeken nu het dubbelpunt Q van de figuren F_2 en F_3. Daartoe brengen we volgende constructie in toepassing. Zijn twee rechtstreeks gelijkvormige figuren bepaald door twee segmenten $D\,E$ en $D'\,E'$ van twee elkaar in S snijdende lijnen, dan is het dubbelpunt dier figuren het tweede snijpunt der cirkels $D\,D'\,S$ en $E\,E'\,S$ *).

Denken we ons F_2 en F_3 bepaald door $U_2\,V_2$ en $U_3\,V_3$, dan is het dubbelpunt het tweede snijpunt der cirkels $U_2\,U_3\,P$ en $V_2\,V_3\,P$. Van deze cirkels gaat de eerste ook door U_1, omdat de hoeken U_1 en U_2, die op den boog $P\,U_3$ staan, gelijk zijn, en de tweede ook door V_1, omdat de hoek $V_3\,V_1\,W_3$ het supplement is van C, d. i. van $W_3\,V_2\,V_3$. Dus is het gezochte punt op de cirkels $V_1\,V_2\,V_3$ en $W_1\,W_2\,W_3$ gelegen. Evenzoo bewijst men, dat het op den cirkel $U_1\,U_2\,U_3$ ligt, door van $U_2\,W_2$ en $U_3\,W_3$ uit te gaan. Dus hebben de cirkels $U_1\,U_2\,U_3$, $V_1\,V_2\,V_3$, $W_1\,W_2\,W_3$ een punt gemeen en is dit punt het dubbelpunt van F_2 en F_3. Maar langs denzelfden weg blijkt het ook het dubbelpunt te wezen van F_3 en F_1, enz.

f) Voert het tegelijkertijd naar buiten en het tegelijkertijd naar binnen omslaan der opstaande zijvlakken tot twee driehoeken, die rechtstreeks gelijkvormig zijn met $A\,B\,C$, zoo

---

waarin φ niet voorkomt, zoodat de voorwaarde $\Delta^2 = 0$ onafhankelijk is van φ.

Nemen we in Δ voor φ de waarde nul, dan is de voorwaarde door

$$\frac{p - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{q - \cos\beta}{\sin\beta}$$

voorgesteld, wat dan ook juist uitdrukt, dat drie overeenkomstige punten op een cirkel liggen, die door den oorsprong gaat.

*) Casey, t. a. p.

wordt door het naar buiten omslaan van telkens een en het naar binnen omslaan van de beide andere zijvlakken een drietal driehoeken verkregen, die alle bij tegenoverstand gelijkvormig zijn met ABC en dus onderling rechtstreeks gelijkvormig. Deze driehoeken $B''C''A'$, $A''B'C'$, $A''B''C'$, (fig. 10) *) zijn gelijkvormig met ABC om de volgende redenen. In driehoek $B''C''A'$ is $\angle A' = C$ en $\angle B'' = \angle B''C''A'' = A$. In driehoek $A''B'C''$ is $\angle C'' = C$, terwijl $B'C'' = B''C''$ is en de zijden om hoek C'' dus tot elkaar staan als $A''C''$ en $B''C''$, d. i. als 1 tot r. In driehoek $A''B''C'$ is $\angle C' = C$ en $\angle B'' = \angle B''A''C'' = B$. We stellen deze driehoeken verder voor door $U_4 V_4 W_4$, $U_5 V_5 W_5$, $U_6 V_6 W_6$ (fig. 13).

De dubbelpunten der rechtstreeks gelijkvormige figuren F_4, F_5, F_6 door de rechtstreeks gelijkvormige driehoeken $U_4 V_4 W_4$, enz. bepaald worden gemakkelijk gevonden. Het dubbelpunt Q_4 van F_5 en F_6 is het met zich zelf overeenkomende punt $U_5 = U_6$. Het dubbelpunt Q_5 van F_6 en F_4 blijkt langs den boven aangegeven weg het tweede snijpunt der cirkels $U_6 V_6 W_6$ en $U_4 V_4 W_4$ te zijn en dus samen te vallen met het dubbelpunt Q der stelsels F_1, F_2, F_3. En de stelsels F_4 en F_5 zijn niet alleen gelijkvormig maar ook gelijkstandig; hun dubbelpunt is dus het snijpunt Q_6 van $U_4 U_5$ met $V_4 V_5 = W_4 W_5$. De cirkel door $Q_4\ Q_5\ Q_6$ is de gelijkvormigheidscirkel; hij gaat ook door het snijpunt W_4 der overeenkomstige lijnen $V_4 W_4$, $V_5 W_5$, $V_6 W_6$. De onveranderlijke punten P_4 en P_5 vallen met Q_6 samen †) en het onveranderlijke punt P_6 is het tweede snijpunt van $V_6 W_6$ met den gelijkvormigheidscirkel. Het »richtpunt" E valt met Q_6 samen.

g). Behalve de beide stelsels van drie rechtstreeks gelijkvormige figuren, die we beschouwd hebben, geeft onze merkwaardige figuur nog twee andere, nl. die van de driehoeken

---

*) Om de figuur niet te overladen is de lijn $A''B'$ weggelaten. Zij gaat niet door B, zooals uit de teekening zou schijnen te volgen; want voor het geval $r = 1$ $\left(\text{in de teekening is } r = \frac{2}{3}\right)$ maken $A''B$ en $A''B'$ een hoek van 120° met elkaar.

†) In fig. 13 staat P_4, P_5 abusievelijk bij Q_5 in plaats van bij Q_6.

$A B' C'$, $B A' C'$, $C B' A'$, (fig. 10) en die van de driehoeken $A B'' C''$, $B A'' C'$, $C A'' B''$. We laten de behandeling dezer figuren achterwege.

h) We maken nog opmerkzaam op het gelijkbeenige trapezium $W_2 V_2 V_3 U_3$ (fig. 12), dat door twee lijnen in drie gelijkvormige driehoeken is verdeeld. Nemen we de kleinste zijde van den kleinsten driehoek tot eenheid aan, dan komen in dit trapezium de lijnen $1, r, r^2, r^3, r^4$ voor. En dan is $U_5 V_5 = r^5$ (fig. 13).

De vierhoek $P B'' C' B$ (fig. 11) is wel een gelijkbeenig trapezium; maar dit trapezium is alleen gelijkhoekig en niet gelijkvormig met $A' C' A'' C'$ *).

Groningen, 1 Sept. 1889.

---

*) Hoewel de beschouwing van de vier rechtstreeks gelijkvormige ruimtefiguren F_1, F_2, F_3, F_4 door de driehoeken $A B C$, $B A D$, $A C D$, $B D C$ (fig. 9) bepaald een afzonderlijke behandeling vereischt, merken we hier ten slotte terloops het volgende op.

De figuren F_1 en F_2 zijn rechtstreeks gelijk en gaan door een draaiing van 180° om $P Q$ in elkaar over; evenzoo de figuren F_3 en F_4.

De figuren F_1 en F_3 hebben A tot dubbelpunt. Zetten we van A uit naar B, C, D op $A B$, $A C$, $A D$ gelijke stukken $A B_1$, $A C_1$, $A D_1$ af, dan is de loodlijn uit A op het vlak $B_1 C_1 D_1$ een met zich zelve overeenkomende lijn, het vlak door A evenwijdig aan het vlak $B_1 C_1 D_1$ een met zich zelf overeenkomend vlak der beide figuren. Door F_1 een zekeren hoek om de aangewezen lijn te draaien en de voerstralen van A uit met r te vermenigvuldigen wordt F_3 verkregen.

Evenzoo hebben de figuren F_2 en F_4 het punt B, de figuren F_1 en F_4 het punt C, de figuren F_2 en F_3 het punt D tot dubbelpunt.

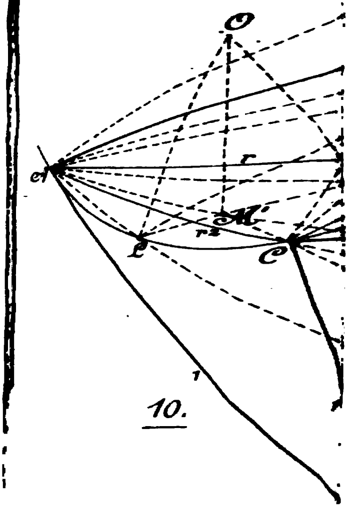
Vier overeenkomstige punten P_1, P_2, P_3, P_4 zijn de hoekpunten van een viervlak, waarvan de ribben $P_1 P_2$ en $P_3 P_4$ de lijn PQ tot mediaan en lijn van kortsten afstand hebben.

Vier overeenkomstige lijnen hebben in het algemeen geen hyperboloïdische ligging, enz.

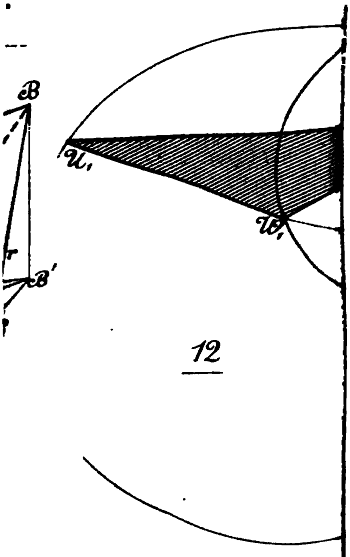
Deze uitkomsten en die van de 2de noot van art. 3 kunnen ons tot de opmerking voeren, dat de overdracht van de voor het platte vlak verkregen resultaten op de ruimte, die in den aanhef van dit opstel bedoeld werd — en dit is dan nog optimistisch uitgedrukt — niet langs dezen eenvoudigen weg geschieden kan. In het geval van het regelmatige gelijkbeenige viervlak hebben de vier rechtstreeks gelijke stelsels een gemeenschappelijk dubbelpunt en elk der zes combinaties dier stelsels twee aan twee een lijn van dubbelpunten. In het geval van het onregelmatig gelijkbeenige viervlak komt een lijn van dubbelpunten slechts bij twee

der zes combinaties voor en zijn de hoekpunten de dubbelpunten van de overige vier. En bij het eenige viervlak, dat een andere regeling van de overeenkomst toelaat, het regelmatige viervlak, hebben, zooals gemakkelijk blijkt, òf alle zes, òf drie der zes, òf twee der zes combinaties het middelpunt O tot dubbelpunt, terwijl de overige combinaties dan geen dubbelpunt bezitten. Omdat de vier stelsels in dit geval gelijk zijn, moet elk dubbelpunt nl. evenver van de vier hoekpunten verwijderd zijn. En nu kan O alleen dubbelpunt zijn van de beide stelsels $OABC$ en $OBCD$, als de driehoeken ABC en BCD van O uit gelijkdraaiend zijn. Daargelaten dat het geval van het regelmatige viervlak weinig belangrijks kan aanbieden, moet het dus om de aangevoerde reden in deze richting onvruchtbaar zijn.

Uit deze voorloopige beschouwingen mag dus het besluit getrokken worden, dat men de met de punten, de hoeken en den cirkel van Brocard overeenkomende ruimtevormingen, zoo deze bestaan, waarschijnlijk langs anderen weg bereiken moet.



10.



12

OVERZICHT

VAN DE

BOEKEN, KAARTEN, PENNINGEN, ENZ.

OVERZICHT

VAN DE

BOEKEN, KAARTEN, PENNINGEN, ENZ.,

INGEKOMEN BIJ DE

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN

TE AMSTERDAM.

VAN APRIL 1888 TOT EN MET MAART 1889.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1889.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER - BAKELS.

OVERZICHT

VAN DE

BOEKWERKEN

DOOR DE

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN

ONTVANGEN EN AANGEKOCHT.

1888—1889.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAAND APRIL 1888.

NEDERLAND.

Bouwkundig Tijdschrift, uitgegeven door de Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst. Amsterdam 1886—1887. Deel VI—VII. fol.

Afbeeldingen van oude bestaande gebouwen, uitgegeven door de Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst. Amsterdam 1887. Afl. 27—28. fol.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1888. 4e Reeks. Deel XII. Afl. 3. 8°.

Tijdschrift der Nederlandsche dierkundige Vereeniging. Leiden 1888. 2de Serie. Deel II. Afl. 1—2. 8°.

JHR. ROCHUSSEN. Studies over Geld- en Muntwezen. 's Gravenhage 1888. 8°.

Bijdragen tot de taal- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 's Gravenhage 1888. 5de Reeks. Deel III. Afl. 2. 8°.

De opkomst van het Nederlandsch gezag in Oost-Indië. 's Gravenhage 1888. Deel XIII. 8°.

Overzicht der scheepvaartkanalen in Nederland met overzichtskaart en schetskaarten. 's Gravenhage 1888. fol. (Uitgegeven door het Ministerie van Waterstaat, Handel en Nijverheid.)

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis, geslacht-, wapen-, zegelkunde, enz. 's Gravenhage 1888. Jaarg. 5. N°. 3. 4°.

P. J. BLOK. Correspondentie van en betreffende Lodewijk van Nassau en andere onuitgegeven documenten. Utrecht 1887. 8°.
(Werken van het historisch Genootschap. Nieuwe Serie. N°. 47).

——————— De kronick van Sicke Benninge 1e en 2e deel (Kroniek van van Lemego). Utrecht 1887. 8°.
(Werken van het historisch Genootschap. Nieuwe Serie. N°. 48).

E. VAN DIEREN. Critiek op de beweringen van Prof. Pekelharing omtrent de Beri-Beri. Arnhem 1887. 8°.

——————— Nogmaals: De Beri-Berikwestie. Arnhem 1888. 8°.

A. D. LOMAN. De oorsprong van het geloof aan de opstanding van Jezus. 8°.
(Overgedrukt uit »De Gids" 1888).

C. L. VAN DER BURG. Kolonisatie van Nederlanders in Nederlandsch Oost-Indië. 8°.

——————— Over den invloed der verplaatsing naar Europa voor zieken uit Nederlandsch-Indië. 8°.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maand November 1887. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maand November 1887. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van Nijverheid en Landbouw. Batavia 1888. Deel XXXVI. Afl. 3. 8°.

H. P. J. VAN DEN BERG. Brieven van een suikerfabrikant over de muntkwestie in verband tot de landbouw-nijverheid. Batavia 1888. 8°.
(Uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van Nijverheid en Landbouw).

Observations made at the magnetical and meteorological Observatory. Batavia 1887. Vol. IX. 4°.

Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1887. Jaarg. 8. 8°.

BELGIË.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1888. 3e Série. Tome XV. N°. 2—3. 8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. 4e Série. Tome II. N°. 3. 8°.

M. MOURLON. Géologie de la Belgique. Bruxelles 1880—1881. 2 Dl. 8°.

———— Observations sur le classement des couches tertiaires moyennes dans le Limbourg Belge. Bruxelles. 8°.
(Extrait des Annales de la Société malacologique de Belgique. Tome VIII).

———— Note sur le gîte fossilifère d'Aeltre (Flandre orientale). Bruxelles 1872. 8°.
(Extrait des Annales de la Société malacologique de Belgique. Tome VI).

———— Sur la structure des couches du Crag, de Norfolk et de Suffolk, avec quelques observations sur leur restes organiques. Bruxelles 1874. 8°.

———— Sur l'étage dévonien des psammites du Condroz en Condroz. Bruxelles 1875. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. Tome XXXIX et XL).

———— Etudes stratigraphiques sur les dépôts miocènes supérieurs et pliocènes de Belgique. Bruxelles 1876—78 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. Tome XLII).

M. Mourlon. Sur les dépots dévoniens rapportés par Dumont à l'étage quartroschisteux inférieur de son système Eifelien. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. Tome XLI).

——— Sur les amas de sables et les blocs de grès disséminés à la surface des collines famenniennes dans l'Entre-Sambre-et-Meuse. Bruxelles 1884. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 3e Serie. Tome VII).

——— Sur l'existence des psammites du Condroz aux environs de Beaumont dans l'Entre-Sambre-et-Meuse. Bruxelles 1885. 8.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 3e Série. Tome VII).

——— Sur le famennien dans l'Entre-Sambre-et-Meuse. Bruxelles 1886 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 3e Série. Tome XII).

——— Sur le famennien de la plaine des Fagnes. Bruxelles 1886. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 3e Série. Tome XII).

F. Plateau. Recherches expérimentales sur la vision chez les Arthropodes. Bruxelles 1888. 3e Partie. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 3e Série. Tome XV).

Table générale des Annales de la Société entomologique de Belgique. I—XXX. Bruxelles 1887. 8°.

Bulletin du Musée royal d'Histoire naturelle de Belgique. Bruxelles 1888. Tome V. N°. 1. 8°.

Annales de la Société géologique de Belgique. Liége 1887. Tome XIII. Livr. 1. 8°.

Annuaire de l'Université catholique de Louvain. 1888. Année 52. 8°.

J. DE COSTER. Le problème de la finalité. Louvain 1887. Dissertation. 8°,

A. HEBBELYNCK. De auctoritate historica libri Danielis necnon de interpretatione vaticinii LXX hebdomadum. Lovanii 1887. 8°,

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1888. Tome CVI. N°. 13—16. 4°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1888. 3e Série. Tome XIX. N°. 13—16. 8°.

Bulletin de la Société philomatique de Paris. 1887. 7e Série. Tome XII. N°. 1. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1888. 14e Année. Vol. XIII. N°. 602—604. 4°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1888. 4e Année. Tome VI. N°. 55.roy. 8°.

F. PLATEAU. Expériences sur le role des palpes chez les arthropodes maxillés. 3e Partie. 8°.
(Extrait du Bulletin de la Société zoologique de France. Tome XII).

Le cinq Mai, ode sur la mort de Napoléon par A. MANZONI. Traduction littérale en Roumain avec notes philologiques par M. G. OBÉDÉNARE. Montpellier 1885. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1888. Vol. XLVIII. N°. 5. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1888. New Series. Vol. X. N°. 4. 8°.

OOSTENRIJK-HONGARIJË.

Abhandlungen der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1887. Band XI. Abth. 2. 4°.

Inhoud:

D. STUR. Die Calamarien der Carbon-Flora der Schatzlarer Schichten.

Jahrbuch der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1888. Jahrg. 1887. Heft 2. 4°.

Verhandlungen der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. 1887. N°. 9—16. 4°.

Mittheilungen der kais. kön. geographischen Gesellschaft. Wien 1887. Band XXX. 8°.

DUITSCHLAND.

Verhandlungen der kais. Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Halle a/S. 1887. Band XLIX—LI. 3 Dl. 4°.

Inhoud, Vol. XLIX;

HEGELMAIER. Untersuchungen über die Morphologie des Dikotyledonen-Endosperms.

M. CURTZE. Verba filiorum Moysi, filii Sekir, id est Maumeti, Hameti et Hasen.

R. A. HEHL. Von den vegetabilischen Schätzen Brasiliens und seiner Bodencultur.

C. VON GUMPPENBERG. Systema Geometrarum Zonae temperationis septentrionalis. Systematische Bearbeitung der Spanner der nördlichen gemässigten Zone.

Vol. L.

R. TRIEBEL. Ueber Oelbehälter in Wurzeln von Compositen.

F. LEHMANN. Systematische Bearbeitung der Pyrenomycetengattung Lophiostoma (Fr.) Ces. & De Not., mit Berücksichtigung der verwandten Gattungen Glyphium (N. i. c.), Lophium Fr. und Mytilinidion Duby.

H. J. KOLBE. Beiträge zur Zoogeographie Westafrikas nebst einem Bericht über die während der Loango-Expedition von Hern Dr. Falkenstein bei Chinchoxo gesammelten Coleoptera.

H. DEWITZ. Westafrikanische Tagschmetterlinge (Westafrikanische Nymphaliden).

W. REICHARDT. Ueber die Darstellung der Kummer'schen Fläche durch hyperelliptische Functionen.

H. KNOBLAUCH. Ueber die elliptische Polarisation der Wärmestrahlen bei der Reflexion von Metallen.

Vol. LI.

J. G. BORNEMANN. Die Versteinerungen des Cambrischen Schichtensystems der Insel Sardinien nebst vergleichenden Untersuchungen über analoge Vorkommnisse aus andern Ländern.

H. F. KESSLER. Die Entwickelungs- und Lebensgeschichte von Chaitophorus aceris Koch, Chaitophorus testudinatus Thornton und Chaitophorus lyropictus Kessler. Drei gesonderte Arten. (Bisher nur als eine Art, Aphis aceris Linné, bekannt).

E. KORSCHELT. Zur Bildung der Eihüllen, der Mikropylen und Chorionanhänge bei den Insekten.

F. BENNECKE. Untersuchungen der stationären elektrischen Strömung in einer unendlichen Ebene für den Fall, dass die Zuleitung der beiden verschiedenen Elektricitäten in zwei parallelen geradlinigen Strecken erfolgt.

A. Feist. Ueber die Schutzeinrichtigen der Laubknospen dicotyler Laubbäume während ihrer Entwickelung.

B. Hofer. Untersuchungen über den Bau der Speicheldrüsen und des dazu gehörenden Nervenapparats von Blatta.

Leopoldina. Amtliches Organ der kais. Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Halle 1887. Heft 22—23. 4°.

Katalog der Bibliothek der kais. Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Halle 1887. Lief. 1. 8°.

Jahrbücher des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande. Bonn 1887. Heft LXXXIV. roy. 8°.

Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1887. Band XIV. N°. 5—6. 4°.

Inhoud:

5. O. Drasch. Untersuchungen über die Papillae foliatae et circumvallatae des Kaninchen und Feldhasen.

6. W. G. Hänkel. Elektrische Untersuchungen Ath. 18. Fortsetzung der Versuche über das elektrische Verhalten der Quarz- und der Boracitkrijstalle.

Abhandlungen der philologisch-historischen Classe der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1887. Band X. N°. 7. 4°.

Inhoud.

M. Voigt. Ueber die Bankiers, die Buchführung und die Litteralobligation der Römer.

Berichte über die Verhandlungen der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1888. Philologisch-historische Classe. Jahr 1887. N°. 4—5. Mathematisch-physische Classe. Jahr 1887. N°. 1—2. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1888. Jahrg. XI. N°. 276—277. 8°.

Neues lausitzisches Magazin, herausgegeben im Auftrage der oberlausitzischen Gesellschaft der Wissenschaften. Görlitz 1888. Band LXIII. Heft 2. 8°.

Archiv des historischen Vereines von Unterfranken und Aschaffenburg. Würzburg 1887. Band XXX. 8°.

M. CRONTHAL. Die Stadt Würzburg im Bauernkriege. Nebst einem Anhang: Geschichte des Kitzinger Bauernkriegs von H. HAMMER. Würzburg 1887. 8°. (Herausgegeben im Auftrag des historischen Vereins von Unterfranken and Aschaffenburg).

Jahresbericht des historischen Vereines von Unterfranken und Aschaffenburg für 1886. Würzbürg 1887. 8°.

26, 27 und 28er Bericht über die Thätigkeit des offenbacher Vereins für Naturkunde in den Jahren vom 1884 bis 1887. Offenbach a.M. 1888. 8°.

K. VON REINHARDSTÖTTNER. Aegidius Albertinus, der Vater des deutschen Schelmenromans. München 1888. 8°. (Jahrbuch für Münchener Geschichte. Jahrg. 2).

ZWITSERLAND.

Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle. Genève 1886—1887. Tome XXIX Partie 2. 4°.

Inhoud:

S. CALLONI. Anomalies de la fleur du Rumex scutatus Linné, avec notes sur l'évolution florale, l'anthotaxie et la nature axile de l'ovule dans les Rumex.

G. Cellérier. Etude numérique des concours de compensation de chronomètres, faits à l'Observatoire de Genève en 1884 et 1886.

C. de Candolle. Sur une monstruosité du Cyclamen neapolitanum.

J. Müller. Graphideae fecanae, incl. trib. affinibus nec non Graphideae exoticae Acharii, El. Friesii et Zenkeri, e novo studio speciminum originalium expositae et in novam dispositionem ordinatae.

Ch. Cellérier. Note sur la théorie des halos.

I. L. Soret. Sur la couleur de l'eau.

A. Rilliet. Recherches sur la transparence des eaux du lac Léman, faites en 1884, 1885 et 1886.

R. Gautier. La première comète périodique de Tempel, 1887 II, étude consacrée spécialement aux apparitions de 1873 et de 1879.

H. Fol et E. Sarasin. Pénétration de la lumière du jour dans les eaux du lac de Genève et dans celles de la Méditerranée.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1887. Serie 4ª. Rendiconti. Vol. III. Fasc. 12—13. Vol. IV. Fasc. 1. 4°.

Bollettino delle opere moderne straniere. Roma 1888. Vol. II. N°. 4—6. 8°.

Bollettino delle pubblicazioni Italiane. Firenze 1888. N°. 54—55. 8°.

Archivio per l'Antropologia e la Etnologia. Firenze 1887. Vol. XVII. Fasc. 3. 8°.

Memorie della reale Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna. 1886. Serie 4ª. Tomo VII. 4°.

Inhoud:

E. Beltrami. Sull' interpretazione meccanica delle formole di Maxwell.

G. Capellini. Sopra resti di un Sirenio fossile (Metaxytherium Lovisati, Cap.) raccolti a monte Fiocca presso Sassari in Sardegna.

A. Saporetti. Metodo universale per iscoprire speditamente gl'istanti del nascere e del tramontare della luna in qualsiasi luogo d'Italia.

G. Cocconi e F. Morini. Ricerche e considerazioni sulla simbiosi nei funghi.

G. Brugnoli. Notizie ed osservazioni intorno alle malattie da malaria nella Provincia di Bologna.

C. Razzaboni. Risultato di esperienze idrometriche sopra tubi addizionali conici divergenti.

A. Cavazzi. Azione del solfuro di carbonio sopra alcuni metalli.

L. Bombicci. Sul giacimento e sulle forme cristalline della datolite della Serra dei Zanchetti (alto Appennino bolognese).

———— Sulle contorsione di tipo elicoide nei fasci prismatici di Antimonite del Giappone.

V. Colucci. Sulla vera natura glandolare della porzione materna della placenta nella donna e negli animali.

P. Loreta. Intorno a un caso di mancanza congenita della vagina.

G. Belloncі. Sui nuclei polimorfi delle cellule sessuali degli anfibi.

S. Trinchese. Ricerche anatomiche sul genere Govia.

C. Belluzzi. Ultime modificazioni indotte al suo decollatore ostetrico.

G. Cuccati. Contributo all'anatomia microscopica della retina del bue e del cavallo.

L. Donati. Di un nuovo accumulatore.

F. Delpino. Funzione mirmecofila nel regno vegetale: prodromo d'una monografia delle piante formicarie.

F. Morini. Contributo all' anatomia ed alla fisiologia dei nettarii estranuziali.

S. Pincherle. Studi sopra alcune operazioni funzionali.

A. Righi. Studi sulla polarizzazione rotatoria magnetica.

A. Gotti. Della tubercolosi bacillare negli uccelli e in particolare di una enzoozia di tubercolosi in un pollaio.

L. Calori. Degli arti superiori deformi in un feto a termine e delle alterazioni ed anomalie ossee, muscolari, nervosi e vascolari concomitanti.

V. Retali. Osservazioni analitico-geometriche sulla proiezione immaginaria delle curve del second' ordine.

G. D'Ajutolo. Si di un osso odontoideo in un uomo di trentatrè anni.

J. Benetti. Teoria generale delle pompe centrifughe.

F. Cavara. Sulla flora fossile di Mongardino, studi stratigrafici e paleontologici.

P. Ruffini. Delle coniche polari inclinate per l'angolo zero principalmente in rispetto alle coniche conjugate.

G. V. Ciaccio e G. Campari. Della soluzione d' ipoclorito di sodio con eccedenza di cloro e della virtu ed efficacia sua discolorante.

Memorie di Matematica e di Fisica della Societa Italiana delle Scienze. Napoli 1887. Serie 3ª. Tomo VI. 4⁰.

Inhoud:

G. Nicolucci. Note paleontologiche.

A. Genocchi. Intorno alla funzione I (x) e alle serie dello Stirling che ne esprime il logaritmo.

C. Segre. Sull' equilibrio di un corpo rigido soggetto a forze costanti in direzione ed intensita e su alcune questioni geometriche affini.

A. de Zigno. Due nuovi pesci fossili della famiglia dei Balistini.

L. Palmieri. Nuove esperienze che rifermano le antecedenti sull' origine dell' elettricità atmosferica.

G. Nicolucci. Sulla necropoli volsca scoperta presso Isola del Liri in provincia di Terra di Lavoro.

A. Scacchi. Lettera di Anton Mario Lorgna.

V. Volterra. Sui fondamenti della teoria delle equazione differenziali lineari.

A. Grieb. Ricerche intorno ai nervi del tubo digerente dell' Elix Aspersa.

Atti della Societa Toscana di Scienze naturali. Processi Verbali. Vol. VI. Adunanza del 15 Gennaio 1888. 8⁰.

Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. 1888. Tomo II. Fasc. 1—2. roy. 8⁰.

SPANJE EN PORTUGAL.

Memorias de la real Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid 1887. Tomo XII, Tomo XIII. Parte 1. 4⁰.

Inhoud, Tomo XII:

F. de P. Rojas. Estudio elemental teorico-practico de las maquinas dinamo-electricas.

Tomo XIII. Parte 1:

D. M. P. Graells. Teorias, suposiciones, discordancias, misterios, comprobaciones, e ignorancia sobre cuestiones biologico-ontogenicas y fisiologicas de los afidios.

Revista de los progressos de las Ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid 1887. Tomo XXII. N°. 4. 8°.

Anuaria de la real Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid 1888. kl. 8°.

DENEMARKEN.

Mémoires de l'Académie royale des Sciences. Copenhague 1887. 6e Série. Classe des Sciences. Vol. IV. N°. 4—5. 4°.

Inhoud:

Chr. Fr. Lütken. Tillaeg til Bidrag til kundskab om arterne af slaegten Cyamus Latr. eller Hvallusene (Résumé en français).

——————— Fortsatte Bidrag til kundskab om de arktiske Dybhavs-Tudsefiske, saerligt slaegten Himantolophus. (Résumé en français).

Oversigt over det kongelige danske videnskabernes Selskabs forhandlinger. Kjobenhavn 1887. N°. 2. 8°.

Aarböger for nordisk Oldkyndighed og Historie, udgivne af det kongelige nordiske Oldskrift-Selskab. Kjobenhavn 1887. 2e Raekke. Bind II. Hefte 4. 8°.

RUSLAND.

Verslagen van het keiz. aardrijkskundig Genootschap. St. Petersburg 1888. Deel XXIII. N°. 6. 8°. (In het Russisch).

Jahresbericht am 31 Mai 1887 dem Comité der Nicolai-Hauptsternwarte abgestattet. St. Petersburg 1887. 8°.

Observations de Poulkova. St. Pétersbourg 1887. Vol. XII. 4°.

Inhoud:

M. A. WAGNER. Bearbeitung der Rectascentionsbestimmungen für die Epoche 1865. O.

W. DÖLLEN. Stern-Ephemeriden auf das Jahr 1888 zur Bestimmung von Zeit und Azimut, mittelst des tragbaren Durchgangsinstruments im Verticale des Polarsterns. St. Petersburg 1887. roy. 8°.

Annalen des physikalischen Central-Observatoriums. St. Petersburg 1887. Jahrg. 1886. Theil II. 4°.

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes. Moscou 1887. N°. 4. 8°.

Schriften herausgegeben von der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Dorpat. Dorpat 1888. N°. IV. 4°.

Inhoud:

K. WEIHRAUCH. Neue Untersuchungen über die Bessel'sche Formel und deren Verwendung in der Meteorologie.

R U M E N I Ë.

Analele Academiei Romane. Bucuresci 1887. Seria 2 Tomulu IX. 4°.

D. A. STOURDZA. Le 10 Mai. Mémoire présenté à l'Académie Roumaine. Bucarest 1887. 8°.

Etymologicum magnum Romaniae. Bucuresci 1888. Tomul II. Fasc. 2. 4°.

Anales de l' Institut météorologique de Roumanie. Bucuresci 1888. Tom. II. 4°.

AZIË.

Journal of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1888. Vol. LVI. Part 1. N°. 2—3. Part 2. N°. 2—3. 8°.

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1887—1888. Year 1887. N°. 9—10. 1888. N°. 1. 8°.

AMERIKA.

Observations made during the year 1885 at the United States naval Observatory. Washington 1887. 4°.

Mineral Resources of the United States, calendar year 1886. Washington 1887. 8°.

Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences, Cambridge 1887. Vol. XI. Part 5. N°. 6. 4°.

Inhoud:

S. P. LANGLEY, C. A. YOUNG and E. C. PICKERING. Pritchard's Wedge Photometer.

Proceedings of the American philosophical Society. Philadelphia 1887. Vol. XXIV. N°. 126. 8°.

Annual Report of the geological Survey of Pennsylvania for 1886. Harrisburg 1887. Part 1—2. 2 Vol. 8°.

Journal of comparative Medicine and Surgery. Philadelphia 1887. Vol. IX. N°. 1—2. 8°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1888. Vol. X. N°. 12—14. 4°.

Johns Hopkins University Circulars. Baltimore 1888. Vol. VII. N°. 64. 4°.

American chemical Journal, edited by IRA REMSEN. Baltimore 1888. Vol. X. N°. 2. 8°.

American Journal of Science. New-Haven 1887—1888. 3d Series. Vol. XXXIV. N°. 203—204. Vol. XXXV. N°. 205—206. 8°.

Transactions of the Kansas Academy of Science. Topeka 1887. Vol. X. 8°.

Transactions of the Meriden scientific Association. Meriden 1887. Vol. II. 8°.

F. E. NIPHER. The volt, the ohm and the ampere. 8°. (Reprinted from the Journal of the Association of Engineering Societies, 1888).

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate." Mexico 1888. Tomo I. N°. 8. 8°.

Boletin de Estadistica del estado de Puebla. Puebla de Zaragoza 1888. Tomo I. N°. 30—32. fol.

Revista do Observatorio, publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro. 1888. Anno III. N°. 3. 4°.

Annuario publicado pelo imperial Observatorio de Rio de Janeiro. 1884—1887. Anno 1885—1887. 3 Dl. 4°.

AANGEKOCHT.

De Navorscher. Amsterdam 1888. Nieuwe Serie. Jaarg. 21. N°. 3—4. 8°.

J. F. van Someren. Beschrijvende Catalogus van gegraveerde portretten van Nederlanders. Amsterdam 1888. Deel I. 8°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1888. Livr. 124—126. 4°.

Journal des Savants. Paris, Mars 1888. 4°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1888. 2e Série. Tome XII. Avril. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1888. 6e Série. Tome XIII. Avril. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1888. 5th Series. Vol. XXV. N°. 125. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1888. 6th Series. Vol. I. N°. 4. 8°.

Journal of Anatomy and Physiology normal and pathological. London 1888. Vol. XXII. Part 3. 8°.

Dictionary of national Biography, edited bij L. Stephen. London 1888. Vol. XIV. (Damon-D'Eyncourt). 8°.

Year-Book of scientific and learned Societies of Great-Britain and Ireland. London 1888. 6th Issue. 8°.

Annals of Botany. Oxford 1888. Vol. I. N°. 3—4. 8°.

Astronomische Nachrichten. 1888. N°. 2833—2835. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1888. N°. 6—7. 8°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1888. Jahrg. XII. N°. 12—16. 4°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1888. Jahrg. 6. Heft 2. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1888. Neue Folge. Band XXXIV. Heft 1. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1888. Band II. Heft 1—3. 8°.

Bibliotheca Zoologica II. Leipzig 1888. Lief. 5. 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a.M. 1888. Jahrg. XXIX. N°. 2. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1888. Band CCLXVIII. Heft 1—3. 8°.

Flora, oder allgemeine botanische Zeitung. Regensburg 1888. Jahrg. 71. N°. 10. 8°.

Bibliothèque universelle et revue Suisse. Lausanne 1888. 3e Période. Tome XXXVII. N°. 110—111. 8°.

A. DE GUBERNATIS. Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence 1888. Livr. 1. (A- Bab. roy. 8°.

Journal of Morphology, edited by C. O. WHITMAN. Boston 1887. Vol. I. N°. 18°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAAND MEI 1888.

NEDERLAND.

Bijdragen tot de Dierkunde, uitgegeven door het koninklijk zoölogisch Genootschap, »Natura Artis Magistra". — Feestnummer uitgegeven bij gelegenheid van het 50-jarig bestaan van het Genootschap. Amsterdam 1888. gr. 4°.

Katalogus der Bibliotheek van de Rijks-Akademie van beeldende Kunsten. Amsterdam 1888. 8°.

M. Fürbringer. Untersuchungen zur Morphologie und Systematik der Vögel, zugleich ein Beitrag zur Anatomie der Stütz- und Bewegungsorgane. Amsterdam 1888. 2 Dl. gr. 4°.

Revue internationale scientifique et populaire des falsifications des denrées alimentaires. Amsterdam 1888. Livr. 5. 4°.

Oeuvres complètes de Christiaan Huygens, publiées par la Société Hollandaise des Sciences. la Haye 1888. Tome I. 4°.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1888. 4e Reeks. Deel XII. N°. 4. 8°.

Handelingen van het eerste Nederlandsch natuur- en geneeskundig Congres, gehouden te Amsterdam op den 30sten September en den 1sten October 1887. Haarlem 1888. 8°.

K. Kuiper. Wijsbegeerte en Godsdienst in het drama van Euripides. Bijdrage tot de kennis van het godsdienstig leven der Atheners ten tijde van Pericles. Haarlem 1888. 8°.

Handelingen en Mededeelingen van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, over het jaar 1887. Leiden 1887. 8°.

Aegyptische Monumenten van het Nederlandsch Museum van Oudheden te Leyden, uitgegeven door C. Leemans en W. Pleyte. Leyden 1888. Afl. 29. fol.

Mededeelingen betreffende het Zeewezen. 's Gravenhage 1888. Deel XXVI. Afl. 5. 8°.

Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs, 1887—1888. 's Gravenhage 1888. Afl. 3. 1ste Gedeelte. Afl. 4. 2de Gedeelte. 4°.

Werken van de Nederlandsche Rijks-Commissie voor Graadmeting en Waterpassing. II. Uitkomsten der Rijkswaterpassing ontworpen en aangevangen door L. Cohen Stuart, voortgezet en voltooid door H. G. van de Sande Bakhuyzen en G. van Diesen, 1875—1885. 's Gravenhage 1888. 4°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis, geslacht-, wapen-, zegelkunde, enz. 's Gravenhage 1888. Jaarg. V. N°. 4. 4°.

De Vrije Fries. Mengelingen, uitgegeven door het Friesch Genootschap van geschied-, oudheid- en taalkunde. Leeuwarden 1887. 3de Reeks. Deel V. Afl. 1. 8°.

Oostergo. Register van geestelijke opkomsten van Oostergo, bewerkt door J. Reitsma en uitgegeven

door het Friesch Genootschap van geschied-, oudheid- en taalkunde. Leeuwarden 1888. 8°.

Naamlijst der predikanten, sedert de hervorming tot nu toe, in de hervormde gemeenten van Friesland. 2de Gedeelte. Leeuwarden 1888. 8°. Uitgegeven door het Friesch Genootschap voor geschied-, oudheid- en taalkunde.

C. UBAGHS. De geologische aardvorming van Limburg. 8°. (Voordracht gehouden in het 1e natuur- en geneeskundig Congres van Nederland, 1887).

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maand Maart 1888. 's Gravenhage 1888. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, de Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maand December 1887. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maand December 1887. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor indische taal-, land- en volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1888. Deel XXXII. Afl. 2. 8°.

Notulen van de algemeene- en bestuursvergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1888. Deel XXV. Afl. 4. 8°.

Dagh-Register gehouden int Casteel Batavia vant passerende daer ter plaetse als over geheel Nederlandts-India. Anno 1653. Batavia 1888. 8°.
(Uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen).

BELGIË.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1888. 3e Série. Tome XV. N°. 4. 8°.

Mémoires des concours et des Savants étrangers publiés par l' Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. Tome VIII. Fasc. 2. 4°.

Inhoud:

L. Dandois. Des diverses méthodes de pansement et de traitement antiseptiques des plaies et des affections chirurgicales.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. 4e Série. Tome II. N°. 4. 8°.

C. Ubaghs. Note sur les ateliers de Rijckholt et de Sainte-Gertrude. Bruxelles 1888. 8°.
(Extrait du Bulletin de la Société d'Anthropologie de Bruxelles. Tome VI).

Annales de l'Académie d'Archéologie de Belgique. Anvers 1886. 4e Série. Tome II. 8°.

Bulletin de l'Académie d'Archéologie de Belgique. Anvers 1887. N°. X—XV. 8°.

J. Mac Leod. De verspreiding der planten. Gent 1887. 8°.
(Overgedrukt uit het Nederlandsch Museum, 1887).

J. Mac Leod. Deken de Bo's kruidwoordenboek en de Nederlandsche wetenschappelijke taal. 8°. (Overgedrukt uit het Nederlandsch Museum, 1888).

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1888. Tome CVI. N°. 17—20. 4°.

Bulletin de l' Académie de Médecine. Paris 1888. 3e Série. Tome XIX. N°. 17—20. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Société de Biologie. Paris 1888. 9e Série. Tome V. N°. 4, 10—17. 8°.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris 1888. Tome XVI. N°. 2—3. 8°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1888. Tome VI. N°. 56—57. roy. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1888. 14e Année. Vol. XIII. N°. 605—609. 4°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society. London 1888. Vol. XLIII. N°. 264. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1888. Vol. XLVIII. N°. 6. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1888. New Series. Vol. X. N°. 5. 8°.

Journal of the royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland. London 1888. New Series. Vol. XX. Part 2. 8°.

Transactions of the zoological Society. London 1888. Vol. XII. Part 7. 4°.

Inhoud:

H. B. Brady, W. K. Parker and T. R. Jones. On some foraminifera from the Abrohlos Bank.

Proceedings of the scientific meetings of the zoological Society for the year 1887. London 1888. Part 4. 8°.

OOSTENRIJK.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1887. N°. 17—18. 1888. N°. 1—6. 8°.

Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft. Wien 1888. Band XVIII. Heft 1. 4°.

DUITSCHLAND.

Sitzungsberichte der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1887. N°. XL—LIV. roy. 8°.

Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1888. Band CXI. Heft 3. Band CXII. Heft 1—2. 8°.

Sophokles erklärt von F. W. Schneidewin. Berlin 1888. Band I. Allgemeine Einleitung Atas. Band VII. Philoktetes. 9te Auflage besorgt von A. Nauck. 8°.

Schriften der naturforschenden Gesellschaft. Danzig 1888. Neue Folge. Band VII. Heft 1. 8°.

Abhandlungen herausgegeben vom naturwissenschaftlichen Vereine. Bremen 1888. Band X. Heft 1—2. 8°.

Archiv des Vereins der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg. Güstrow 1888. Jahr 41. 8°.

Chronik der Universität Kiel für das Jahr 1886/87. Kiel 1887. 8°.

F. Blass. Eudoxi ars astronomica qualis in charta aegyptiaca superest. Kiliae 1887. 4°.

——— Naturalismus und Materialismus in Griechenland zu Platon's Zeit. Kiel 1887. 8°.

V. Hensen. Die Naturwissenschaft im Universitätsverband. Kiel 1887. 8°.

F. Volbehr. Professoren und Docenten der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel 1665 bis 1887. Kiel 1887. 8°.

Th. Behrens. Ueber Fremdkörper in den Luftwegen. Kiel 1887. 8°.

G. Berger. Fünf Fälle von Erweiterung der Stirnhöhlen durch Flüssigkeitsansammlung. Kiel 1887. 8°.

Th. Bruhn. Beitrag zur Statistik der Exstirpation tuberkulöser Lymfdrüsentumoren. Kiel 1887. 8°.

C. Caspersohn. Zur Statistik und Radikaloperation des Mastdarmkrebses. Kiel 1887. 8°.

H. Danielsen. Krebs-Statistik nach den Befunden des pathologischen Instituts zu Kiel vom Jahre 1873—1887. Kiel 1887. 8°.

H. Falck. Beitrag zur Lehre und Casuistik der Bindegewebsgeschwülste des Halses. Kiel 1887. 8°.

B. Fischer. Ueber einen lichtentwickelnden, im Meerwasser gefundenen Spaltpilz. Leipzig. 8°.

L. von Fischer-Benzon. Ein Beitrag zur Anatomie und Aetiologie der beweglichen Niere. Kiel 1887. 8°.

K. Gerling. Ueber Athetosis. Kiel 1887. 8°.

E. Haacke. Ein Beitrag zur pathologischen Histologie des Magens. Kiel 1887. 8°.

C. Hass. Beiträge zur Lehre von der Arthritis gonorrhoïca. Kiel 1887. 8°.

E. Hönck. Drei Fälle von allgemeinem fötalem Hydrops. Kiel 1887. 8°.

I. O. Johannsen. Beitrag zur pathologischen Anatomie und Histologie des Magengeschwürs. Kiel 1886. 8°.

F. Kunze. Beitrag zur Lehre der Staubinhalationskrankheiten. Kiel 1887. 8°.

W. Lange. Ein Fall von Lebervenenobliteration. Kiel 1886. 8°.

B. Lau. Beitrag zur Kenntniss der Wirkung des Strychnins. Elmshorn 1886. 8°.

K. May. Ueber das Geruchsvermögen der Krebse nebst einer Hypothese über die analytische Thätigkeit der Riechhärchen. Kiel 1887. 8°.

H. Meyer. Knochenabscesse. Kiel 1887. 8°.

M. Mose. Ueber Exenteratio bulbi. Kiel 1887. 8°.

H. Niemeyer. Ein Fall von Lungenarterien-Embolie nach einer Distorsio pedis. Kiel 1887. 8°.

M. Petersen. Ueber Hornhautflecke als Ursache der Myopie und Anisometropie. Kiel 1887. 8°.

A Plehn. 35 Fälle von Schädel-Fractur. Ein Beitrag zur pathologischen Anatomie derselben. Kiel 1886. 8°.

F. Plehn. Beitrag zur Lehre vom chronischen Hydrocephalus. Kiel 1887. 8°.

P. Riesenfeld. Ueber Hysterie bei Kinderen. Kiel 1887. 8°.

L. Sievers. Schmarotzer-Statistik aus den Sections-Befunden des pathologischen Instituts zu Kiel vom Jahre 1877 bis 1887. Kiel 1887. 8°.

C. Stahl. Beitrag zur Casuistik der Schädelverletzungen. Kiel 1887. 8°.

E. Wegner. Zur Casuistik der Hirntumoren. Kiel 1887. 8°.

K. Elbel. Ueber einige Derivate der Opiansäure. Kiel 1887. 8°.

W. Grosse. Ueber Polarisationsprismen. Hannover 1886. 8°.

V. Jonas. Photometrische Bestimmung der Absorptionsspektra roter und blauer Blütenfarbstoffe. Ratibor 1887. 8°.

J. Noelting. Ueber das Verhältniss der sogenannten Schalenblende zur regulären Blende und zum hexagonalen Wurtzit. Kiel 1887. 8°.

H. Oldach Ueber eine Synthese des β-Methyltetramethylendiamins und des β-Methylpyrrolidins. Kiel 1887. 8°.

L. Reher. Ueber Aethylderivate des Chinolins. Kiel 1887. 8°.

C. G. Sye. Beiträge zur Anatomie und Histologie von Jaera marina. Kiel 1887. 8°.

A. von Elsner. Ueber Form und Verwendung des Personalpronomens im Altprovenzalischen. Kiel 1886. 8°.

J. Fuhrmann. Die alliterierenden Sprachformeln in Morris' Early English alliterative poems und im Sir Gwayne and the Green Knight. Hamburg 1886. 8°.

R. Goerke. Die Sprache des Raoul de Cambrai, eine Lautuntersuchung. Kiel 1887. 8°.

A. Kolls. Zur Lanvalsage. Eine Quellenuntersuchung. Berlin 1886. 8°.

H. Raeder. Die Tropen und Figuren bei R. Garnier, ihrem Inhalt nach untersucht und in den römischen Tragödien mit der lateinischen Vorlage verglichen. Wandsbeck 1886. 8°.

P. Schütze. Beiträge zur Poetik Ottfrids. Kiel 1887. 8°.

W. Wandschneider. Zur Syntax des Verbs in Langleys Vision of William concerning Piers the Plowman, together with vita de Dowel, Dobet and Dobest. Leipzig 1887. 8°.

Abhandlungen der kön. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingen 1887. Band XXXIV. 4°.

Inhoud:

A. von Koenen. Beitrag zur Kenntniss der Crinoïden des Muschelkalks.

W. Voigt. Theoretische Studien über die Elasticitätsverhältnisse der Krystalle.

H. A. Schwarz. Ueber specielle zweifach zusammenhängende Flächenstücke, welche kleineren Flächeninhalt besitzen, als alle benachbarten von denselben Randlinien begrenzten Flächenstücke.
E. Schering. Carl Friedrich Gauss und die Erforschung des Erdmagnetismus.
F. Bechtel. Die Inschriften des ionischen Dialekts.
F. Frensdorff. Das statutarische Recht der deutschen Kaufleute in Nowgorod.
P. de Lagarde. Purim. Ein Beitrag zur Geschichte der Religion.

Nachrichten von der kön. Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen aus dem Jahre 1887. Göttingen 1887. 8°.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1887. Jahrg. 22. Heft 4. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1887. Jahrg. XI. N°. 278–279. 8°.

Petermann's Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1888. Band XXXIV. N°. 4—5. Ergänzungsheft. N°. 89. 4°.

Abhandlungen herausgegeben von der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Frankfurt a./M. 1888. Band XV. Heft 2. 4°.

Inhoud:

F. C. Noll. Beiträge zur Naturgeschichte der Kieselschwämme.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Heft 3. 8°.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Jahrg. 1887. Band II. 8°.

Verhandlungen der physikalisch-medicinischen Gesellschaft. Würzburg 1888. Neue Folge. Band XXI. 8°.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1888. Serie 4ª. Rendiconti. Vol. IV. Fasc. 2—4. 4°.

I codici Palatini della R. Biblioteca nazionale centrale di Firenze. Roma 1887. Vol. I. Fasc. 7. 8°.

Bollettino delle publicazioni Italiane. Firenze 1888. N°. 56—57. 8°.

Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel. Berlin 1888. Band VIII. Heft 1. 8°.

J. A. Wynne. Sulla difficolta di rintracciare la verita storica. Traduzione dall' olandese di C. Lapierre. Atri 1888. 8°.

ZWEDEN EN NOORWEGEN.

Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal. 1887—88. Vol. XIX. 4°.

AZIË.

Meteorological Observations recorded at seven stations in India, December 1887. 4°.

Report on the Meteorology of India in 1886. Calcutta 1887. Year 12. fol.

Indian meteorological Memoirs. Calcutta 1887. Vol. IV. Part 4. 4°.

Cyclone Memoirs. Calcutta 1888. Part 1. 8°.

W. L. DALLAS. Memoir on the winds and monsoons of the Arabian Sea and North-Indian Ocean. Calcutta 1887. 4°.

AMERIKA.

Circulars of the Bureau of Education U. S. A. Washington 1887. N°. 3. 8°.

Report of the superintendent of the nautical Almanac for the year ending June 30, 1887. Washington 1887. 8°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1888. Vol. X. N°. 15—18. 4°

Johns Hopkins University Circulars. Baltimore 1888. Vol. VII. N°. 65. 4°.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1888. Tomo I. N°. 9. 8°.

Boletin de Estadistica del Estado de Puebla. Puebla de Zaragoza 1888. Tomo 1. N°. 33—35. fol.

Revista do Observatorio, publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro 1888. Anno III. N°. 4. 4°.

Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. Buenos Aires 1887. Tomo X. Entr. 1. 8°.

AANGEKOCHT.

De Navorscher. Amsterdam 1888. Nieuwe Serie. Jaarg. 21. Afl. 5. 8°.

Dictionnaire des antiquités grecques et romaines. Paris 1888. Fasc. 12 (Del-Dil). 4°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1888. Livr. 127—131. 4°.

Journal des Savants. Paris, Avril 1888. 4°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1888. 2e Série. Tome XII. Mai. 8°.

Annales des Sciences naturelles. Paris 1887—1888. 7e Série. Botanique. Tome VI. N°. 3—6. Tome VII. N°. 1. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1888. 6e Série. Tome XIV. Mai. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1888. 5th Series. Vol. XXV. N°. 126. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1888. 6th Series. Vol. I. N°. 5. 8°.

Astronomische Nachrichten. N°. 2836—2840. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1888. N°. 8—9. 8°.

Corpus inscriptionum latinarum. Berolini 1888. Vol. XII. fol.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1888. Jahrg. XII. N°. 17—19. 4°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1888. Jahrg. 6. Heft 3. 8°.

Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1886. Jahrg. 52. Band II. Heft 1. 8°.

Allgemeine deutsche Biographie. Leipzig 1888. Band XXVI. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1888. Neue Folge. Band XXXIV. Heft 2. Beiblätter. Band XII. Stück 4. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1888. Band II. Heft 5. 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a./M. 1888. Jahrg. XXIX. N°. 3. 8°.

Flora. Regensburg 1888. N°. 11—12. 8°.

DINGLER's polytechnisches Journal. Stuttgart 1888. Band CCLXVIII. Heft 4—7. 8°.

A. DE GUBERNATIS. Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence 1888. Livr. 2. (Bab-Bec). 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1888. 3e Période. Tome XIX. N°. 4. 8°.

Journal of Morphology. Boston 1887. Vol. I. N°. 2. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAAND JUNI 1888.

NEDERLAND.

Verslag van den toestand der gemeente Amsterdam gedurende het jaar 1887. Amsterdam 1888. 8°.

Feestbundel, aan Franciscus Cornelis Donders op den 27sten Mei 1888 aangeboden door het Nederlandsch Tijdschrift voor Geneeskunde. Amsterdam 1888. 8°.

1ste vijfjarig Vervolg van den Catalogus der Bibliotheek van het wiskundig Genootschap: »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven" te Amsterdam. 8°.

Bijdragen van het statistisch Instituut. Amsterdam 1888. Jaarg. 4. N°. 1. 8°.

De Volksvlijt, tijdschrift voor nijverheid, landbouw, handel en scheepvaart. Amsterdam 1887. N°. 11—12. 8°.

B. F. Matthes. Al de boeken van het Nieuwe Testament in het Makassaarsch vertaald. Amsterdam 1875—1888. 2 Dl. 8°.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1888. 4e Reeks. Deel XII. N°. 5—6. 8°.

Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 's Gravenhage 1888. 5de Reeks. Deel III. Afl. 3. 8°.

Tijdschrift voor Entomologie, uitgegeven door de Nederlandsche entomologische Vereeniging. 's Gravenhage 1888. Deel XXXI. Afl. 2. 8°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis, geslacht-, wapen-, zegelkunde, enz. 's Gravenhage 1888. Jaarg. 5. N°. 5. 4°.

Bijdragen voor vaderlandsche Geschiedenis en Oudheidkunde. 's Gravenhage 1888. 3de Reeks. Deel IV. Afl. 3—4. 8°.

L. A. J. W. Sloet. De dieren in het germaansche volksgeloof en volksgebruik. 's Gravenhage 1888. 2de Gedeelte. 8°.

Verslag der Commissie ter verzekering eener goede bewaring van gedenkstukken van geschiedenis en kunst te Nijmegen, over het jaar 1887. 8°.

A. A. de Pinto. Het herziene Wetboek van Strafvordering. Zwolle 1887—1888. Deel II. Afl. 1—9. 8°.

Rébus sur la lumière, l'image et les couleurs prismatiques. Groningue 1888. 8°.

Werken van het provinciaal Genootschap van Kunsten en Wetenschappen in Noord-Brabant. 's Hertogenbosch 1888. Nieuwe Reeks. N°. 3. 8°.

Inhoud:

Th. Ign. Welvaarts. Het refugiehuis der Abdij Postel te 's Hertogenbosch.

A. Steffens. Geschiedenis der aloude heerlijkheid en der Heeren van ter Horst, in het land van Kessel. Roermond 1888. 8°.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maanden April en Mei 1388. 's Gravenhage 1888. 8°.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maand Januari 1888. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maand Januari 1888. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1888. Deel XXVIII. Afl. 1. 8°.

Annales du Jardin botanique de Buitenzorg. Leide 1888. Vol VII. Part 2. 8°.

BELGIË.

Annuaire statistique de la Belgique. Bruxelles 1887. Tome XVII. 8°.

Mémoires des concours et des Savants étrangers publiés par l' Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. Tome VIII. Fasc. 3. 4°.

Inhoud:

F. Henrijean. Des diverses méthodes de pansement et de traitement antiseptiques des plaies et des affections chirurgicales.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. 4e Série. Tome II. N°. 5. 8°.

G. van der Mensbrugghe. Causerie sur la tension superficielle. 8°.
(Extrait du Bulletin de la Société Belge de Microscopie. 1888).

——————————— Quelques mots sur ma théorie du filage de l'huile. Bruxelles 1888. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 3e Série. Tome XV).

C. Ubaghs. Quelques considérations sur l'age de la craie tufeau de Folx-les-Caves. Bruxelles 1888. 8°.
(Extrait du Bulletin de la Société belge de Géologie. Tome II).

A. Preudhomme de Borre. Liste des cent et cinq espèces de Coléoptères lamellicornes actuellement authentiquement capturées en Belgique. 8°.
(Extrait des Annales de la Société entomologique de Belgique. Tome XXXII).

A. De Cock. Simon Stevin. Gent 1888. 8°.
(Uitgegeven door het Willems-fonds).

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1888. Tome CVI. N°. 21 – 25. 4°.

Comptes rendus de l'Académie des Inscriptions et belles-Lettres. Paris 1888. 4e Série. Tome XV. N°. 4. Tome XVI. N°. 1. 8°.

Bulletin de l' Académie de Médecine. Paris 1888. 3e Série. Tome XIX. N°. 21—25. 8°.

Bulletin de la Société philomatique. Paris 1888. 7e Série. Tome XII. N°. 2. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires de la Société de Biologie. Paris 1888. 9e Série. Tome V. N°. 18—20. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1888. 14e Année. Vol. XIII. N°. 610—614. 4°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1888. 4e Année. Tome VI. N°. 58—60. roy. 8°.

Revue de Botanique. Bulletin mensuel de la Société Française de Botanique. Courrensan 1888. Tome VI. N°. 61—72.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society. London 1888. Vol. XLIII. N°. 265—267. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1888. Vol. XLVIII. N°. 7. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1888. New Series. Vol. X. N°. 6. 8°.

Journal of the royal microscopical Society. London 1888. Part 3. 8°.

Proceedings of the scientific meetings of the zoological Society of London. 1888. Part 1. 8°.

Journal of the anthropological Institute of Great Britain and Ireland. London 1888. Vol. XVII. N°. 3—4. 8°.

Catalogue of the sanskrit manuscripts in the Library of the India Office. London 1887. Part 1. Vedic manuscripts. 4°.

OOSTENRIJK-HONGARIJE.

Mittheilungen der prähistorischen Commission der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1888. Jahrg. 1887. N°. 1. 4°.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1888. N°. 7—8. roy. 8°.

Mittheilungen aus dem Jahrbuche der kön. ungarischen geologischen Anstalt. Budapest 1888. Band VIII. Heft 6. 8°.

Jahrbuch der kön. ungarischen geologischen Anstalt für 1886. Budapest 1888. 8°.

L. Petrick. Ueber die Verwendbarkeit der Rhyolithe für die Zwecke der keramischen Industrie. Budapest 1888. 8°.

Földtani Közlöny. (Geologische Mittheilungen). Zeitschrift der ungarischen geologischen Gesellschaft. Budapest 1888. Kötet XVIII. Füzet 1—4. 8°.

DUITSCHLAND.

Sitzungsberichte der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1888. N°. I—XVI. roy. 8°.

Die Venus-Durchgänge 1874 und 1882. Bericht über die deutschen Beobachtungen. Berlin 1888. Band III 4°.

Wochenschrift für klassische Philologie. Berlin 1888. Jahrg. 5. N°. 1—26. 4°.

Zeitschrift der historischen Gesellschaft für die Provinz Posen. Posen 1887—1888. Jahrg. 3. Heft 1—4. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1888. Jahrg. XI. N°. 280—282. 8°.

Anzeiger des germanischen Nationalmuseums. Nürnberg 1887. Band II. Heft 1. roy. 8°.

Mittheilungen aus dem germanischen Nationalmuseum. Nürnberg 1887. Band II. Heft 1. roy. 8°.

Katalog der im germanischen Museum befindlichen vorgeschichtlichen Denkmäler. Nürnberg 1887. roy. 8°.

J. N. von Wilmowsky. Roemische Mosaiken aus Trier und dessen Umgegend. Trier 1888. 4°. Mit Atlas plano. (Herausgegeben von der Gesellschaft für nützliche Forschungen in Trier).

Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1887. Band XVI. Abth. 2. 4°.

Inhoud:

A. Voss. Ueber die projectieve Centrafläche einer algebraischen Fläche n. Ordnung.

A. von Braunmühl. Untersuchungen über p-reihige Charakteristiken, die aus Dritteln ganzer Zahlen gebildet sind, und die Additionstheoreme der zugehörigen Thetafunktionen.

N. Rüdinger. Ueber künstlich deformirte Schädel und Gehirne von Südseeinsulanern (Neue Hebriden).

H. Seeliger. Zur Theorie der Beleuchtung der grossen Planeten, insbesondere des Saturn.

Abhandlungen der historischen Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1888. Band XVIII. Abth. 4°.

Inhoud:

W. Preger. Ueber das Verhältnis der Taboriten zu den Waldesiern des 14 Jahrhunderts.
F. Stieve. Wittelsbacher Briefe aus den Jahren 1590 bis 1610.
S. Riezler. Arbeo's Vita Corbiniani in der ursprünglichen Fassung.

Monumenta Tridentina. Beiträge zur Geschichte des Concils von Trient. München 1887. Heft 3. 4°.

R. Meiser. Ueber historische Dramen der Völker. München 1887. 4°. (Festrede).

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Heft 1. 8°.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen- und historischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Heft 1. 8°.

J. van Rees. Beiträge zur Kenntniss der inneren Metamorphose von Musca vomitoria. 8°.
(Separatabdrück aus den zoologischen Jahrbüchern. Band II).

ZWITSERLAND.

Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences naturelles. Lausanne 1887. 3e Série. Vol. XXIII. N°. 97. 8°.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1884—1887. Memorie. Serie 2a. Vol. IV. Serie 3a. Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Vol. XII. 4°.

Inhoud: Serie 2a. Vol. IV;

Q. Sella. Codex Astensis qui de Malabayla communiter nuncupatur.

Serie 3ª. Vol. XII.

NARDUCCI. Giunte all' Opera „Gli scrittori d' Italia" del conte Giammaria Mazzuchelli, tratte dalla Biblioteca Alessandrina.
SCHIAPARELLI. Il significato simbolico delle piramidi Egiziane.
ROSEN. Remarques sur les manuscrits orientaux de la collection Marsigli à Bologne.
GOZZADINI. Di due stele etrusche.
FERRI. Analisi del concetto di sostanza e sue relazioni coi concetti di essenza, di causa e di forza.
PIGORINI. Gli antichi oggetti messicani incrostati di mosaico esistenti nel Museo preistorico ed etnografico di Roma.
GUIDI. Festi orientali inediti sopra i Sette dormienti di Efeso.
——— La lettera di Filosseno ai monaci di Tell'addâ (Teleda).
AMARI. De' titoli che usava la cancelleria de' Sultani di Egitto nel XIV secolo scrivendo a reggitori di alcuni stati italiani.
LEVI. Le antichita egiziane di Brera.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1888. Serie 4ª. Rendiconti. Vol. IV. Fasc. 5—6. 4⁰.

Memorie delle reale Accademia delle Scienze. Torino 1888. Serie 2ª. Tomo XXXVIII. 4⁰.

Inhoud:

C. SEGRE. Le coppie di elementi imaginari nella geometria proiettiva sintetica.
C. POLLONERO. Molluschi fossili post-pliocenici del contorno di Torino.
A. ROITI. Misure assolute di alcuni condensatori.
L. BELLARDI. I molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria.
D. ROSA. Sul criodrilus lacuum.
A. PORTIS. Contribuzioni alla ornitolitologia italiana.
L. VINCENZI. Contributo allo studio dei vizi congeniti del cuore.
A. CATTANEO. Sugli organi nervosi terminali muscolo-tendinei in condizioni normali e sul loro modo di comportarsi in seguito al taglio delle radici nervose e dei nervi spinali.
G. LORIA. Il passato e il presente delle principali teorie geometriche.
O. MATTIROLO. Illustrazione di tre nuove specie di Tuberacee italiane.

L. Camerano. Ricerche intorno al parassitismo ed al polimorfismo dei gordii.

G. Ferraris. Sulle differenze di fase delle correnti, sul ritardo d'induzione e sulla dissipazione di energia nei trasformatori.

F. Rossi. Vita di Sant' Ilarione e martirio di Sant' Ignazio, vescovo d' Antiochia.

A. Fabretti. Statuti ed ordinamenti suntuarii intorno ai vestire degli uomini e delle donne in Perugia dall' anno 1266 al 1336.

F. Rossi. I martirii di Gioore, Heraei, Epimaco e Ptolomeo con altri frammenti.

S. C. de Martiis. Il fondamento storico di una leggenda italica.

E. Ferrero. La strada Romana da Torino al Monginevro.

V. Puntoni. Sulla narrazione del mito di Promoteo nella Teogonia Esiodea.

Atti della reale Accademia delle Scienze. Torino 1888. Vol. XXIII. Disp. 6. 8°.

Bollettino delle pubblicazioni Italiane. Firenze 1888. N°. 58—59. 8°.

DENEMARKEN.

Aarböger for nordisk oldkyndighed og historie, udgivne af det kongelige nordiske Oldskrift Selskab. Kjobenhavn 1888. 2e Raekke. Bind III. Hefte 1. 8°.

ZWEDEN EN NOORWEGEN.

N. Ekholm. Undersökningar i hygrometri. Upsala 1888. 4°.

RUSLAND.

Catalogue de la section des gravures des Musées Public et Roumiantzow. Moscou 1888. N°. I—IV. 8°. (In het Russisch).

Recueil des matériaux pour l' Ethnographie. Moscou 1888. Livr. 3. 8°. (In het Russisch).

Meteorologische Beobachtungen des tifliser physikalischen Observatoriums in Jahre 1886. Tiflis 1886. 8⁰.

Sitzungsberichte der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst aus dem Jahre 1887. Mitau 1888. 8⁰.

A Z I Ë.

Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens in Tokio. Yokohama 1888. Heft 39. 4⁰.

Journal of the college of Science, imperial University, Japan. Tokio 1888. Vol. II. Part 1. 4⁰.

Inhoud:

R. Fujisawa. Ueber die Darstellbarkeit willkürlicher Functionen durch Reihen die nach den Wurzeln einer transcendenten Gleichung fortschreiten.
E. Divers and M. Kawacita. On the composition of bird-lime.
IJ. Kikuchi. On anorthite from Miyakejima.
I. Ijima. The source of Bothriocephalus latus in Japan.
I. Sekiya. Earthquake measurements of recent years especially relating to vertical motion.

Mittheilungen aus der medicinischen Facultät der kais. japanischen Universität. Tokio 1888. Band I. N⁰. 2. 4⁰.

Inhoud:

IJ. Inoko. Untersuchungen über die Wirkung des Macleyin's auf den thierischen Organismus.
E. Baelz. Das Nervensystem bei fibrinöser Pneumonie.
K. Hyrano. Ein Beitrag zur Kenntniss der Samen von Pharbitis triloba Meia.
IJ. Koganëi. Ueber vier koreaner-Schädel.

Journal of te China Branch of the royal Asiatic Society. Shanghai 1887. New Series. Vol. XXII. N⁰. 3—4. 8⁰.

AFRIKA.

Bulletin de la Société khédiviale de Géographie. Le Caire 1888. 3e Série. N°. 1. 8°.

AMERIKA.

2d Annual Report of the photographic study of stellar spectra conducted at the Harvard College Observatory. Cambridge 1888. 4°.

Proceedings of the Academy of natural Science. Philadelphia 1888. Part 1. 4°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1888. Vol. X. N°. 19—23. 4°.

Proceedings of the Canadian Institute. Toronto 1888. 3d Series. Vol. V. Fasc. 2. 8°.

Annual Report of the Canadian Institute, Session 1888—87. Toronto 1887. 8°.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1888. Tomo I. N°. 10. 8°.

Boletin de Estadistica del estado de Puebla. Puebla de Zaragoza 1888. Tomo I. N°. 36—38. fol.

Boletim da Academia imperial de Medicina do Rio de Janeiro. 1887. Anno III. N°. 6—15. 4°.

Annaes da Academia de Medicina do Rio de Janeiro. 1887—1888. Serie 6. Tomo III. N°. 2—3. 8°.

Revista do Observatorio, publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro. 1888. Anno III. N°. 4—5. 8°.

Anales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos Aires 1888. Tomo XXV. Entr. 3—4. 8°.

AUSTRALIË.

Journal and Proceedings of the royal Society of N. S. Wales. Sydney 1888. Vol. XXI. 8°.

Mineral Products of N. S. Wales by H. Wood. — Notes on the geology of N. S. Wales by C. S. Wilkenson and Description of the seams of coal worked in N. S. Wales by J. Mackenzie. Sydney 1887. 4°

AANGEKOCHT.

Oud-Holland. Nieuwe Bijdragen voor de geschiedenis der Nederlandsche Kunst, Letterkunde, Nijverheid, enz. Amsterdam 1886. Jaarg. VI. Afl. 1. 4°.

De Navorscher. Amsterdam 1888. Nieuwe Serie. Jaarg. 21. N°. 6. 8°.

Biographisch Woordenboek der Noord- en Zuidnederlandsche Letterkunde door J. G. Frederiks en F. J. van den Branden. Amsterdam 1888. Nieuwe druk. Afl. 1. 8°.

Bibliotheca Belgica. Livr. 87—89. 8°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1888. Livr. 132—136. 4°.

Journal des Savants. Paris, Mai 1888. 4°.

Archives de Zoologie expérimentale et générale. Paris 1888. 2e Série. Tome V. N°. 4. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1888. 6e Série. Tome XIV. Juin. 8°.

A. LAPORTE. Histoire littéraire du 19e Siècle. Paris 1888. Tome V. Livr. 1—2. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1888. 5th Series. Vol. XXV. N°. 125. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1888. 6th Series. Vol. I. N°. 6. 8°.

Astronomische Nachrichten. 1888. N°. 2841—2843. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1888. N°. 10—11. 8°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1888. Jahrg. XII. N°. 20—25. 4°.

Ephemeris epigraphica. Berolini 1888. Vol. VII. Fasc. 1—2. 8°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1888. Band VI. Heft 4. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1888. Neue Folge. Band XXXIV. Heft 3—4. Beiblätter. Band XII. St. 5. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1888. Band II. Heft 6. 8°.

Mittheilungen des Vereins für Kunde der Aachener Vorzeit Aachen 1887. Jahrg. 1. Heft 1—2. 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a.M. 1888. Jahrg. 29. N°. 4. 8°.

Flora, oder allgemeine botanische Zeitung. Regensburg 1888. N°. 13—15. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1888. Band CCLXVIII. Heft 8. 8°.

Bibliothèque universelle et revue Suisse. Lausanne 1888. 3e Période. Tome XXXVIII. N°. 112—113. 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1888. 3e Période. Tome XIX. N°. 5—6. 8°.

Naturhistorisk Tidsskrift udgive af J. C. Schiödte. Kjobenhavn 1861—1884. Band I—XIII. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAANDEN JULI, AUGUSTUS EN SEPTEMBER 1888.

NEDERLAND.

Bijdragen tot de Dierkunde, uitgegeven door het koninklijk zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra". Amsterdam 1888. Afl. 14—16. gr. 8°.

Nieuw Archief voor Wiskunde. Amsterdam 1888. Deel XIV. St. 2. Deel XV. St. 1. 8°.

Wiskundige Opgaven met de oplossingen door de leden van het wiskundig Genootschap »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven". Amsterdam 1882—1888. Deel II. St. 1—6. Deel III. St. 4. 8°.

Bijdragen van het statistisch Instituut. Amsterdam 1888. Jaarg. 4. N⁰. 2. 8⁰.

Jaarcijfers over 1887 en vorige jaren. Amsterdam 1888. N⁰. 7. 8⁰.

Koninklijk oudheidkundig Genootschap te Amsterdam. Jaarverslag uitgebracht in de 30ste algemeene vergadering op 23 April 1888. 4⁰.

Verslag over het jaar 1887 en Naamlijst van de leden der Maatschappij Arti et Amicitia gevestigd te Amsterdam. 8⁰.

Jaarboek van het Mijnwezen in Nederlandsch Oost-Indië. Amsterdam 1888. Jaarg. 17. 1ste Gedeelte. 8⁰.

Handelingen van de 43ste Algemeene Vergadering van het Nederlandsch Onderwijzers-Genootschap, gehouden te Amersfoort 31 Juli, 1 en 2 Augustus 1888. Amsterdam 1888. 8⁰.

J. Zürcher. Meyer de Haan's Uriël Acosta. 8⁰.

Rechtsgeleerde Bijdragen en Bijblad. Amsterdam 1887. Jaarg. 2. 2 Deelen. 8⁰.

Revue internationale scientifique et populaire des falsifications des denrées alimentaires. Amsterdam 1888. 1e Année. Livr. 6. 2e Année. Livr. 1—2. 4⁰.

Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, publiées par la Société Hollandaise des Sciences. Harlem 1888. Tome XXII. Livr. 4—5. 8⁰.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1888. 4e Reeks. Deel XII. N⁰. 7—10. 8⁰.

J. C. van den Berg. De Wervelbeweging. Haarlem 1888. Academisch Proefschrift. 8°.

W. Stortenbeker. Les combinaisons du chlore avec l'iode. Leide 1888. Dissertation. 8°.

Sammlungen des geologischen Reichsmuseums in Leiden. 1888. I. Beiträge zur Geologie Ost-Asiens und Australiens. Band IV. Heft 3. 8°.

Nederlandsch-Chineesch Woordenboek met de transcriptie der Chineesche karakters in het Tsiang-Tsiu dialekt, bewerkt door G. Schlegel. Leiden 1888. Deel IV. Afl. 1. roy. 8°.

C. A. J. A. Oudemans en J. G. Boerlage. Bibliographie der Flora van Nederland. Leiden 1888. 8°.

Rapport over ankerkuil- en staalboomen-visscherij op het Hollandsch Diep en Haringvliet. Leiden 1888. 8°.

Annales de l'Ecole polytechnique de Delft. Leide 1888. Tome IV. Livr. 1—2. 4°.

Inhoud:

S. Hoogewerff et W. A. van Dorp. Sur l'action de l'hypobromite de potassium sur les amides.

Ch. M. Schols. Remarques sur le calcul des efforts maxima dans les maîtresses-poutres des ponts de chemin de fer.

Vijfjarig Overzicht van de sterfte naar den leeftijd en de oorzaken van den dood in elke gemeente van Nederland gedurende 1880—1885. 8°.
(Uitgegeven door het Departement van Binnenlandsche Zaken).

Verslag aan den Koning van de bevindingen en handelingen van het veeartsenijkundig staatstoezicht in het jaar 1887. 's Gravenhage 1888. 4°.

Verslagen aan den Koning betrekkelijk den dienst der Posterij, der Rijkspostspaarbank en der Telegrafen in Nederland. 1887. III. Telegrafen. 's Gravenhage 1888. 4°.

Verslag aan den Koning over de openbare werken in het jaar 1887. 's Gravenhage 1888. 4°.

Verslag over den Landbouw in Nederland, 1886. 's Gravenhage 1888. 8°.

Verslagen omtrent 's Rijks oude archieven. IX. 1886. 's Gravenhage 1888. 8°.

Verslag aangaande een onderzoek in Duitschland naar archivalia belangrijk voor de geschiedenis in Nederland door Dr. P. J. Blok, 1886—1887. 's Gravenhage 1888. 8°.

4de Supplement (tot 1 Maart 1888) op den Catalogus der Bibliotheek van het Departement van Oorlog. 's Gravenhage 1888. 8°.

Geschiedkundige Catalogus der verzameling munten van Nederland, bezittingen en koloniën, bijeengebracht en beschreven door Joh. W. Stephanik en in bruikleen afgestaan aan het Rijksmuseum. 1888. 8°.

Bijdragen voor vaderlandsche Geschiedenis en Oudheidkunde. 's Gravenhage 1888. 3de Reeks. Deel V. Afl. 1. 8°.

J. K. J. de Jonge en M. L. van Deventer. De opkomst van het Nederlandsch gezag in Oost-Indië. 's Gravenhage 1888. Alphabetisch Register 8°.

Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs. 's Gravenhage 1888. Afl. 4. 1ste Gedeelte. Afl. 5. 2de Gedeelte. 4°.

Tijdschrift voor Entomologie, uitgegeven door de Nederlandsche entomologische Vereeniging. 's Gravenhage 1888. Deel XXXI. Afl. 3. 8°.

C. Snouck Hurgronje. Mekka. Haag 1888. Theil I. 8°. Mit Bilder-Atlas. fol.

P. J. Cosyn. Altwestsächsische Grammatik. Haag 1888. 8°.

N. H. Henket, Ch. M. Schols en J. M. Telders. Waterbouwkunde. 's Gravenhage 1888. Deel I. Afd. VII. Afl. 1. Deel III. 2de gedeelte. Afl. 7. 8°.

M. S. Pols. Westfriesche Stadrechten. 's Gravenhage 1888. Deel I. 8°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis, geslacht-, wapen-, zegelkunde, enz. 's Gravenhage 1888. Jaarg. 5. N°. 6—8. 4°.

Th. H. F. van Riemsdijk. Bijdragen tot de geschiedenis van de kersspelkerk van St. Jacob te Utrecht. Leiden 1888. fol.

(Uitgegeven met ondersteuning van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen).

Th. Kooperberg. Geneeskundige plaatsbeschrijving van Leeuwarden. 's Gravenhage 1888. roy. 8°.
(Uitgegeven door het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen).

P. M. NETSCHER. Geschiedenis van de koloniën Essequebo, Demerary en Berbice, van de vestiging der Nederlanders aldaar tot op onzen tijd. 's Gravenhage 1888. 8°.
(Uitgegeven door het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen).

Verslag van het verhandelde in de algemeene vergadering van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, gehouden 28 Juni 1887. Utrecht 1887. 8°.

Aanteekeningen van het verhandelde in de sectie-vergaderingen van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen ter gelegenheid van de algemeene vergadering, gehouden den 28 Juni 1887. Utrecht 1887. 8°.

Munt-Kabinet van 's Rijks Munt te Utrecht. Catalogus der gouden, zilveren, koperen en bronzen speciën van het koningrijk der Nederlanden, 1813—1887. Voorafgegaan door eenige geschiedkundige aanteekeningen betreffende den muntslag. 8°.

D. HARTING. Grieksch-Nederduitsch Handwoordenboek op het Nieuwe Testament. Utrecht 1888. 2de Druk. 8°.

L. VAN ELFRINKHOF. De viriaal en hare beteekenis in de mechanica. Utrecht 1888. Academisch Proefschrift. 8°.

Archief. Vroegere en latere mededeelingen voornamelijk in betrekking tot Zeeland, uitgegeven door het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen. Middelburg 1888. Deel VI. St. 3. 8°.

F. NAGTGLAS. Levensberichten van Zeeuwen. Zijnde een vervolg op P. de la Rue, geletterd staatkundig en heldhaftig Zeeland. Middelburg 1888. Afl. 1. 8°.
(Uitgegeven door het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen).

———————— Zelandia Illustrata. Verzameling van kaarten, portretten, platen enz. betreffende de oudheid en geschiedenis van Zeeland. Middelburg 1885. Vervolg. 8°.

Mededeelingen en Berichten der Geldersch-Overijsselsche Maatschappij van Landbouw over 1888. Arnhem 1888. N°. I—II. 8°.

Rijkslandbouwschool te Wageningen. Programma van het onderwijs voor het leerjaar 1888—89. 8°.

Nederlandsch kruidkundig Archief. Verslagen en Mededeelingen der Nederlandsche botanische Vereeniging. Nijmegen 1888. 2de Serie. Deel V. St. 2. 8°.

Handelingen van het provinciaal Genootschap van Kunsten en Wetenschappen in Noord-Brabant, 1886—1888. 's Hertogenbosch 1888. 8°.

Verslag van den toestand der provincie Friesland in 1887. Leeuwarden 1888. 8°.

C. L. VAN DER BURG. Een paar opmerkingen naar aanleiding der brochure van E. VAN DIEREN: »nogmaals de Beri-Berikwestie". 8°.
(Overgedrukt uit het Nederl. militair geneeskundig Archief. Jaarg. 1888).

J. D. E. SCHMELTZ. Südsee-Reliquien. 4°.
(Separat-Abdrück aus internationales Archiv für Ethnographie. Bd. I).

G. Schlegel. A Singapore Streetscene. 4°. (Separat-Abdruck aus internationales Archiv für Ethnographie. Bd. I).

Koninkrijk der Nederlanden. Statistiek van den in-, uit- en doorvoer over het jaar 1887. 's Gravenhage 1888. 1ste Gedeelte. fol.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maanden Juni, Juli en Augustus 1888. 's Gravenhage 1888. 8°.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, de Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maanden Februari, Maart en April 1888. fol.

Recapitulatietabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in het jaar 1887. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maanden Februari, Maart en April 1888. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Verhandelingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1888. Deel XLV. Afl. 2. 4°.

Inhoud:

J. L. van der Toorn. Tjindoer Mato. Minangkabausch-Maleische Legende.

Tijdschrift voor indische taal-, land- en volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1888. Deel XXXII. Afl. 3. 8°.

Notulen van de algemeene- en bestuurs-vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1888. Deel XXVI. Afl. 1. 8°.

Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de koninklijke natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië. Batavia 1888. Deel XLVII. 8°.

Tijdschrift voor Nijverheid en Landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van Nijverheid en Landbouw. Batavia 1888. Deel XXXVI. Afl. 4—5. Deel XXXVII. Afl. 1. 8°.

Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1888. Deel XXVIII Afl. 2. 8°.

B E L G I Ë.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1888. 3e Série. Tome XV. N°. 5—6 Tome XVI. N°. 7. 8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. 4e Série. Tome II. N°. 6—7. 8°.

Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l' Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. Tome VIII. Fasc. 5. 8°.

Mémoires des concours et des savants étrangers publiés par l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. Tome VIII. Fasc. 4. 4°.

Inhoud:

E. LERMUSEAU. Des diverses méthodes de pansement et de traitement antiseptiques des plaies et des affections chirurgicales.

Recueil des ordonnances des Pays-Bas Autrichiens. 3e Série. 1700—1794. Bruxelles 1887. Tome VI. fol.

Coutumes des pays et comté de Flandre. Tome II. Coutume de la ville de Gand (Suite) par A. DU BOIS et L. DE HONDT. Bruxelles 1887. 4°.

Coutumes des pays, duché de Luxembourg et comté de Chiny par CH. LAURENT. Bruxelles 1887. 2e Supplément. 4°.

Coutumes des pays et comté de Flandre. Coutume de la prévoté de Bruges par L. GILLIODTS—VAN SEVEREN. Bruxelles 1887. Tome I—II. 4°.

F. NIZET. Projet d'un catalogue idéologique (Realcatalog) des périodiques, revues et publications des sociétés savantes. Bruxelles 1888. 8°.

C. UBAGHS. Mes théories. Réponse à la notice de M. DE PUYDT, intitulée les théories de M. Casimir Ubaghs dans sa brochure intitulée »Les ateliers ou stations dits préhistoriques de St. Gertrude et Rijckholt. Liège 1888. 8°.

Verslagen en Mededeelingen der koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde. Gent 1887—1888. Jaar 1887. Afl. 1—4. Jaar 1888. Afl. 1. 8°.

Jaarboek der koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde. Gent 1887. 1ste Jaar. 8°.

K. STALLAERT. De sevenste bliscap van Maria. Mysteriespel der XVe eeuw. Gent 1887. 8°.
(Uitgegeven door de koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde).

SLEECKX. Karel VI en Maria Theresia. Gent 1888. 8°.
(Volksboekje uitgegeven door het Willems-Fonds, N°. 4).

——— Jozef II en zijne regeering. Gent 1888. 8°.
(Volksboekje uitgegeven door het Willems-Fonds, N°. 5).

Joost van den Vondel. Verslag der Antwerpsche feesten ter gelegenheid der 300ste verjaring van Vondels geboorte, benevens studiën over het leven en de werken van Nederlands grootsten dichter door G. SEGERS. Antwerpen 1888. 8°.

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1888. Tome CVI. N°. 26. Tome CVII. N°. 1—12. 4°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1888. 3e Série. Tome XX. N°. 26—38. 8°.

Mémoires de la Société zoologique de France. Paris 1888. 1e Année. N°. 1—3. 8°.

Bulletin de la Société zoologique de France. Paris 1888. 12e Année. N°. 5—6. 13e Année. N°. 1—6. 8°.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris 1888. Tome XVI. N°. 4. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Société de Biologie. Paris 1888. 9e Série. Tome V. N°. 21—28. 8°.

Bulletin de la Société philomatique. Paris 188. 7e Série. Tome XII. N°. 3. 8°.

Journal de l'Ecole polytechnique. Paris 1887. Cahier 57. 4°.

Inhoud:

HUGONIOT. Sur la propagation du mouvement dans les corps, et spécialement dans les gaz parfaits.
I. MOUTIER. L'énergie libre et les changements d'état.
DAVID. Développement des fonctions implicites.
G. HUMBERT. Sur les arcs des courbes planes algébriques.
R. LIOUVILLE. Sur quelques équations différentielles non linéaires.

Nouvelles Archives du Muséum d'Histoire naturelle. Paris 1887. 2e Série. Tome IX. Fasc. 2. Tome X. Fasc. 1. 4°.

Inhoud: Tome IX. Fasc. 2.

ED. PERRIER. Mémoire sur l'organisation et le développement de la Comatule de la Méditerranée.

Tome X. Fasc. 1.

A. GAUDRY. L'Actinodon.
A. FRANCHET. Plantae Davidianae ex Sinarum imperio.

Annales du Musée Guimet. Paris 1887. Tome X, XIV. 2 Dl. 4°.

Revue de l'histoire des religions. Paris 1887—1888. Tome XVI. N°. 1—3. Tome XVII N°. 1—2. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1888. 14e Année. Vol. XIII. N°. 615—626. 4°.

Revue internationale de l'Electricité. Paris 1888. 4e Année. Tome VII. N⁰. 61—65. roy. 8⁰.

Bibliothèque du Dépôt de la Guerre. Catalogue. Paris 1886—1888. Tome IV—V. 2 Dl. 8⁰.

Collection de documents inédits sur l'histoire de France. Lettres de Cathérine de Médicis publiées par H. de la Ferrière. Paris 1887. Tome III. 4⁰.

Mission scientifique du Cap Horn, 1882—1883. Paris 1887—1888. Tome I. Histoire du voyage par L. F. Martial. Tome VI. Zoologie. Arachnides par E. Simon. 4⁰.

M. Berthelot. Collection des anciens alchimistes Grecs. Paris 1888. Livr. 1—2. 4⁰.

H. Lavoix. Catalogue des monnaies musulmanes de la Bibliothèque nationale. (Khalifes orientaux). Paris 1887 roy. 8⁰.

Enquêtes et documents relatifs à l'enseignement supérieur. Paris 1884—1886. N⁰. IX—XI. XIII—XXI. 8⁰.

G. Ebers. L'Egypte. Traduction de G. Maspero. Paris 1880. 2 Vol. gr. 4⁰.

Cl. Devic et J. Vaissette. Histoire générale de Languedoc. Toulouse 1885—1886. Tome IX—X. 2 Dl. 4⁰.

Dictionnaire de l'Académie Française. Paris 1879—1884. 7e Edition. 2 Dl. 4⁰.

Complément du Dictionnaire de l'Académie Française. Paris 1881. 4⁰.

Moralistes Français. Paris 1883. roy. 8⁰.

Oeuvres complètes de Voltaire. Paris 1876 - 1878. Tome I—XIII. roy. 8⁰.

A. Koumanondis. Supplément au Thesaurus linguae Graecae. 1888. 8⁰.

Becquerel. Traité de l'Electricité et du Magnétisme. Paris 1834—1840. 7 Dl. 8⁰. Avec Atlas. Plano.

Letronne. Recueil des Inscriptions grecques et latines. Paris 1842—1848. 2 Dl. 4⁰. Avec Atlas. fol.

J. de Joinville. Histoire de Saint Louis credo et lettre à Louis X accompagné d'une traduction par N. de Wailly. Paris 1874. roy. 8⁰.

A. Firmin-Didot. Alde Manuce et l'Hellénisme à Venise. Paris 1875. 8⁰.

Archives de Zoologie expérimentale et générale par H. de Lacaze Duthiers. Paris 1872—1882. Tome I—X. 8⁰.

Nouvelle Biographie générale publiée par Firmin-Didot frères sous la direction de Hoefer. Paris 1862—1877. 48 Vol. 8⁰.

Mémoires de la Société nationale des Sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg. Paris 1887. Tome XXV. 8⁰.

Actes de l'Académie nationale des Sciences, belles-Lettres et Arts de Bordeaux. Paris 1885. 3e Série. Année 47. 8⁰.

Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Paris 1886. 3e Série. Tome II. Cahier 2. Tome III. Cahier 1. 8⁰.

Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde de Juin 1885 à Mai 1886. Bordeaux 1886. 8°.

Recueil de l'Académie de Législation de Toulouse. Paris-Toulouse 1887. Tome XXXV. 8°.

Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et belles-Lettres. Toulouse 1887. 8e Série. Tome IX. 8°.

Académie des Sciences et Lettres. Mémoires de la Section des Sciences. Montpellier 1887. Tome XI. Fasc. 1. 4°.

Inhoud:

HOUDAILLE. Note sur un pluviomètre enregistreur installé à l' Ecole nationale d'agriculture de Montpellier.
E. COMBESCURE. Sur le principe des vitesses virtuelles.
A. CROVA. Observations actinométriques faites pendant les années 1884, 1885 et 1886 à l'Observatoire météorologique de Montpellier.
HOUDAILLE. Etude des pluies de 1885.
———— Description d'un contact à brèves émissions de courant, appliqué à l'anémomètre enregistreur Rédier.
S. DAUTHEVILLE. Démonstration d'un théorème de M. E. Picard relatif à la décomposition en facteurs primaires des fonctions uniformes ayant une ligne de points singuliers essentiels.
H. BROCARD. Propriétés d'un groupe de trois paraboles.
E. COMBESCURE. Sur quelques théories élémentaires de calcul intégral.
P. DE ROUVILLE. Monographie géologique de la commune de Cabrières (Hérault).
H. BROCARD. Remarques sur l'analyse indéterminée du premier degré.

Académie des Sciences et Lettres. Mémoires de la Section des Lettres. Montpellier 1887. Tome VIII. Fasc. 1. 4°.

Inhoud:

REVILLOUT. Antoine Gombaud, chevelier de Méré; sa famille, son frère et ses amis.

PH. CORBIÈRE. De l'organisation politique du parti protestant en 1573.

F. CELLARIER. Esquisse d'une théorie des principes rationnels.

E. LISBONNE. Etude sur le président I.Grasset et ses oeuvres.

Mémoires de la Société des Antiquaires de Picardie. Documents inédits concernant la province. Amiens 1888. Tome XI. 8^0.

Inhoud :

HÉNOCQUE. Histoire de l' abbaye et de la ville de St.-Riquier. Tome III.

Bulletin de la Société des Antiquaires de Picardie. Amiens 1888. Année 1887. N^0. 4. 1888. N^0. 1. 8^0.

Précis analytique des travaux de l'Académie des Sciences, belles-Lettres et Arts de Rouen pendant l'année 1886—1887. Rouen 1888. 8^0.

Mémoires de la Société d'Emulation de Cambrai. 1887. Tome XLII. 8^0.

PH. MILSAND. Bibliographie Bourguignonne. Supplément suivi de la table générale des noms d'auteurs, et de la table générale. Dyon 1888. 8^0.

Bulletin historique de la Société des Antiquaires de la Morinie. St. Omer 1887—1888. Nouvelle Série. Livr. 143—146. 8^0.

Bibliographie historique de l'arrondissement de St. Omer. St. Omer 1887. 8^0.

Mémoires de la Société Dunkerquoise pour l'encouragement des Sciences, des Lettres et des Arts. Dunkerque 1887. Vol. XXIV. 8^0.

Revue agricole, industrielle, littéraire et artistique publié par la Société d'Agriculture, Sciences et Arts. Valenciennes 1887—1888. Tome XXXIX. N°. 22—24. Tome XL. N°. 1—5. 8°.

Ch. Paillard. Notes et éclaircissements sur l'histoire générale des Pays-Bas et sur l'histoire de Valenciennes au XVIe siècle. Valenciennes 1879. 8°.

Mémoires de la Société agricole, scientifique et littéraire des Pyrénées-orientales. Perpignan 1888. Vol. XXIX. 8°.

Documents de l'Académie des Sciences, belles-Lettres et Arts de Savoie. Chambéry 1886. Pièces justificatives. Vol. VI. 8°.

J. G. de Man. Sur quelques Nématodes libres de la mer du nord, nouveaux ou peu connus. 8°.
(Extrait des Mémoires de la Société zoologique de France pour 1888).

E. Lemoine. De la mesure de la simplicité dans les constructions géométriques. 4°.

——— Quelques questions se rapportant à l'étude des antiparallèles des cotés d'un triangle. 8°.
(Extrait du Bulletin de la Société mathématique de France. 8°.).

——— Questions diverses sur la nouvelle géométrie du triangle. 8°.
(Association française pour l'avancement des sciences. 1887).

——— Questions diverses sur la géométrie du triangle. 8°.

(Association française pour l'avancement des sciences. 1886).

É. Lemoine. Etude des points inverses. 8°.
(Extrait du Journal de mathématiques spéciales. 1887).

———— Notes à propos du cercle des neuf points. 8°.
(Extrait du Journal de mathématiques élémentaires. 1886).

E. Lemoine et E. Vigarié. Note sur les élements Brocardiens. 8°.
(Extrait du Journal de mathématiques élémentaires 1888).

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Philosophical Transactions of the royal Society. London 1888. Vol. CLXXVIII. 4°.

Inhoud:

Ch. Chambers. On the luni-solar variations of magnetic declination and horizontal force at Bombay and of declination at Trevandrum.
Th. Andrews. On the properties of matter in the gaseous and liquid states under various conditions of temperature and pressure.
W. Ramsay and S. Young. On evaporation. Part III. A study of the thermal properties of Ethyl Oxide. Part V. A study of the thermal properties of Methyl-alcohol.
E. P. Culverwell. On the discrimination of maxima and minima solutions in the calculus of variations.
H. Lamb. On ellipsoidal current-sheets.
H. L. Callendar. On the practical measurement of temperature: Experiments made ad the Cavendisch Laboratory, Cambridge.
Ch. Davison. On the distribution of strain in the earth's crust resulting from secular cooling; wit special reference to the growth of continents and the formation of mountain chains.
G. H. Darwin. Note on Mr. Davison's paper on the straining of the earth's crust in cooling.

W. de W. Abney. Transmission of sunlight through the earth's atmosphere.

I. I. Sylvester. On Hamilton's numbers.

S. A. Hill. Some anomalies in the winds of Northern India, and their relation to the distribution of barometric pressure.

G. H. Darwin. On figures of equilibrium of rotating masses of fluid.

J. F. Bottomley. On thermal radiation in absolute measure.

W. Crookes. On the supposed „New Force" of M. I. Thore.

I. I. Thomson. Some applications of dynamical principles to physical phenomena. Part II.

R. Owen Additional evidence of the affinities of the extinct marsupial quadruped Thylacoleo carnifex (Owen).

H. Gadow. Remarks on the cloaca and on the copulatory organs of the Amniota.

I. R. Green. On the changes in the proteids in the seed with accompany germination.

Th. Carnelley and J. S. Haldane and A. M. Anderson. The carbonic acid, organic matter, and micro-organisms in air, more especially of dwellings and schools.

P. F. Frankland. A new method for the quantitative estimation of the micro-organisms present in the atmosphere.

Ch. E. Beevor and V. Horsley. A minute analysis (experimental) of the various movements produced by stimulating in the monkey different regions of the cortical centre for the upper limb, as defined by Professor Ferrier.

I. W. Hulke. Supplemental note on Polacanthus Foxii, describing the dorsal shield and some parts of the endoskeleton, unp rfectly known in 1881.

H. Marshall Ward. On the structure and life-history of Entyloma Ranunculi (Bonorden).

H. G. Seeley. Researches on the structure, organization and classification of the fossil reptilia. I. On Protorosaurus Speneri (Von Meyer).

A. D. Waller. On the action of the excised mammalian heart.

G C. Frankland and P. F. Frankland. Studies on some new micro-organisms obtained from air.

W. C. Williamson. On the organisation of the fossil plants of the coal-measures. Part XIII. Heterangium Tiliaeoides (Williamson) and Kaloxylon Hookeri.

G. Massee. On Gasterolichenes: a new type of the group Lichenes.

E. B. Poulton. An inquiry into the cause and extent of a special

colour-relation between certain exposed lepidopterous pupae and the surfaces which immediately surround them.

O. Thomas On the homologies and succession of the teeth in the Dasyridae, with an attempt to trace the history of the evolution of mammalian teeth in general.

W. H. Caldwell. The embryology of Monotremata and Marsupialia. Part I.

F. Gotch. The electromotive properties of the electrical organ of Torpedo marmorata.

H. Marshall Ward. On the tubercular swellings on the roots of Vicia Faba.

List of the fellows of the royal Society of London. Year 1887. 4⁰.

Proceedings of the royal Society of London. 1888. Vol. XLIV. N⁰. 268—270. 8⁰.

The eruption of Krakatoa, and subsequent phenomena. Report of the Krakatoa Committee of the royal Society. London 1888. 4⁰.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1888. Vol. XLVIII. N⁰. 8. 8⁰.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1888. New Series. Vol. X. N⁰. 7—9. 8⁰.

Journal of the royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland. London 1888. New Series. Vol. XX. Part. 3. 8⁰.

Journal of the royal microscopical Society. London 1888. Part 4. 8⁰.

Proceedings of the scientific meetings of the zoological Society. London 1888. Part 2. 8⁰.

Journal of the anthropological Institute of Great Britain and Ireland. London 1888. Vol. XVIII. N⁰. 1. 8⁰.

Transactions of the clinical Society. London 1888. Vol. XXI. 8°.

Memoirs of the Manchester literary and philosophical Society. London 1887. 3d Series. Vol. X. 8°.

Proceedings of the Manchester literary and philosophical Society. Manchester 1886 – 1887. Vol. XXV—XXVI. 8°.

Transactions of the royal Society of Edinburgh. Vol. XXX. Part IV. Vol. XXXI. Vol. XXXII. Part 2—4. Vol. XXXIII. Part 1—2. 4°.

Inhoud, Vol XXXI.

I. Bayley Balfour. Botany of Socotra.

Vol XXXII. Part 2—4.

Herdman. Report on the Tunicata dredged during the cruise of H. M. S „Porcupine" and „Lightning" in the summers of the years 1868, 1869 and 1870.
Piazzi Smyth. Note on Sir David Brewster's Line Y in the infrared of the solar spectrum.
J. Aitken. On the formation of small clear spaces in dusty air.
J. T. Cunningham. On Stichocotyle Nephropis, a new Trematode.
T. P. Kirkman. The enumeration, description and construction of knots fewer than ten crossings.
E. Sang. On the approximation to the roots of cubic equations by help of recurring chain-fractions.
Tait. On knots. Part II & III.
Blackie. On the philosophy of language.
B. N. Peach. The old red sandstone volcanic rocks of Shetland.
C. M. Smith. Observations on a green sun and associated phenomena.
L. Cremona. An example of the method of deducing a surface from a plane figure.
C. Piazzi Smyth. Micrometrical measures of gaseous spectra under high dispersion.
Th. Muir. On bipartite functions.

TH. P. KIRKMAN. The 364 unifilar knots of ten crossings, enumerated and described.

R. H. SMITH. A new graphic analysis of the kinematics of mechanisms.

C. PIAZZI SMYTH. The visual, grating and glass-lens, solar-spectrum (in 1884).

H. B. GUPPY. Observations on the recent calcareous formations of the Solomon Group made during 1882—84.

C. M. SMITH Observations on atmospheric electricity.

J. RATTRAY. Note on Ectocarpus.

R. J. HARVEY GIBSON. Anatomy and physiology of Patella vulgata. Part I. Anatomy.

TH. MUIR. Detached theorems on circulants.

CHRYSTAL. On the Hessian.

Vol XXXIII. Part 1—2.

J. WADDELL. The atomic weight of Tungsten.

J. AITKEN. On dew.

TAIT. On the foundations of the kinetic theory of gases.

J. T. CUNNINGHAM. The eggs and larvae of Teleosteans.

R. KIDSTON. On the fructification of some Ferns from the carboniferous formation.

RAYLEIGH. On the colours of thin plates.

C. G. KNOTT. On the electrical properties of hydrogenised palladium.

———— The electrical resistance of nickel at high temperatures.

G. BROOK. The formation of the germinal layers in Teleostei.

I. A. THOMSON. On the structure of Suberites domuncula, Olivi (O. S) together with a note on peculiar capsules found on the surface of spongelia.

J. T. CUNNINGHAM. The reproductive organs of Bdellostoma, and a Teleostean ovum from the west coast of Africa.

MC. LAREN. Tables for facilitating the computation of differential refraction in position angle and distance.

TH. MUIR. On a class of alternating functions.

P. ALEXANDER. Expansion of functions in terms of linear, cylindric, spherical, and allied functions.

E. SANG. On cases of instability in open structures.

R. KIDSTON. On the fossil flora of the Radstock series of the Somerset and Bristol coal field (Upper Coal Measures).

J. RATTRAY A diatomaceous deposit from North Tolsta, Lewis.

F. E. Beddard. On the minute structure of the eye in certain Cymothoidae.

A. M. Marshall. Report on the Pennatulida dredged by H. M. S. „Porcupine".

G. Plarr. On the determination of the curve, on one of the coordinate planes, which forms the outer limit of the positions of the point of contact of an ellipsoid which always touches the three planes of reference.

W. Burnside. On the partition of energy between the translatory and rotational motions of a set of non-homogeneous elastic spheres.

W. Dittmar and Ch. A. Fawsitt. A contribution to our knowledge of the physical properties of Methyl-alcohol.

A. Crichton Mitchell. On the thermal conductivity of iron, copper, and german silver.

W. Dittmar and J. Mc Arthur. Critical experiments on the chloroplatinate method for the determination of potassium, rubidium and ammonium; and a redetermination of the atomic weight of platinum.

Proceedings of the royal Society of Edinburgh. 1883—1887. Vol. XII—XIV. 3 Dl. 8°.

Proceedings of the royal physical Society of Edinburgh. 1887. Vol. IX. Part 2. 8°.

Transactions of the royal Irish Academy. Dublin 1887. Vol. XXIX. Part 1—2. 4°.

Inhoud:

1. R. S. Ball. On the plane sections of the cylindroid. Being the seventh memoir on the theory of screws.
2. Ch. Graves. On the Ogam monument at Kilcolman.

Royal Irish Academy. Cunningham Memoirs. Dublin 1887. N°. IV. 4°.

Inhoud:

R. S. Ball. Dynamics and modern geometry: a new chapter in the theory of screws.

List of the papers published in the Transactions, Cunningham Memoirs and Irish Manuscript Series of the royal Irish Academy, between the years 1786 and 1886. Dublin 1887. 4°.

Proceedings of the royal Irish Academy. Dublin 1888. 2d Series. Science. Vol. IV. N°. 6. Polite Literature and Antiquities. Vol. II. N°. 8. 8°.

Scientific Transactions of the royal Dublin Society. Dublin 1887—1888. 2d Series. Vol. III. N°. 14. Vol. IV. N°. 1. 4°.

Inhoud: Vol. III. N°. 14.

F. Jeffrey Bell. The Echinoderm-fauna of the island of Ceylon.

Vol. IV. N°. 1.

J. W. Davis. On fossil-fish remains from the tertiary and cretace tertiary formations of New-Zealand.

Scientific Proceedings of the royal Dublin Society. Dublin 1887. New Series. Vol. V. Part 7—8. Vol. VI. Part 1—2. 8°.

OOSTENRIJK-HONGARIJE.

Verhandlungen der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1888. N°. 9—11. 4°.

Verhandlungen der kais. kön. zoologisch-botanischen Gesellschaft. Wien 1888. Band XXXVIII. 8°.

Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft. Wien 1888. Band XVIII. Heft 2—3. 4°.

Magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1887. Jahrg. 48. 4°.

V. Bericht der meteorologischen Commission des naturforschenden Vereines in Brunn. Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen im Jahre 1885. Brünn 1887. 8°.

Verhandlungen des naturforschenden Vereines in Brünn. 1887. Band XXV. 8°.

Mittheilungen des Vereines der Aerzte in Steiermark. Graz 1888. Jahr 1887. 8°.

Chronik des Vereines der Aerzte in Steiermark, 1863—1888. Graz 1888. 8°.

Abhandlungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag 1886. Folge 7. Band I. 4°.

Inhoud:

C. I. Küpper und C. Bobek. Hyperelliptische C3n.
Ph. Pocta. Beiträge zur Kenntniss der Spongien der böhmischen Kreideformation. Abth. III. Tetractinellidae Monactinellidae etc.
F. J. Studnicka. Resultate der ombrometrischen Beobachtungen in Böhmen in den Jahren 1884, 1885 und 1886.
W. Tempel. Ueber Nebelflecken. Nach Beobachtungen in den Jahren 1876—1879 mit dem Refractor von Amici auf der k. Sternwarte zu Arcetri bei Florenz.
A. Seydler. Ausdehnung der Lagrange'schen Behandlung des Dreikörper-Problems auf das Vierkörper-Problem.
C. Küpper. Ueber geometrische Netze.
I. Velenovsky. Beiträge zur Kenntniss der Bulgarischen Flora.
A. Seydler. Untersuchungen über verschiedene mögliche Formen des Kraftgesetzes zwischen Massentheilchen.

Abhandlungen der Classe für Philosophie, Geschichte und Philologie der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften vom Jahre 1885—1886. Folge 7. Band I. 4°.

Inhoud:

A. GINDELY. Die Entwickelung des böhmischen Adels und der Inkolatsverhältnisse seit dem 16 Jahrhunderte.
I. H. LOEWE. John Bramall. Bishof von Derry und sein Verhältniss zu Thomas Hobbes.

Sitzungsberichte der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag 1886—1888. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Jahr 1885—1887. 3 Dl. Philophisch-historisch-philologische Classe. Jahr 1885—1887. 3 Dl. 8°.

Jahresbericht der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften erstattet am 16 Januar 1886 und 15 Januar 1887. Prag 1886—1887. 8°.

Geschichte der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften sammt einer kritischen Uebersicht ihrer Publicationen aus dem Bereiche der Philosophie, Geschichte und Philologie. Prag 1885. Heft 2. 8°.

Bericht über die mathematische und naturwissenschaftliche Publikationen der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften während ihres hundertjährigen Bestandes. Prag 1885. Heft 2. 8°.

Regesta diplomatica nec non epistolaria Bohemiae et Moraviae. Pragae 1885—1886. Pars IV. Vol II—V. 4°.

Preisschrift der kön. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag 1888. Heft 1. roy 8°.

Inhoud:

F. VEJDOOSKY. Zrani, oplozeni a ryhovani vajicka.

Casopis pro pestovani mathematiky a fysiky, vydava

Iednota ceskych Matemathiku. Praze 1887—1888. Rocnik XVII. Cislo 1—6. 8⁰.

A magyar tud. Akademia Evkönyvei. Budapest 1887. Kötet XVII. Darab 5. 4⁰.

Regi magyar Nyelvemlekek. Budapest 1888. Kötet IV. Osztaly 2. Kutet V. 4⁰.
(Altungarische Sprachdenkmale).

Magyar tud. Akademiai Almanach. Budapest 1887. Naptarral 1888. 8⁰.

Ungarische Revue. Budapest 1888. Jahrg 1887. Heft 8—10. Jahrg. 1888. Heft 1—6. 8⁰.

Mathematische und naturwissenschaftlichte Berichte aus Ungarn. Budapest 1888. Band V. 8⁰.

Magyar tud. Akademia Ertesitöje. 1887. Szam 4—8. 1888. Szam 1. 8⁰.

Ertekezesek a nyelv-es szeptudomanyok Köreből. Budapest 1887. Kötet XIV. Szam 1—7. 8⁰.

Ertekezesek a törtenelmi tudomanyok Köreből. Budapest 1887. Köket XIII. Szam 6—8. 8⁰.

Ertekezesek a tarsadalmi tudomanyok Köreből. Budapest 1887. Kötet IX. Szam 2—7. 8⁰.

Ertekezesek a mathematikai tudomanyok Köreből. Budapest 1887. Kötet XIII. Szam 3. Kötet XIV. Szam 1. 8⁰.

Ertekezesek a termeszet tudomanyok Köreből. Budapest 1887. Köket XVI. Szam 7. Kötet XVII. Szam 2 - 5. 8⁰.

Mathematikai es termeszet tudomanyi Közlemenyek. Budapest 1886. Kötet XXII. Szam 1—8. 8⁰.

Mathematikai es termeszet tudomanyi Ertesito. Budapest 1887. Kötet V. Füzet 6—9. Kötet VI. Füzet 1. 8°.

A magyar tudomyos Akademia Emlekbeszedek. Budapest 1887. Kötet IV. Szam 6—10. 8°.

Nyelvtudomanyi Közlemenyek. Budapest 1887. Kötet XX. Füzet 3. 8°.
(Philologische Mittheilungen).

Nyelvemlektar. Budapest 1888. Kötet IX—X. 8°.
(Ungarische Sprachdenkmaler).

Archaeologiai Ertesitö. Budapest 1887. Kötet VII. Szam 3—5. Kötet VIII. Szam 1—2. roy. 8°.

Monumenta comitialia regni Transsylvaniae. Budapest 1887. Kötet XII. 8°.

Monumenta Hungariae historica. Budapest 1887. Kötet XXVII. 8°.

L. Thanhoffer. Adatok a kozponti idegrendszer szerkezetehez. Budapest 1887. 4°.
(Daten zur Structur des centralen Nervensystems).

A. Pech. Also magyarorszag banyamivelesenek törtenete. Budapest 1887. Kötet II. 8°.
(Geschichte der Bergwerke in Nieder-Ungarn).

J. Bayer. A nemzeti jatekszin törtenete. Budapest 1887. Kötet I—II. 8°.
(Geschichte des nationalen Schauspielwesens).

J. Gelcich. Diplomatarium relationum reipublicae Ragusanae cum regno Hungariae. Budapest 1887. 8°.

J. Kunos. Oszman-Török nepköltesi Gyuztemeny. Budapest 1887. Kötet I. 8°.
(Sammlung osmano-türkischer Volksdichtungen).

G. Wenzel. Magyarorszag mezögazdasaganak törtenete. Budapest 1887. 8⁰.
(Geschichte des Landbaues in Ungarn).

A. Ballagi. Colbert. Budapest 1887. 8⁰.

Z. Simonyi. A magyar hatarozok. Budapest 1888. Kötet I. Tele 1. 8⁰.
(Die Bestimmungsworte im Ungarischen).

L. Szadeczky. Isabella es Janas Zsigmond lengyelorszagban. 1552—1556. Budapest 1886. 8⁰.
(Isabella und Johann Sigismund in Polen).

H. Marczali. Magyarorszag törtenete II Jozsef Koraban. Budapest 1888. Kötet III. 8⁰.
(Geschichte Ungarns unter Joseph II).

Föherczeg Jozsef. Czigany Nyelvtan romano csibakero sziklaribe. Budapest 1888. 8⁰.
(Grammatik der Zigeuner Sprache vom Erzherzog Joseph).

F. Pesty. Magyarorszag helynevei. Budapest 1888. Kötet I. 8⁰.
(Die Ortsnamen Ungarns).

DUITSCHLAND.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1888. Jahrg. 1887. Heft 1—6. 4⁰. Obl.

Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1888. Band CXII. Heft 3. Band CXIII. Heft 1—2. 8⁰.

J. M. VAN BEMMELEN. Die Absorptionsverbindungen und das Absorptionsvermögen der Ackererde. Berlin 1888. 8⁰. (Landwirtschaftliche Versuchs-Stationen N⁰. XXXV).

J. G. DE MAN. Bericht über die im indischen Archipel von Dr. J. BROCK gesammelten Decapoden und Stomatopoden. Berlin 1888. 8⁰.

Schriften der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft. Königsberg 1888. Jahrg. 28. 4⁰.

Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten. Hamburg 1888. Jahrg. 5. roy. 8⁰.

57ster Jahresbericht der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur. Breslau 1888. 8⁰.

Verhandlungen des naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande. Bonn 1888. 1ste Hälfte. 8⁰.

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, herausgegeben von der medizinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Jena 1888. Band XXII. Heft 1—2. 8⁰.

Zeitschrift des Vereins für Thüringische Geschichte und Alterthumskunde. Jena 1888. Neue Folge. Band VI. Heft 1—2. 8⁰.

Thüringische Geschichtsquellen. Jena 1888. Neue Folge Band III. 8⁰.

Jahresbericht und Abhandlungen des naturwissenschaftlichen Vereins in Magdeburg. 1888. Jahrg. 1887. 8⁰.

Abhandlungen herausgegeben von der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Frankfurt a. M. 1888. Band XV. Heft 3. 4⁰.

Inhoud.

L. EDINGER. Untersuchungen über die vergleichende Anatomie des Gehirns. I. Das Vorderhirn.
J. BLUM. Die Kreuzotter und ihre Verbreitung in Deutschland.

Abhandlungen der philologisch-historischen Classe der •kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1888. Band X. N^0. 8. roy. 8^0.

Inhoud:

G. VON DER GABELENTZ. Beiträge zur chinesischen Grammatik.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1888. Jahrg. XI. N^0. 283—288. 8^0.

GRUNERT's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1888. 2te Reihe. Teil VI. Heft 3—4. 8^0.

C. GEGENBAUR. Lehrbuch der Anatomie des Menschen. Leipzig 1888. 3te Auflage. roy. 8^0.

Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1888. Band XXXIV. N^0. 6—9. Ergänzungsheft N^0. 90. 4^0.

Berichte der naturforschenden Gesellschaft. Freiburg i. B. 1886—1887. Band I—II. 8^0.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Heft 2. 8^0.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Heft 2. 8^0.

Berichte des naturwissenschaftlichen Vereines zu Regensburg. 1888. Heft 1. 8^0.

Chronik der Universität Kiel für das Jahr 1837—88. Kiel 1888. 8⁰.

R. FOERSTER. De Aristotelis quae feruntur secretis secretorum commentatio. Kiliae 1888. 8⁰.

——— ——— Rede zur Feier des Gedächtnisses weiland S. H. des deutschen Kaisers Könings von Preussen Wilhelm. Kiel 1888. 8⁰.

F. BLASS. Rede zur Feier des Gedächtnisses weiland S. M. des deutschen Kaisers Könings von Preusen Friedrich III. Kiel 1888. 8⁰.

F. BROCKHAUS. Ueber das canonische Recht. Rede. Kiel 1888. 8⁰.

C. BARCKMANN. Ueber Xeroderma pigmentosum. Kiel 1888. 8⁰.

O. BEHN. Studien über die Hornschicht der menschlichen Oberhaut, speciell über die Bedeutung des Stratum lucidum (Oehl.) Kiel 1887. 8⁰.

A. BIER. Beiträge zur Kenntniss der Syphilone der äusseren Muskulatur. Kiel 1888. 8⁰.

C. BOIE. Ein Beitrag zur Keratitis parenchymatosa. Kiel 1887. 8⁰.

H. BREEDE. Ein Fall von tödtlicher Blutung aus Magenvaricen. Kiel 1887. 8⁰.

G. BREESE. Ein Beitrag zur Statistik und pathologischen Anatomie der Hirnblutung. Kiel 1888. 8⁰.

J. BREUNIG. Bacteriologische Untersuchung des Trinkwassers der Stadt Kiel. Kiel 1888. 8⁰.

H. COLLISCHONN. Beitrag zur Casuistik der Form und Lagerungsstörungen des Magens. Kiel 1888. 8°.

A. DAVID. Beitrag zur Kenntniss der Wirkung des chlorsauren Natriums. Kiel 1888. 8°.

A. EBERMAIER. Ein Fall von Syfilis hereditaria tarda. Kiel 1888. 8°.

C. ESCHRICHT. Ein Fall von Hydrops genu intermittens. Kiel 1888. 8°.

J. FICHTEL. Die Befunde bei plötzlichen Todesfällen im pathologischen Institut zu Kiel. Kiel 1888. 8°.

M. FRIEDRICH. Ueber metastatische proliferirende Papillone der Aortenwand bei primären proliferirenden papillären Kystome des Ovarium. Kiel 1888. 8°.

L. GEERDT. Ein Fall von doppelter Ureteren-Bildung mit blinder Endigung des einen derselben. Kiel 1888. 8°.

O. GEHL. Ein Fall von Verletzung des Sehnerven. Kiel 1888. 8°.

O. GERLOFF Beitrag zum Strychnin-Diabetes. Kiel 1888. 8°.

H. GÖRGES. Beitrag zur pathologischen Anatomie der Difterie. Kiel 1888. 8°.

TH. HARKE. Ein Fall von dreimaliger Magenresection wegen Magenbauchwandfistel. Kiel 1887. 8°.

O. HARTTUNG. Ueber epidemische Cerebrospinalmeningitis in Kiel. Kiel 1888. 8°.

J. HERTING Ueber Axendrehungen des Darms bei Neugeborenen. Kiel 1888. 8°.

F Hitzegrad. Welcher Art sind die Enderfolge der Kniegelenkresectionen. seit Einführung der antiseptischen Wundbehandlung und der künstlichen Blutleere? Kiel 1888. 8°.

L Hoche. Ein Beitrag zu der Lehre von der Radicaloperation von Hernien, speciell bei Kinderen Kiel 1888. 8°.

G. Hoppe-Seyler. Ueber die Ausscheidung der Aetherschwefelsäuren im Urin bei Krankheiten. Strassburg 1887. 8°.

J. Jacob. Ueber simulirte Augenkrankheiten. Kiel 1888. 8°.

G. Kalmus. Ein Beitrag zur Statistik und pathologischen Anatomie der secundären Magen-Difteritis. Kiel 1888. 8°.

Kirchhoff. Die Localisation psychischer Störungen. Kiel 1888. 8°.

H. Lange. Ein Beitrag zur Statistik und pathologischen Anatomie der interstitiellen Hepatitis. Kiel 1888. 8°.

J. P. A. Mörck. Beitrag zur pathologischen Anatomie der congenitalen Syfilis. Kiel 1888. 8°.

H. Noltenius. Beitrag zur Statistik und pathologischen Anatomie des Diabetes mellitus. Kiel 1888. 8°.

F. Oetken. Ueber ableitende Behandlung bei Wirbel- und Rückenmarks-Erkrankungen. Kiel 1887. 8°.

F. Pirow. Statistik des Keuchhustens nach den Daten der Kieler medicinischen Poliklinik von 1865 bis 1886. Kiel 1888. 8°.

E. Riemann. Ueber den Zusammenhang von Nierendislokation und Magenerweiterung. Kiel 1888. 8⁰.

H. Rohwedder. Der primäre Leberkrebs und sein Verhältniss zur Leberkirrhose. Kiel 1888. 8⁰.

R. Sauer. Beitrag zur Luxatio lentis in cameram anteriorem. Kiel 1888. 8⁰.

C. Schmid-Monnard. Ueber Pathologie und Prognose der Gelenktuberculose; insbesondere des Fusses. Kiel 1888. 8⁰.

J. Schmidt-Petersen. Ueber einen Fall von Melanosarkom des Rectums. Kiel 1888. 8⁰.

C. Schirren. Ein Beitrag zur Kenntniss von der Atrofie der Magenschleimhaut. Kiel 1888. 8⁰.

C. Schroeder. Ueber die Wirkung der Ueberosmiumsäure bei Epilepsie. Schwerin 1888. 8⁰.

M. Schulte. Entzündliche Spontanfrakturen des Oberschenkels für bösartige Knochenneubildingen gehalten. Kiel 1888. 8⁰.

W. von Starck. Die Lage des Spitzenstosses und die Percussion des Herzens im Kindesalter. Stuttgart 1888. 8⁰.

E. Stemann. Beiträge zur Kenntniss der Salpingitis tuberculosa und gonorrhoica. Kiel 1888. 8⁰.

R. Struck. Ueber das Verhältniss der Chorea und der Scarlatina zum acuten Gelenkrheumatismus. Kiel 1887. 8⁰.

C. Walter. Beitrag zur Lehre vom Hydrocephalus. Kiel 1888. 8⁰.

G. Warnstedt. Ein Fall von tötlicher Fettembolie nach Weichteilverletzung. Kiel 1888. 8°.

R. Weber. Beitrag zur Statistik der Echinokokkenkrankheit. Kiel 1887. 8°.

W. Wolfring. Statistik der Masern, des Scharlachs und der Varicellen von 1865 bis 1886. Kiel 1887. 8°.

M. Wollheim de Fonseca. Beitrag zur Frage der nächtlichen Harnabsonderung und zur Physiologie der Harnansammlung in der Blase. Neumünster 1888. 8°.

J. Abel. Ueber Aethylenimin (Spermin?). Kiel 1888. 8°.

H. Baurath. Ueber α-Stilbazol und seine Reduktionsprodukte. Kiel 1888. 8°.

E. Danzig. Ueber die eruptive Natur gewisser Gneisse sowie des Granulits im sächsischen Mittelgebirge. Kiel 1888. 8°.

W. Freese. Anatomisch- histologische Untersuchung von Membranipora pilosa L. nebst einer Beschreibung der in der Ostsee gefundenen Bryozoen. Berlin 1888. 8°.

B. Haseloff. Ueber den Krystallstiel der Muscheln, nach Untersuchungen verschiedener Arten der Kieler Bucht. Osterode 1888. 8°.

G. Mangold. Ueber die Altersfolge der vulkanischen Gesteine und der Ablagerungen des Braunkohlengebirges im Siebengebirge. Kiel 1888. 8°.

G. F. Rhein. Beiträge zur Anatomie der Caesalpiniaceen. Kiel 1888. 8°.

M. SCHLAUGK. Ueber synthetische Pyridinbasen aus Acet- und Propionaldehydammoniak. Kiel 1888. 8°.

C. SCHRAMM. Synthetische Untersuchungen in der Chinolinreihe. Kiel 1887. 8°.

G. SCHRÖDER. Anatomisch- histologische Untersuchung von Nereis diversicolor O. FR. MÜLL. Rathenow 1886. 8°.

H. C. MORITZ SCHULTZ. Ueber α-Methyl-α'-Aethyl- und α-Methyl-γ-Aethylpyridin und ihre zugehörigen Hexahydrobasen. Kiel 1888. 8°.

A. SCHULTZE. Ueber die Bewegung der Wärme in einem homogenen rechtwinkligen Parallelepipedon. Kiel 1887. 8°.

M. ZWINK. Die Pendel-Uhren im luftdicht verschlossenen Raume mit besonderer Anwendung auf die bezüglichen Einrichtungen der Berliner Sternwarte. Halle a. S. 1888. 4°.

R. FICK. Eine jainistische Bearbeitung der Sagara-Sage. Kiel 1888. 8°.

A. GRÄF. Das Perfectum bei Chaucer. Eine syntactische Untersuchung. Frankenhausen 1888. 8°.

P. HAGEN. Quaestiones Dioneae. Kiliae 1887. 8°.

R. KAYSER. Placidus von Nanantula : De honore ecclesiae. Ein Beitrag zur Geschichte des Investiturstreits. Kiel 1888. 8°.

C. LÜTTGENS. Ueber Bedeutung und Gebrauch der Hilfsverba im frühen Altenglischen. Sculan und Willan. Wismar 1888. 8°.

O. Mätschke. Die Nebensätze der Zeit im Altfranzösischen. Kiel 1887. 8°.

O. Roll. Ueber den Einfluss der Volksetymologie auf die Entwicklung der neufranzösischen Schriftsprache. Kiel 1888. 8°.

S. Schopf. Beiträge zur Biographie und zur Chronologie der Lieder des Troubadours Peirè Vidal. Breslau 1887. 8°.

E. Schultze. De legione Romanorum XIII gemina. Kiliae 1887. 8°.

E. Träger. Die Volksdichtigkeit Niederschlesiens. Weimar 1888. 8°.

B. Wilde. Der Phänomenalismus des Thomas Hobbes. Kiel 1888. 8°.

ZWITSERLAND.

Neue Denkschriften der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften. Zürich 1888. Band XXX. Abth. 1. 4°.

Inhoud:

J. J. Früh. Beiträge zur Kenntniss der Nagelfluh der Schweiz.
C. Cramer. Ueber die verticillirten Siphoneen besonders Neomeris und Cymopolia.

Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1887. Bern 1888. N°. 1169—1194. 8°.

Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft. Frauenfeld 1887. 70 Jahresversammlung. (1886/87) 8°.

Compte Rendu des travaux présentés à la 70e session de la Société helvétique des Sciences naturelles. Genève 1887. 8°.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1887. Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Vol. III. Parte 2a. 4°.

Inhoud:

Notizie degli Scavi. Gennaio-Novembre.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1888. Serie 4a. Rendiconti. Vol. IV. Fasc. 7—10. 4°.

Atti della reale Accademia delle Scienze. Torino 1888. Vol. XXIII. Disp. 11—12. 8°.

Bollettino delle pubblicazioni italiane. Firenze 1888. N°. 60—65. 8°.

Archivio per l'Antropologia e la Etnologia. Firenze 1888. Vol. XVIII. Fasc. 1. 8°.

G. de Lorenzo. Clinica delle malattie cutanee sifilitiche ed uterine. Napoli 1888. 8°.

Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel. Berlin 1888. Band VIII. Heft 2. 8°.

Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. 1888. Tomo II. Fasc. 3—4. roy. 8°.

SPANJE.

Observaciones meteorologicas efectuadas en el Observatorio de Madrid durante los anos 1882, 1883, 1884 y 1885. Madrid 1887—1888. 2 Dl. 8°.

Resumen de las observaciones meteorologicas efectuadas en la peninsula y algunas de sus islas adyacentes durante el ano de 1883. Madrid 1888. 8°.

DENEMARKEN.

Mémoires de l'Académie royale de Copenhague. 1887—1888. Classe des Sciences. 6e Série. Vol. IV. N°. 6—7. 4°.

Inhoud:

6. CHR. FR. LÜTKEN. Kritiske studier over nogle Tandhvaler af slaegterne Tursiops, Orca og Lagenorhynchus.
7. E. KOEFOED. Studier i Platosoforbindelserne.

Mémoires de l'Académie royale de Copenhague. 1888. Classe des Lettres. Vol. II. N°. 1. 4°.

Inhoud:

V. FINSEN. Om den oprindelige ordning af nogle af den islandske fristats institutioner.

Oversigt over det kongelige danske videnskabernes Selskabs forhandlinger i aaret 1887. Kjobenhavn 1888. N°. 3. 1888. N°. 1. 8°.

Aarböger for nordisk oldkyndighed og historie, udgivne af det kongelige nordiske oldskrift-Selskab. Kjobenhavn 1888. 2e Raekke. Bind III. Hefte 2. 8°.

ZWEDEN EN NOORWEGEN.

Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet i Christiania. Aar 1887. Christiania 1888. 8°.

Die internationale Polarforschung 1882—1883. Beobachtungs-Ergebnisse der norwegischen Polarstation Bossekop in Alten. Christiania 1888. Theil II. Erdmagnetismus. Nordlicht. gr. 4°.

RUSLAND.

Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de St. Pétersbourg. 1887. 7e Série. Tome XXXV. N°. 8—10. 4°.

Inhoud:

8. E. Büchner. Zur Geschichte der Kaukasischen Ture (Capra Caucasica Güld. und Capra cylindricornis Blyth.).
9. G. Tammann. Die Dampftensionen der Lösungen.
10. J. N. Woldrich. Diluviale europäisch-nordasiatische Säugethierfauna und ihre Beziehungen zum Menschen.

Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de St. Pétersbourg. 1887. Tome XXXII. N°. 1. 4°.

Verslagen van het keiz. aardrijkskundig Genootschap. St. Petersburg 1888. Deel XXIV. N°. 1. 8°. (In het Russisch).

Acta horti Petropolitani. St. Petersburg 1887. Tomus X. Fasc. 1. 8°.

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes. Moscou 1888. Année 1888. N°. 1. 8°.

Schriften herausgegeben von der Naturforscher-Gesellschaft. Dorpat 1887—1888. N°. 2—4. 4°.

Inhoud:

2. Fr. Berg. Einige Spielarten der Fichte.
3. E. Russow. Zur Anatomie resp. physiologischen und vergleichenden Anatomie der Torfmoose.
4. K. Weihrauch. Neue Untersuchungen über die Bessel'sche Formel und deren Verwendung in der Meteorologie.

Sitzungsberichte der Naturforscher-Gesellschaft. Dorpat 1888. Band VIII. Heft 2. 8°.

RUMENIË.

Documente privitore la istoria Romanilor culese de L. DE HURMUZAKI. Bucuresci 1888. Vol. III. Partea 2. 4°.

AZIË.

Annals of the royal botanic Garden. Calcutta 1888. Vol. I. fol.

Inhoud:

G. KING. The species of Fucus of the indo-malayan and chinese countries. Part 2. Synoecia, Sycidium, Covellia, Eusyce and Noemorphe.

Registers of original observations in 1888 reduced and corrected. January—March 1888. fol.

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal Calcutta 1888. N°. 2—3. 8°.

Journal of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1888. Vol. LVI. Part 2. N°. 4. Vol. LVII. Part 2. N°. 1. 8°.

Notes on economic entomology. Calcutta 1888. N°. 1—2. 8°.

Inhoud:

1. E. C. COTES. A preliminary account of the wheat and rice weevil in India.
2. ——— The experimental introduction of insecticides into India, with a short account of modern insecticides and methods of applying them.

Journal of the College of Science, Imperial University, Japan. Tokio 1888. Vol. II. Part 2—3. 4°.

Inhoud:

B. KOTO. On the so-called crystalline schists of Chichibu.

S. Okubo. On the plants of Sulphur islands.
I. Ijima. Some new cases of the occurrence of Bothriocephalus liguloides Lt.
C. G. Knott. A magnetic survey of all Japan.

Transactions of the seismological Society of Japan. Yokohama 1888. Vol. XII. 8°.

Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens in Tokio. Yokohama 1888. Heft 40. 4°.

Journal of the China branch of the royal Asiatic Society. Shanghai 1888. New Series. Vol. XXII. N°. 5. 8°.

AMERIKA.

Smithsonian miscellaneous Collections. Washington 1888. Vol. XXXI. 8°.

Bulletin U. S. Department of Agriculture. Division of Pomology, Washington 1888. N°. 1. 8°.

Report of the Superintendent of the U. S. coast and geodetic Survey, showing the progress of the work during the year 1886. Washington 1888. 4°.

John G. Bourke. Compilation of notes and memoranda bearing upon the use of human ordure and human urine in rites of a religious or semi-religious character among various nations. Washington 1888. 8°.

Memoirs of the Boston Society of natural History. Boston 1886. Vol. IV. N°. 1—4. 4°.

Inhoud:

1. Th. Dwight. The significance of bone structure.
2. D. H. Campbell. The development of the ostrich fern.

3. S. H. SCUDDER. The introduction and spread of Pieris Rapae in North-America 1860—1885.
4. W. TRELEASE. North American Geraniaceae.

Annals of Harvard College Observatory. Cambridge 1888. Vol. XVIII. N°. 3—5. 4°.

Inhoud:

3. H. M. PARKHURST. Photometric observations of Asteroids.
4. Total eclipse of the moon January 28, 1888.
5. W. H. PICKERING. Total eclipse of the sun, August 29, 1888.

Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences. New Haven 1888. Vol. VII. Part 2. 8°.

American Journal of Science. New Haven 1888. 3d Series. Vol. XXXV. N°. 207—209. 8°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1888. Vol. X. N°. 24—26. Vol. XI. N°. 1—10. 4°.

A. T. BRUCE. Observations on the embryology of insects and arachnids. Baltimore 1887. 4°.

Transactions of the New York Academy of Sciences. New York 1887. Vol. IV. 8°.

History and work of the Warner Observatory. Rochester N. Y. 1887. Vol. I. 8°.

Report of the year 1886—7 and 1887—8, presented by the board of managers of the Observatory of Yale University. 8°.

Journal of the Elisha Mitchell scientific Society. Raleigh 1884—1888. Vol. I—V. 8°.

A memoir of ELISHA MITCHELL. Chapel Hill 1858. 8°.

Memoirs of the California Academy of Sciences. San Francisco 1888. Vol. II. N°. 1. 4°.

Inhoud:

G. EISEN. On the anatomy of Sutroa rostrata, a new annelid of the family Lumbriculina.

Bulletin of the California Academy of Sciences. San Francisco 1887. Vol. II. N°. 8. 8°.

Publications of the Lick Observatory. Sacramento 1887. Vol. I. 4°.

Rapport annuel de la Commission géologique et d'histoire naturelle du Canada. Sussex 1886. Vol. II. 8°.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1888. Tomo I. N°. 12. 8°.

Boletin de estadistica del estado de Puebla. Puebla de Zaragoza 1888. Tomo I. N°. 39—47. fol.

Boletin mensal do Observatorio meteorologico-magnetico central. Mexico 1888. Tomo I. N°. 1—5. fol.

Boletim da Academia imperial de Medicina. Rio de Janeiro 1888. Anno III. N°. 16—17. 4°.

Annaes da Academia imperial de Medicina. Rio de Janeiro 1888. Serie 6. Tomo III. N°. 4. 8°.

Revista do Observatorio publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro. 1888. Anno III. N°. 6—8. 8°.

Anales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos Aires 1888. Tomo XXV. Entr. 5—6. 8°.

Boletin de la Academia nacional de Ciencias en Cordoba. Buenos Aires 1887. Tomo X. Entr. 2. 8°.

Verhandlungen des deutschen wissenschaftlichen Vereins zu Santiago. Valdivia 1887. Heft 5. 8°.

Anales del Museo nacional de Costa Rica. San José 1888. Tomo I. 8°.

AUSTRALIË.

F. von Mueller. Iconography of Australian species of Acacia and cognate genera. Melbourne 1888. Decade 9—11. 4°.

AANGEKOCHT.

Oud Holland. Nieuwe Bijdragen voor de geschiedenis der Nederlandsche kunst, letterkunde, nijverheid enz. Amsterdam 1888. Jaarg. 6. Afl. 2. 4°.

De Navorscher. Amsterdam 1888. Nieuwe Serie. Jaarg. 21. N°. 7—9. 8°.

J. G. Frederiks en F. J. van den Branden. Biographisch Woordenboek der Noord- en Zuidnederlandsche letterkunde. Amsterdam 1888. Afl. 2. 8°.

J. H. W. Unger. Bibliographie van Vondels Werken. Amsterdam 1888. 8°.

La Grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1888. Livr. 137 — 149. 4°.

Journal des Savants. Paris, Juin—Août 1888. 4°.

Annales des Sciences naturelles. Paris 1888. 7e Série. Zoologie, Tome V. N°. 1—6. Botanie, Tome VII. N°. 2—6. 8°.

Archives de Zoologie expérimentale et générale. Paris 1888. 2e Série. Tome VI. N°. 1. 8°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1888. 2e Série. Tome XII. Juin—Juillet. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1888. 6e Série. Tome XIV. Juillet—Septembre. 8°.

A. Laporte. Histoire littéraire du 19e siècle. Paris 1888. Tome V. Livr. 3. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1888. 5th Series. Vol. XXVI. N°. 158—160. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1888. 6th Series. Vol. II. N°. 7—9. 8°.

Journal of Anatomy and Physiology normal and pathological. London 1888. Vol. XXII. Part 4. 8°.

Annals of Botany. London 1888. Vol. II. N°. 5. 8°.

L. Stephen. Dictionary of national Biography. London 1888. Vol. XV. (Diamond-Drake). 8°.

G J. Gray. Bibliography of the works of Sir Isaac Newton. Cambridge 1838. 8°.

Astronomische Nachrichten. N°. 2844—2858. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1888. N°. 12—19. 8°.

Arbeiten aus dem kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1888. Band IV. 4°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1888. Jahrg. XII. N°. 26—38. 4°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1888. Band VI. Heft 5—7. 8°.

Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1887. Jahrg. 53. Band I. Heft 3. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1888. Neue Folge. Band XXXIV. Heft 5. Band XXXV. Heft 1. Beiblätter. Band XII. St. 6–8. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1888. Band II. Heft 7–9. 8°.

Journal für Ornithologie. Leipzig 1888. 4e Folge. Band XVI. Heft 1. 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a.M. 1888. Jahrg. 29. N°. 5—8. 8°.

Flora. Regensburg 1888. Jahrg. 71. N°. 16—21. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1888. Band CCLXVIII. Heft 13. Band CCLXIX. Heft 1—12. 8°.

Bibliothèque universelle et revue Suisse. Lausanne 1888. 3e Période. Tome XXXVIII. N°. 114–115. 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1888. 3e Période. Tome XX. N°. 7–8. 8°.

A. de Gubernatis. Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence 1888. Livr. 3—4. roy. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAAND OCTOBER 1888.

NEDERLAND.

Wiskundige opgaven met de oplossingen door de leden van het wiskundig Genootschap »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven". Amsterdam 1888. Deel III. St. 5. 8°.

Register naar eene wetenschappelijke verdeeling op de werken van het wiskundig Genootschap »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven" gedurende het tijdsverloop van 1818—1882. Amsterdam 1885. 8°.

Revue internationale scientifique et populaire des falsifications. Amsterdam 1888. 2e Année. Livr. 3. 4°.

Rembrandt. Vereeniging tot behoud in Nederland van kunstschatten. Jaarverslag uitgebracht op 24 Juli 1888. 4°.

Archives du Musée Teijler. Haarlem 1888. 2e Série. Vol. III. Partie 2. roy. 8°.

Catalogue de la Bibliothèque de la Fondation Teijler. Harlem 1887. Livr. 7—8. roy. 8°.

J. Ritzema Bos. L'anguillule de la tige (Tylenchus devastatrix Kühn) et les maladies des plantes dues à ce Nématode. Harlem 1888. Livr. 1. 8°.
(Extrait des Archives Teijler. 2e Série. Tome III).

Willem de Clercq naar zijn dagboek, door A. Pierson en de Clercq's jongste kleindochter. Haarlem 1888. 2 Dl. 8°.

Tijdschrift der Nederlandsche dierkundige Vereeniging. Leiden 1888. Supplement. Deel II. 8°.

K. MARTIN. Aanteekeningen bij eene geognostische overzichtskaart van Suriname. Leiden 1888. 8°.
(Overgedr. uit het Tijdschrift v. h. Nederl. aardrijksk. Genootschap. 1888).

Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs. 's Gravenhage 1888. Jaarg. 1887—1888 5e Afl. 1ste Gedeelte. 1888—1889. 1ste Afl. 2d Gedeelte. 4°.

Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 's Gravenhage 1888. 5e Reeks. Deel III. Afl. 4. 8°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis, geslacht-, wapen-, zegelkunde enz. 's Gravenhage 1888. Jaarg. V. N°. 9. 4°.

J. RITZEMA BOS. lasioderma Laeve Illiger, in zijne verschillende ontwikkelingstoestanden 's Gravenhage 1888. 8°.
(Overgedrukt uit het Tijdschrift voor Entomologie. Dl. XXIV).

Verslagen omtrent 's Rijks verzamelingen van geschiedenis en kunst. 's Gravenhage 1888. N°. IX (1886). 8°.

J. RITZEMA BOS. De dierlijke parasieten van den mensch en de huisdieren. Zwolle 1888. 8°.

——————— Landbouwdierkunde. Nuttige en schadelijke dieren van Nederland. Groningen 1878—1882 Deel I. Afl. 4—7. Deel II. Afl. 2—9. roy.

J. Ritzema Bos. Bijdrage tot de kennis van de entomologische fauna der Noordzee-eilanden. 8°. (Overgedrukt uit het Tijdschrift voor Entomologie. Deel XVI).

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, de Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maand Mei 1888. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maand Mei 1888. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor Indische taal-, land- en volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1888. Deel XXXII. Afl. 4. 8°.

Notulen van de algemeene- en bestuurs-vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1888. Deel XXVI. Afl. 2. 8°.

Tijdschrift voor Nijverheid en Landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van Nijverheid en Landbouw. Batavia 1888. Deel XXXVII. Afl. 2. 8°.

BELGIË.

Bulletin de l' Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1888. 3° Série. Tome XVI. N°. 8. 8°.

Bulletin de l' Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. 4° Série. Tome II. N°. 8. 8°.

Annales du Musée royal d'Histoire naturelle de Belgique. Bruxelles 1887. Tome XIV. fol.

Inhoud:

Faune du calcaire carbonifère de la Belgique. 6e Partie. Brachiopodes par L. G. DE KONINCK.

Annales de l' Observatoire royal de Bruxelles. 1885—1887. Nouvelle Série. Annales astronomiques. Tome V. Fasc. 3. Tome VI. Annales météorologiques. Tome II. 4°.

Annuaire de l' Observatoire royal de Bruxelles. 1884—1887. Année 52—55. 4 Dl. 8°.

J. C. HOUZEAU et A. LANCASTER. Bibliographie générale de l' astronomie. Bruxelles 1887. Part. 1. roy. 8°.

Procès-Verbaux de la Société royale malacologique de Belgique du 3 juillet 1887 à 3 Décembre 1887. 8°.

Jaarboek van het Willems-Fonds. Gent 1888. Jaar 38. 8°

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l' Académie des Sciences. Paris 1888. Tome CVII. N°. 13—16. 4°.

Bulletin de l' Académie de Médecine. Paris 1888. 2e Série. Tome XX. N°. 39—42. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1888. 14e Année. Vol. XIII. N°. 627—630. 4°.

Revue internationale de l' Electricité et de ses applications. Paris 1888. 4e Année. Tome VII. N°. 66—68. roy. 8°.

Revue de botanique. Bulletin mensuel de la Société française de Botanique. Courrensan 1887. Tome V. N°. 60. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1888. New Series. Vol. X. N°. 10. 8°.

Journal of the royal microscopical Society. London 1888. Part 5. 8°.

Proceedings of the zoological Society of London. 1888. Part 3. 8°.

Proceedings and Transactions of the natural History Society. Glasgow 1888. New Series. Vol. II. Part 1. 8°.

Journal of the royal geological Society of Ireland. Dublin 1888. Vol. XVII. Part 2. 8°.

OOSTENRIJK.

Jahrbuch der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1888. Band XXXVIII. Heft 1—2. roy. 8°.

Verhandlungen der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1888. N°. 12. roy. 8°.

Mittheilungen des historischen Vereines für Steiermark. Graz 1888. Heft 36. 8°.

DUITSCHLAND.

J. Ritsema-Bos. Beiträge zur Kenntniss landwirthschaftlich schädlicher Thiere. III. Die Narzissen- Schenkelfliege (Merodon equestris Meigen). IX. Allgemeine

Bemerkungen, das Auftreten schädlicher Tiere betreffend. 8°.
(Landwirthschaftliche Versuchs- Stationen, 1885 et 1887).

J. Ritzema-Bos. Einige Bemerkungen über Pleuronectiden. 8°.
(Sonderabdruck a. d. biologischen Centralblatt. Band VI).

——————— Futteränderung bei Insekten. 8°.
(Sonderabdruck a. d. biologischen Centralblatt. Band VII).

Jahrbuch der Gesellschaft für bildende Kunst und vaterländische Altertümer. Emden 1888. Band VIII. Heft 1. 8°.

Jahrbücher des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande. Bonn 1888. Heft LXXXV. roy. 8°.

Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1888. Band XIV. N°. 7—9. 4°.

Inhoud:

7. W. His. Zur Geschichte des Gehirns sowie der centralen und peripherischen Nervenbahnen beim menschlichen Embryo.
8. W. Braune und O. Fischer. Ueber den Antheil den die einzelnen Gelenke des Schultergürtels an der Beweglichkeit des menschlichen Humerus haben.
9. G. Heinricius und H. Kronecker. Beiträge zur Kenntniss des Einflusse der Respirationsbewegungen auf den Blutlauf im Aortensysteme.

Abhandlungen der philologisch-historischen Classe der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1888. Band X. N°. 9. 4°.

Inhoud:

W. Roscher. Umrisse zur Naturlehre des Cäsarismus.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1888. Jahrg. 11. N°. 289—91. 8°.

Wochenschrift für klassische Philologie. Berlin 1888. Jahrg. 5. N°. 27—40. 4°.

Neues lausitzisches Magazin, herausgegeben von der oberlausitzischen Gesellschaft der Wissenschaften. Görlitz 1888. Band LXIV. Heft 1. 8°.

Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. Stuttgart 1888. Jahrg. 44. 8°.

Annalen des Vereins für nassauische Altertumskunde und Geschichtsforschung. Wiesbaden 1888. Band XX. Heft 2. roy. 8°.

ITALIË.

Atti della real Accademia delle Scienze. Torino 1888. Vol. XXIII. Disp. 13—15. 8°.

Bollettino delle pubblicazioni Italiane. Firenze 1888. N°. 66—67. 8°.

Annali delle reale Scuola normale superiore. Pisa 1888. Vol. IX. 8°.

Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. Tomo II. Fasc. 5. roy. 8°.

RUSLAND.

Nouveaux Mémoires de la Société impériale des Naturalistes. Moscou 1885—1888. Tome XV. Livr 3-5. 4°.

Inhoud:

N. A. Sewertzow. Zwei neue oder mangelhaft bekannte russische Jagdfalken.

——————— Etudes sur les variations d'âge des Aquilinés paléarctiques et leur valeur taxonomique.

H. Trautschold. Le néocomien de Sably en Crimée.

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes. Moscou 1888. N°. 2. 8°.

Acta Societatis scientiarum Fennicae. Helsingforsiae 1888. Tomus XV. 4°.

Inhoud:

H. Mellin. Om en ny klass af transcendenta funktioner, hvilka äro nära beslägtade med Gammafunktionen.

E. Goursat. Recherches sur l'équation de Kummer.

O. Nordqvist. Beitrag zur Kenntniss der inneren männlichen Geschlechtsorgane der Cypriden.

A. F. Sundell. Ueber eine Modifikation der Quecksilberluftpumpe.

P. A. Karsten. Icones selectae Hymenomycetum Fenniae nondum delineatorum.

A. F. Sundell. Spectralversuche.

L. Lindelöf. Statistisk undersökning af ställningen i Finska ecklesiastikstatens enke- och pupillkassa den 1 Maj 1884.

O. M. Reuter. Revisio synonymica Heteropterorum palaearcticorum quae descripserunt auctores vetustiores (Linnaeus 1758—Latreille 1806).

H. A. Schwarz. Ueber ein die flächen kleinsten Flächeninhalts betreffendes Problem der Variationsrechnung.

E. R. Neovius. Anwendung der Theorie der elliptischen Functionen auf eine die Krümmungslinien eines Ellipsoids betreffende Aufgabe.

A. F. Sundell. Transportables Barometer.

W. Söderhjelm. Petrarca in der deutschen Dichtung.

Ofversigt af Finska Vetenskaps-Societetens förhandlingar. Helsingfors 1886—1887. N°. XXVIII—XXIX. 8°.

Bidrag till Kännedom af Finlands Natur och Folk,

utgifna af Finska Vetenskaps Societeten. Helsingfors 1887—1888. Häftet 45—47. 8°.

Finska vetenskaps Societeten 1838—1888, dess organisation och verksamhets. Helsingfors 1888. 8°.

AZIË.

A Catalogue of the moths of India, compiled by E. C. Cotes and C. Swinhoe. Part 3. Noctues, Pseudo-Deltoides and Deltoides. Calcutta 1888. 8°.

AMERIKA.

Smithsonian miscellaneous Collections. Washington 1888. Vol. XXXII—XXXIII. 2 Dl. 8°.

Annual Report of the board of regents of the Smithsonian Institution showing the operations to July 1885. Washington 1886. Part 2. 8°.

Memoirs of the Boston Society of natural History. Boston 1888. Vol. IV. N°. 5—6. 4°.

Inhoud:

5. J. Marcou. The taconic of Georgia and the report on the geology of Vermont.
6. R. Thaxter. The Entomophthoreae of the United States.

Journal of the Academy of natural Science. Philadelphia 1888. 2d Series. Vol. IX. Part 2. gr. 4°.

Inhoud:

W. B. Scott. On some new and little-known Creodonts.
H. F. Osborn. On the structure and classification of the mesozoic Mammalia.

Proceedings of the American philosophical Society. Philadelphia 1888. Vol. XXV. N°. 127. 8°.

Annual Report of the geological Survey of Pennsylvania for 1886. Harrisburg 1887. Part 3. 2 Vol. 8°.

Proceedings of the American Association for the advancement of Science. Salem 1888. Vol. XXXVI. 8°.

American Journal of Mathematics, edited by S. Newcomb. Baltimore 1888. Vol. X. N°. 3. 4°.

American Journal of Philology, edited by B. L. Gildersleeve. Baltimore 1888. Vol. IX. N°. 1. 8°.

American chemical Journal, edited by Ira Remsen. Baltimore 1888. Vol. X. N°. 3. 8°.

Studies from the biological Laboratory. Baltimore 1888. Vol. IV. N°. 3. 8°.

Johns Hopkins University Studies in historical and political Science. Baltimore 1888. Vol. VI. 8°.

American Journal of Science. New Haven 1888. Vol. XXXV. N°. 210. Vol. XXXVI. N°. 211—213. 8°.

26th Annual Report of the state board of agriculture of the state of Michigan from October 1886 to June 30, 1887. Lansing 1887. 8°.

Banquet given by the learned societies of Philadelphia at the American Academy of Music, September 17, 1887; closing the ceremonies in commemoration of the framing and signing of the constitution of the United States. Philadelphia 1888. 8°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1888. Vol XI. N°. 11—14. 4°.

15th Annual Report of the geological and natural History Survey of Minnesota. St. Paul 1887. 8°.

Bulletin of the geological and natural History Survey of Minnesota. St. Paul 1887. N°. 2—4. 8°.

Journal of the Trenton natural History Society. Trenton N°. 1. 1888. N°. 3. 8°.

Proceedings of the Elliott Society of Science and Arts. Charlestown 1888. Vol. II. N°. 2. 8°.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1888. Tomo II. N°. 2. 8°.

Boletin mensual del Observatorio meteorologico-magnetico de Mexico. 1888. N°. 5—6. fol.

AUSTRALIË.

Australian Museum. Annual Report of the trustees for 1887. fol.

AANGEKOCHT.

Oud-Holland. Nieuwe Bijdragen voor de geschiedenis der Nederlandsche Kunst, Letterkunde, Nijverheid, enz. Amsterdam 1888. Jaarg. 6. Afl. 3. 4°.

De Navorscher. Amsterdam 1888. Nieuwe Serie. Jaarg. 21. Afl. 10. 8°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1888. Livr. 150—153. 4°.

Journal des Savants. Paris, Septembre 1888. 4°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1888. 2e Série. Tome XII. Aout. 8⁰.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1888. 6e Série. Tome XV. Octobre. 8⁰.

The London, Edinburgh and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1888. 5th Series. Vol. XXVI. N⁰. 161. 8⁰.

Annals and Magazine of natural History. London 1888. 6th Series. Vol. II. N⁰. 10. 8⁰.

Journal of Anatomy and Physiology normal and pathological. London 1888. Vol. XXIII. Part 1. 8⁰.

Annals of Botany. London 1888. Vol. II. N⁰. 6. 8⁰.

Dictionary of national Biography. London 1888. Vol. XVI. (Drant-Edridge) 8⁰.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1888. N⁰. 20—21. 8⁰.

Astronomische Nachrichten. N⁰. 2859—2861. 4⁰.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1888. Jahrg. XII. N⁰. 39—42. 4⁰.

Allgemeine deutsche Biographie. Leipzig 1888. Band XXVII. (Quad-Reinald). 8⁰.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1888. Neue Folge. Band XXXV. Heft 2. Beiblätter. Band XII. Heft 9. 8⁰.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1888. Band II. Heft 10. 8⁰.

Der zoologische Garten. Frankfurt a. M. 1888. Jahrg. XXIX. N°. 9. 8°.

Flora. Regensburg 1888. N°. 22—27. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1888. Band CCLXIX. Heft 13. Band CCLXX. Heft 1—3. 8°.

Bibliothèque universelle et revue Suisse. Lausanne 1888. 3e Période. Tome XXXIX. N°. 116—117. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAAND NOVEMBER 1888.

NEDERLAND.

Volks-Almanak der Maatschappij tot Nut van 't Algemeen, voor het jaar 1889. Amsterdam z.j. 8°.

J. P. N. Land. Het luitboek van Thysius. Amsterdam 1889. 8°.

Al de boeken van het Nieuwe Testament in het Boegineesch vertaald door B. F. Matthes. Amsterdam 1874—1888. 2 Dl. 8°.

Revue internationale scientifique et populaire des falsifications. Amsterdam 1888. Livr. 4. 4°.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1888. 4e Reeks. Deel XII. Afl. 11. 8°.

Verslag van den toestand der Stads-Bibliotheek in de gemeente Haarlem over 1887. 8°.

J. DE HAAS JR. Inleiding tot de wijsbegeerte. Haarlem 1889. 8°.

Flora Batava. Leiden 1888. Afl. 281—282. 4°.

Onderzoek omtrent de afsluiting en droogmaking van de Zuiderzee, de Wadden en de Lauwerzee. Leiden 1888. Nota. N°. 3. fol.

Inhoud:

De afsluiting Noord-Holland—Wieringen—Friesland en de droogmaking van het gedeelte der Zuiderzee binnen die afsluiting. A. de afsluiting. 2. De invloed der afsluiting op de waterloozing der provinciën langs de Zuiderzee.

P. P. C. HOEK. Bibliografie der fauna van Nederland. Leiden 1888. 8°.

In Memoriam Mr. C. Vosmaer. Leiden 1888. 8°.

Tijdschrift voor Entomologie, uitgegeven door de Nederlandsche entomologische Vereeniging. 'sGravenhage 1888. Deel XXXI. Afl. 4. 8°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad, tijdschrift voor geschiedenis-, geslacht-, wapen-, zegelkunde enz. 'sGravenhage 1888. Jaarg. 5. N°. 10. 8°.

I. G. R. ACQUOY. Middeleeuwsche geestelijke liederen en leisen, met eene klavier-begeleiding naar den aard hunner tonen. 'sGravenhage 1888. 4°.

Jaarboek der Rijks-Universiteit te Groningen, 1887—1888. Groningen 1888. 8°.

Algemeen verslag gedaan te Groningen in de jaarlijksche vergadering van contribueerende leden, den 2den Juli 1888 wegens het Instituut van Doofstommen. 8°.

Koninkrijk der Nederlanden. Statistiek van den in-, uit- en doorvoer over het jaar 1887. 'sGravenhage 1888. 2de gedeelte. fol.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maand September 1888. 'sGravenhage 1888. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, de Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maand Juni 1888. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maand Juni 1888. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1888. Deel XXVIII. Afl. 3. 8°.

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van nijverheid en landbouw. Batavia 1888. Deel XXXVII. Afl. 3. 8°.

BELGIË.

Mémoires des concours et des savants étrangers publiés par l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. Tome VIII. Fasc. 5. 4°.

Inhoud:

G. T. Stevens. Essai sur les maladies des centres nerveux, leurs causes et leur traitement.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine. Bruxelles 1888. 4e Série. Tome II. N°. 9. 8°.

Mémoires de la Société royale des Sciences de Liége. Bruxelles 1888. 2e Série. Tome XV. 8°.

Verslagen en Mededeelingen der koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde. Gent 1888. Afl. 4. 8°.

Jaarboek der koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde. Gent 1888. 2de jaar. 8°.

Vlaamsche Bibliographie. Lijst van Nederlandsche boeken in 1887 in België verschenen. Gent 1888. 8°. (Uitgave van het Willems-fonds.)

F. DE POTTER. Geschiedenis van de gemeenten der provincie Oost-Vlaanderen. Gent 1888. Deel XLII. 8°.

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1888. Tome CVII. N°. 17—20. 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et belles-Lettres. Paris 1888. 4e Série. Tome XVI. Mai-Juin. 8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1888. 3e Série. Tome XX. N°. 43—46. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires de la Société de Biologie. Paris 1888. 8e Série. Tome V. N°. 29—31. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1888. Année 14. Vol. XIII. N°. 631—635. 4°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1888. 4e Année. Tome VII. N°. 69. roy. 8°.

E. Lemoine. Notes sur diverses questions de la géométrie du triangle. 8°.
(Association française pour l'avancement des Sciences, 1888).

——————De la mesure de la simplicité dans les sciences mathématiques. 8°.
(Association française pour l'avancement des Sciences, 1888).

—————— De la mesure de la simplicité dans les constructions mathématiques. 8°.
(Mathésis. Tome VIII).

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society. Londen 1888. Vol. XLIV. N°. 271. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1888. Vol. XLVII. N°. 9. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1888. New Series. Vol. X. N°. 11. 8°.

Journal of the anthropological Institute of Great-Britain and Ireland. London 1888. Vol. XVIII. N°. 2. 8°.

Astronomical and magnetical and meteorological Observations made at the royal Observatory, Greenwich in the year 1886. London 1888. 4°.

Results of meridian observations made at the royal Observatory, Cape of good Hope, during the years 1882 till 1885, February 8, under the direction of D. Gill. London. 8°.

Annals of the Cape Observatory. Vol. II. Part 2. 4°.

Inhoud:

W. H. FINLAY. On the variations of the instrumental adjustments of the Cape transcit-circle.

OOSTENRIJK.

Verhandlungen der k.k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1888. N°. 13. 4°.

DUITSCHLAND.

Abhandlungen der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften aus dem Jahre 1887. Berlin 1888. 4°.

Inhoud:

SCHULZE. Zur Stammesgeschichte der Hexactinelliden.
GÖPPERT. Nachträge zur Kenntniss der Coniferenhölzer der palaeozoischen Formationen.
WEBER. Ueber den Pârasiprakâca des Krishnadâsa.
NÖLDEKE. Die Ghassânischen Fürsten aus dem Hause Gafna's.
RAWITZ. Die Fussdrüse der Opistobranchier.
KÖTTER. Grundzüge einer rein geometrischen Theorie der algebraischen ebenen Curven.
GRÄBER. Die Wasserleitungen von Pergamon.

Sitzungsberichte der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1888. N°. 21—37. roy. 8°.

Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1888. Band CXIII. Heft 3. Band CXIV. Heft 1. 8°.

Jahresbericht des naturhistorischen Museums in Lubeck für das Jahr 1887. Lubeck 1888. 8°.

Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft. Frankfurt a/M. 1888. 8°.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1888. Jahrg. 23. Heft 1—2. 8°.

R. Hoppe. Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1888. 2te Reihe. Teil VII. Heft 1. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1888. Jahrg. XI. N°. 292—293. 8°.

Flavii Josephi Opera omnia. Post Immanuelem Bekkerum recognovit S. A. Naber. Lipsiae 1888. Vol. I. 8°.

Petermann's Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1888. Band XXXIV. N°. 10. 4°.

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, herausgegeben von der medizinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Jena 1888. Band XXII. Heft 3—4. 8°.

Festschrift zur Jubelfeier des 25-jährigen Bestehens des Vereins für Erdkunde. Dresden 1888. 8°.

Jahrbuch für Geschichte, Sprache und Litteratur Elsass-Lothringens, herausgegeben von dem historisch-literarischen Zweigverein des Vogesen-Clubs. Strassburg 1888. Jahrg. IV. 8°.

Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1888. Band XVIII. Abth. 1. 4°.

Inhoud:

J. Kelle. Die philosophischen Kunstausdrücke in Notkers Werken.
F. Ohlenschlager. Die römische Grenzmark in Bayern.
H. Brunn. Ueber die Ausgrabungen der Certosa von Bologna. Zugleich als Forsetzung der Probleme in der Geschichte der Vasenmalerei.
J. Kelle. Die S. Galler deutschen Schriften und Notker Labeo.

C. M. von Bauernfeind. Das bayerische Praecisions-Nivellement. München 1888. 7e Mittheilung. 4°.

ZWITSERLAND.

Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles. Lausanne 1888. 3e Série. Vol. XXIV. N°. 98. 8°.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1888. Serie 4a. Rendiconti. Vol IV. 1° Semestre. Fasc. 11—13. 2° Semestre. Fasc. 1—5. 4°.

Bollettino delle opere moderne straniere. Roma 1888. Vol. III. N°. 1—3. 8°.

Bollettino delle pubblicazioni italiane. Firenze 1888. N°. 68—69. 8°.

Memorie del reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Classe di Scienze matematiche e naturali. Milano 1888. Serie 3. Vol. VII. Fasc. 2. 4°.

Inhoud:

O. Murani. Ricerche sulla distanza esplosiva della scintilla elettrica.
G. Sangalli. Di alcune anomalie di prima formazione piu rare ed importanti del corpo umano.
A. Verga. Poche parole sulla spina trocheale dell' orbita umano.
A. Corradi. Della minutio sanguinis e dei salassi periodici.

Memorie del reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Classe di Lettere e Scienze morali e politiche. Milano 1887. Serie 3. Vol. IX. Fasc. 1. 4°.

Inhoud:

C. Cantu. I Balcani.

C. FERRINI. Scolii inediti allo Pseudo-Teofilo.
A. BUCCELLATI. Esposizione critica del progetto di Codice penale Italiano.

Rendiconti del reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Milano 1887. Serie 2. Vol. XX. 8°.

SPANJE.

Memorial de Ingenieros del Ejercito. Madrid 1886—1887. Epoca 3. Tomo III—IV. 4 Dl. 8°.

ZWEDEN EN NOORWEGEN.

Upsala Universitets Arsskrift 1887. Upsala z. j. 8°.

RUSLAND.

Verslagen van het keiz. aardrijkskundig Genootschap. St. Petersburg 1888. Deel XXIV. N°. 2. 8°.
(In het Russisch.)

Jaarverslag van het keiz. aardrijkskundig Genootschap over 1887. St. Petersburg 1888. 8°.

Mémoires du Comité géologique. St. Pétersbourg 1888. Vol. V. N°. 2—4. Vol. VI. Vol. VII. N°. 1—2. 4°.

Inhoud, Vol. V.

2. S. NIKITIN. Les vestiges de la période crétacée dans la Russie centrale.
3. M. TZWETAW. Céphalopodes de la section supérieure du calcaire carbonifère de la Russie centrale.
4. A. STUCKENBERG. Anthozoen und Bryozoen des obern mittelrussischen Kohlenkalks.

Vol. VI.

P. KROTOW. Geologische Forschungen am westlichen Ural-Abhänge in den Gebieten von Tscherdyn und Ssolikamsk. Lief 1—2.

Vol. VII.

1. Carte géologique de la Russie; feuille 92. Saratovpensa composée par J. Sintzov.
2. S. Nikitin et P. Ossoskov. La région transvolgienne de la feuille 92 de la Carte géologique générale de la Russie.

Bulletins du Comité géologique. St. Pétersbourg 1887—1888. Vol. VI. N°. 11—12. Vol. VII. N°. 1. 8°.

Bibliothèque géologique de la Russie, 1887. St. Pétersbourg 1888. 8°.

G. Loeschcki. Die westliche Giebelgruppe am Zeustempel zu Olympia. Dorpat 1888. 4°.

Festrede zur Jahresfeier der Stiftung der Universität Dorpat am 12 December 1887. Dorpat 1887. 4°.

W. Hoerschelmann. Een griechisches Lehrbuch der Metrik. Dorpat 1888. 8°.

H. Arronet. Quantitative Analyse des Menschenblutes nebst Untersuchungen zur Controlle und Vervollständigung der Methode. Dorpat 1887. 8°.

J. Atlass. Ueber Senegin. Dorpat 1887. 8°.

A. Bary. Beiträge zur Baryumwirkung. Dorpat 1888. 8°.

H. Dehio. Untersuchungen über den Einfluss des Coffeïns und Thees auf die Dauer einfacher psychischer Vorgänge. Dorpat 1887. 8°.

W. Demitsch. Literärische Studien über die wichtigsten russischen Volksheilmittel aus dem Pflanzenreiche. Dorpat 1888. 8°.

R. von Engelhardt. Beiträge zur Toxikologie des Anilin. Dorpat 1888. 8°.

A. Friedrichson. Untersuchungen über bestimmte Veränderungen der Netzhautcirculation bei Allgemeinleiden mit besonderer Berücksichtigung der Blutbeschaffenheit bei Anämie und Chlorose Dorpat 1888. 8°.

W. Greiffenhagen. Ueber den Mechanismus der Schädelbrüche. Dorpat 1887. 8°.

E. von Haudring. Bacteriologische Untersuchung einiger Gebrauchswässer Dorpats. Dorpat 1888. 8°.

P. Hellat. Eine Studie über die Lepra in den Ostseeprovinzen, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Verbreitung und Aetiologie. Dorpat 1887. 8°.

C. Johansen. Die Gastrostomie bei carcinomatoeser Strictur des Oesophagus. Dorpat 1888. 4°.

E. Kiwull. Pharmakologische Untersuchungen über einige Solvinpräparate. Dorpat 1888. 8°.

A. Kroeger. Beiträge zur Pathologie des Rückenmarkes. Dorpat 1888. 8°.

A. Natanson. Beiträge zur Kenntniss der Pyrogallolwirkung. Dorpat 1888. 8°.

R. von Oettingen. Ueber Enterostomie und Laparotomie bei acuter inneren Darmocclusion bedingt durch Volvulus, Strangulation und Inflexion. Dorpat 1888. 8°.

D. Pachoruwkow. Ueber Sapotoxin. Dorpat 1887. 8°.

H. Pander. Beiträge zur Chromwirkung. Dorpat 1887. 8°.

R. Radziwillowicz. Ueber Nachweis und Wirkung des Cytisins. Dorpat 1887. 8°.

E. Sack. Ueber Phlebosklerose und ihre Beziehungen zur Arteriosklerose. Dorpat 1887. 8⁰.

D. Scherenziss. Untersuchungen über das foetale Blut im Momente der Geburt. Dorpat 1888. 8⁰.

A. Schwartz. Ueber die Wechselbeziehung zwischen Haemoglobin und Protoplasma nebst Beobachtungen zur Frage vom Wechsel der rothen Blutkörperchen in der Milz. Dorpat 1888. 8⁰.

H. Stillmark. Ueber Ricin, ein giftiges Ferment aus den Samen von Ricinus comm. L. und einigen anderen Euphorbiaceen. Dorpat 1888. 8⁰.

St. Trzebinski. Ueber circumscripte Bindegewebshyperplasien in den peripheren Nerven, besonders in den Plexus brachiales. Dorpat 1888. 8⁰.

P. Wagner. Beitrag zur Toxicologie des aus den Aconitum Napellus-knollen dargestellten reinen Alcaloïds: Aconitinum crystallisatum purum und seiner Zersetzungsproducte. Dorpat 1888. 8⁰.

R. Wanach. Ueber die Menge und Vertheilung des Kaliums, Natriums und Chlors im Menschenblut. St. Petersburg 1888. 8⁰.

P. Birkenwald. Beiträge zur Chemie der Sinapis juncea und des ätherischen Senföls. Dorpat 1888. 8⁰.

C. Böning. Untersuchungen des Inversionsproductes der aus Trehalamanna stammenden Trehalose. Dorpat 1888. 8⁰.

E. Dohrmann. Beiträge zur Kenntniss des Lycaconitins. Dorpat 1888. 8⁰.

F. Einberg. Beiträge zur Kenntniss des Myoctonins. Dorpat 1887. 8°.

G. Grofe. Ueber die Pendelbewegung an der Erdoberfläche. Dorpat 1888. 4°.

R. Kordes. Vergleichung der wichtigeren narcotischen Extracte der russischen Pharmacopoë mit den anderer Pharmacopoën unter besonderer Berücksichtigung des Alkaloidgehaltes. St. Petersburg 1888. 8°.

L. Natanson. Ueber die kinetische Theorie unvollkommener Gase. Dorpat 1887. 4°.

W. Petersen. Die Lepidopteren-Fauna des arktischen Gebietes von Europa und die Eiszeit. Dorpat 1887. 8°.

L. Struve. Bestimmung der Constante der Praecession und der eigenen Bewegung des Sonnensystems. St. Petersburg 1887. 4°.

G. Thoms. Zur Werthschätzung der Ackererden auf naturwissenschaftlich-statistischer Grundlage. Riga 1888. 8°.

J. Lezius. De Alexandri magni expeditione indica quaestiones. Dorpati 1887. 8°.

W. Lutosławski. Erhaltung und Untergang der Staatsverfassungen nach Plato, Aristoteles und Machiavelli. Dorpat 1887. 8°.

W. von Rohland. Die strafbare Unterlassung. Dorpat 1887. 8°.

——————— Die Gefahr im Strafrecht. Dorpat 1888. 8°.

A. Sonny. De Massiliensium rebus quaestiones. Petropoli 1887. 8°.

Acta Societatis pro fauna et flora fennica. Helsingforsiae 1886—1888. Vol. III—IV. 2 Dl. 8°.

Meddelanden af Societas pro fauna et flora fennica. Helsingfors 1888. Heft 14. 8°.

Finska geologiska Undersökning. Beskrifning till kartbladet N°. 10 et 11. Helsingfors 1887. 8° Met 2 kaarten. 4°.

AZIË.

T. Moore. Descriptions of new indian lepidopterous insects. Part III. Heterocera. (Pyralidae, Crambidae, Geometridae, Tortricidae, Tineidae). Calcutta 1888. 4°. (Published by the Asiatic Society of Bengal).

Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur-und Völkerkunde Ostasiens. Tokio 1888. Heft 38. 4°.

AFRIKA.

Transactions of the South African philosophical Society. Capetown 1888. Vol. V. Part 1. 8°.

AMERIKA.

Journal of the American medical Association. Chicago 1888. Vol. XI. N°. 15—18. 8°.

Transactions of the Kansas Academy of Science. Topeka 1887. Vol. X. 8°.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate." Mexico 1888. Tomo II. N°. 3. 8°.

Revista do Observatorio, publicacao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro. 1888. Anno III. N°. 9. 8°.

Boletin de la Academia nacional de ciencias en Cordoba. Buenos-Aires 1887. Tomo XI. Entr. 1. 8°.

Anales del Museo nacional. Republica de Costa Rica. San José 1888. Tomo I. 8°.

AUSTRALIË.

Proceedings of the Linnean Society of N. S. W. Sydney 1887—1888. 2d Series. Vol. II. Part 1—4. Vol. III. Part 1. 8°.

List of the names of contributors to the first Series (Vol. I—X) of the Proceedings of the Linnean Society of N. S W. (from 1875 to 1885) with the titles of, and references to the papers and exhibits contributed by each. Sydney 1888. 8°.

AANGEKOCHT.

De Navorscher. Amsterdam 1888. Nieuwe Serie. Jaarg. 21. Afl. 11. 8°.

I. G. Frederiks en F. J. van den Branden. Biographisch Woordenboek der Noord- en Zuid-Nederlandsche Letterkunde. Amsterdam 1888. Afl. 3. 8°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1888. Livr. 154—157. 4°.

Journal des Savants. Paris, Octobre 1888. 4°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1888. 6e Série. Tome XV. Novembre 8°.

A. Laporte. Histoire littéraire du 19e siècle. Paris 1888. Tome V. Livr. 4. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1888. 5th Series. Vol. XXVI. N°. 162. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1888. 6th Series. Vol. II. N°. 11. 8°.

Report of the 57th meeting of the British Association for the advancemement of Science. London 1888. 8°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1888. N°. 22. 8°.

Astronomische Nachrichten. 1888. N°. 2862—2866. 4°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1888. Jahrg. XII. N°. 43—46. 4°.

Corpus inscriptionum Atticarum. Berolini 1888. Vol. XII. Pars 3. fol.

Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1886—1888. Jahrg. 52. Band II. Heft 3. Jahrg. 54. Band I. Heft 1. Band II. Heft 2. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1888. Neue Folge. Band XXXV. Heft 3. Beiblätter. Band XII. St. 10. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1888. Band II. Heft 11. 8°.

Bibliotheca zoologica. II. Leipzig 1888. Lief. 6. 8⁰.

Der zoologische Garten. Frankfurt a. M. 1888. Jahrg. 29. N⁰. 10. 8⁰.

Dinglers polytechnisches Journal. Stuttgart 1888. Band CCLXX. Heft 4—6. 8⁰.

Flora oder allgemeine botanische Zeitung. Regensburg 1888. Jahrg. 71. N⁰. 28—32. 8⁰.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1888. 3ᵉ Période. Tome XX. N⁰. 10. 8⁰.

A. DE GUBERNATIS. Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence 1889. Livr. 5. roy. 8⁰.

Journal of Morphology. Boston 1888. Vol. II. N⁰. 1. 8⁰.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAAND DECEMBER 1888.

NEDERLAND.

Revue internationale scientifique et populaire des falsifications. Amsterdam 1888. 2ᵉ Année. Livr. 5. 4⁰.

Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles. Harlem 1888. Tome XXIII. Livr. 1 3⁰.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1888. 4ᵉ Reeks. Deel XII. Afl. 12. 8⁰.

R. VAN BONNEVAL FAURE. Het Nederlandsche burgerlijk Procesrecht. Leiden 1889. 2e Druk. Deel III. 8°.

Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs 1888—1889. 's Gravenhage 1888. Afl. 1. 1ste Gedeelte. Afl. 2. 2de Gedeelte. 4°.

Bijdragen voor vaderlandsche Geschiedenis en Oudheidkunde. 's Gravenhage 1888. 3e Reeks. Deel V. Afl. 2. 8°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis, geslacht-, wapen-, zegelkunde, enz. 's Gravenhage 1888. Jaarg. 5. N°. 11. 4°.

Onderzoek naar den aard en de oorzaak der Beri-Beri, en de middelen om die ziekte te bestrijden. Ingesteld, op last der Regeering, door Dr. C. A. PEKELHARING en Dr. C. WINKLER. Utrecht 1888. 4°.

Mededeelingen en Berichten der Geldersch- Overijsselsche Maatschappij van Landbouw over 1888. Arnhem 1888. N°. 3. 8°.

Publications de la Société historique et archéologique dans le duché de Limbourg. Ruremonde 1888. Tome XXIV. 8°.

Hoe waren de Friezen in het midden der dertiende eeuw gekleed en gewapend? Welke waren hunne middelen van bestaan? Twee vragen beantwoord door Mr. J. DIRKS. 4°.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voor-

naamste handelsartikelen gedurende de maand October 1888. 's Gravenhage 1888. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren waargenomen, in de maand Juli 1888. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maand Juli 1888. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor Nijverheid en Landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van Nijverheid en Landbouw. Batavia 1888. Deel XXXVII. Afl. 4. 8°.

Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia. 1888. Vol. VIII. X. 2 Dl. 4°.

Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1888. Jaarg. 9. 8°.

BELGIË.

Bulletin de l' Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1888. 3e Série. Tome XVI. N°. 9—11. 8°.

Bulletin de l' Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. 4e Série. Tome II. N°. 10. 8°.

F. Plateau. Recherches expérimentales sur la vision chez les arthropodes. Bruxelles 1888. 4e Partie. 8°. (Extrait des Mémoires couronnés de l' Académie royale de Belgique. Tome XLIII).

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l' Académie des Sciences. Paris 1888. Tome CVII. N°. 21—25. 4°.

Comptes rendus des séances de l' Académie des Inscriptions et belles-Lettres. Paris 1888. 4e Série. Tome XVI. Juillet-Août. 8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1888. 3e Série. Tome XX. N°. 47—51. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Société de Biologie. Paris 1888. 8e Série. Tome V. N°. 32—37. roy. 8°.

L. LALLEMAND. De l'assistance des classes rurales au XIXe Siècle. Paris 1889. 8°.

Journal d' Hygiène. Paris 1888. 14e Année. Vol. XIII. N°. 636—639. 4°.

Revue internationale de l' Electricité et de ses applications. Paris 1888. 4e Année. Tome VII. N°. 70—71. roy. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society of London. 1888. Vol. XLIV. N°. 272. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1888. Vol. XLIX. N°. 1. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1888. New Series. Vol. X. N°. 12. 8°.

Journal of the royal microscopical Society. London 1888. Part 6. 8°.

Medico-chirurgical Transactions published by the royal medical and chirurgical Society. London 1888. Vol. XXXVII. 8°.

Transactions of the Linnean Society of London. 1887. 2d Series. Botany. Vol. II. Part 15. Vol. III. Part 1. 4°.

Inhoud, Vol. III. Part. 15:

D. OLIVER. Enumeration of the plants collected by Mr. H. H. JOHNSTON on the Kilima-Njaro expedition, 1884.

Vol. III. Part. 1.

J. E. T. AITCHISON. The botany of the Afghan delimitation commission.

Transactions of the Linnean Society of London. 1887—1888. 2d Series. Zoology. Vol. IV. Part 5—6. 4°

Inhoud:

A. E. EATON. A revisional monograph of recent Ephemeridae or mayflies. Part 5—6.

Journal of the Linnean Society of London. 1887—1888. Botany. Vol. XXIII. N°. 152—155. Vol. XXIV. N°. 159—162. Zoology. Vol. XX. N°. 118. Vol. XXI. N°. 130—131. Vol. XXII. N°. 136—139. 8°.

List of the Linnean Society of London. Session 1887—1888. London 1888. 8°.

Report of the scientific results of the voyage of H. M. S. CHALLENGER during the years 1873—76. London 1888. Zoology. Vol. XXIII—XXVII. 6 Dl. 8°.

Proceedings of the philosophical Society. Glasgow 1887. Vol. XIX. 8°.

OOSTENRIJK-HONGARIJE.

Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1887. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Band LIII. 4⁰.

Inhoud:

OPPOLZER. Ueber die astronomische Refraction.

WEISS. Ueber die Berechnung der Präcession mit besonderer Rücksicht auf die Reduction eines Sternkataloges auf eine andere Epoche.

VON ETTINGSHAUSEN. Beiträge zur Kenntniss der Tertiärflora Australiens.

——————— Beiträge zur Kenntniss der fossilen Flora Neuseelands.

ROLLETT. Beiträge zur Physiologie der Muskeln.

STEINDACHNER und DÖDERLEIN. Beiträge zur Kenntniss der Fische Japan's.

SERSAWY. Ueber den Zusammenhang zwischen den vollständigen Integralen und der allgemeinen Lösung bei partiellen Differentialgleichungen höherer Ordnung.

SKIBINSKI. Der Integrator des Prof. Dr. ZMURKO in seiner Wirkungsweise und praktischen Verwendung.

HEIMERL. Beiträge zur Anatomie der Nyctagineen. I. Zur Kenntniss des Blüthenbaues und der Fruchtentwicklung einiger Nyctagineen. (Mirabilis Ialapa L. und longiflora L., Oxybaphus nyctagineus Sweet.

MERK. Die Mitosen im Centralnervensysteme. Ein Beitrag zur Lehre vom Wachsthume desselben.

BOBEK. Ueber Curven vierter Ordnung vom Geschlechte Zwei, ihre Systeme berührender Kegelschnitte und Doppeltangenten.

IGEL. Zur Theorie der Combinanten und zur Theorie der Jerard'schen Transformation.

VON WETTSTEIN. Monographie der Gattung Hedraeanthus.

Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1888. Philosophisch-historische Classe. Band XXXVI. 4⁰.

Inhoud:

PFIZMAIER. Der chinesische Dichter PE-LO-THIEN.

Büdinger. Der Patriciat und das Fehderecht in den letzten Jahrzehnten der römischen Republik, eine staatsrechterliche Untersuchung.

Miklosich. Die Blutrache bei den Slaven.

Pfizmaier. Die elegische Dichtung der Chinesen.

Kremer. Ueber das Einnahmebudget des Abbasiden-Reiches vom Jahre 306 H. (918—919).

Wünsch-Müller. Die Keil-Inschrift von Aschrut-Darga.

Wessely. Griechische Zauberpapyrus von Paris und London.

Auer. Der Tempel der Vesta und das Haus der Vestalinnen am Forum Romanum.

Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Wien 1887—1888. 1e Abth. Band XCV—XCVI. 2e Abth. Band XCV. Heft 3—5. Band XCVI. Heft 1—5. 3e Abth. Band XCV—XCVI. 8°.

Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-historische Classe. Wien 1887—1888. Band CXIV. Heft 2. Band CXV. 8°.

Archiv für oesterreichische Geschichte. Wien 1887—1888. Band LXXI. 1ste & 2te Hälfte. Band LXXII. 1ste Hälfte. 8°.

Almanach der kais. Akademie der Wissenschaften. Wien 1887. Jahrg. 37. 8°.

Jahrbuch der kais. kön. geologischen Reichsanstalt. Wien 1888. Band XXXVII. Heft 3—4. Band XXXVIII. Heft 3. 4°.

Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol und Vorarlberg. Innsbruck 1888. 3te Folge. Heft 32. 8°.

Mittheilungen des naturwissenschaftlichen Vereines für Steiermark. Graz 1888. Jahrg. 1887. 8°.

Lotos. Jahrbuch für Naturwissenschaft; im Auftrage des Vereines »Lotos" Prag 1888. Neue Folge. Band IX. 8°.

DUITSCHLAND.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1888. Jahrg. 1887. Heft 7—9. 4°. Obl.

Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1888. Band CXIV. Heft 2—3. 8°.

L. F. VON EBERSTEIN. Urkundliche Nachträge zu den geschichtlichen Nachrichten von dem reichsritterlichen Geschlechte Eberstein vom Eberstein auf der Rhön. Berlin 1885—1887. 5te & 6te Folge. 2 Dl. roy. 8°.

——————— Entwurf einer zusammenhängenden Stammreihe des freifränkischen Geschlechts Eberstein von den in den ältesten Urkunden erscheinenden Vorvätern an bis zur Gegenwart. Berlin 1887. 8°.

Publicationen der Sternwarte in Kiel. 1882—1888. 4°.

Inhoud:

E. LAMP. Das Aequinoctium für 1860. 0 abgeleitet aus den von Dr. C. F. PAPE am Meridiankreise der Altonaer Sternwarte in den Jahren 1859—1862 angestellten Sonnenbeobachtungen.

H. KREUTZ. Untersuchungen über das Cometensystem 1843 I, 1880 I und 1882 II. Theil I. Der grosse Septembercomet 1882 II.

Abhandlungen der philologisch-historischen Classe der kon. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1888. Band XI. N°. 1. 4°.

Inhoud:

F. ZARNCKE. Kurzgefasstes Verzeichniss der Originalaufnahmen von Goethe's Bildniss.

GRUNERT's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1888. 2te Reihe. Theil VII. Heft 2. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1888. Jahrg. XI. N°. 294—295. 8°.

Petermann's Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1888. Band XXXIV. Heft 11—12. Ergänzungsheft N°. 91. 4°.

Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft. Halle a/S. 1888. Band XVII. Heft 1—2. 4°.

Inhoud:

H. GRENACHER. Abhandlungen zur vergleichenden Anatomie des Auges II. Das Auge der Heteropoden, geschildert am Pterotrachea coronata Forsk.
G. KRAUS. Beiträge zur Kenntniss fossiler Hölzer.
W. ZOPF. Ueber einige niedere Algenpilze (Phycomyceten) und eine neue Methode ihre Keime aus dem Wasser zu isoliren.
D. LEICHER. Ueber den Einfluss des Durchströmungswinkels auf die elektrische Reizung der Muskelfaser.
I. BERNSTEIN. Neue Theorie der Erregungsvorgänge und elektrischen Erscheinungen an der Nerven- und Muskelfaser.
———— Ueber die Sauerstoffzehrung der Gewebe.

Bericht über die Sitzungen der naturforschenden Gesellschaft im Jahre 1887. Halle 1888. 8°.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Heft 3. Band II. Heft 1—2. 8°.

ZWITSERLAND.

H. G. van de Sande Bakhuijzen. Rapport sur les longitudes, latitudes et azimuths. Neuchatel 1888. 4°. (Extrait des Comptes-rendus de la session de l'Association géodésique internationale 1887.)

ITALIË.

Bollettino delle opere moderne straniere. Roma 1888. Vol. III. N°. 4. 8°.

Bollettino delle pubblicazioni italiane. Firenze 1888. N°. 70—71. 8°.

Archivio per l' Antropologia e la Etnologia. Firenze 1888. Vol XVIII. Fasc. 2. 8°.

G. de Lorenzo. Memorie ed osservazioni di clinico-medica idrologia ed igiene. Napoli 1889. 8°.

Atti della Societa Toscana die Scienze Naturali. Pisa 1888. (Memorie) Vol. IX. roy. 8°.

Atti della Societa Toscana di Scienze naturali. Processi Verbali del' Luglio 1888. 8°.

DENEMARKEN.

Aarböger for nordisk oldkyndighed og historie, udgivne af det kongelige nordiske Oldskrift-Selskab. Kjobenhavn 1888. 2e Raekke. Bind III. Hefte 3. 8°.

ZWEDEN EN NOORWEGEN.

A. Blijtt. On variations of climate in the course of time. Christiania 1886. 8°.
(Christiania videnkabs Selskabs forhandlinger 1886. N°. 8.)

A. Blijtt. The probable cause of the displacement of beach-lines. An attempt to compute geological epochs. Christiania 1889. 8⁰.

(Christiania videnskabs Selskabs forhandlinger 1889. N⁰. 1.)

RUSLAND.

Catalogus alphabeticus librorum qui in Bibliotheca speculae imperialis literarum Universitatis Petropolitanae asservantur. Petropoli 1888. 8⁰.

AZIË.

Meteorological Observations recorded at seven stations in India, May-July. 1888. 4⁰.

Journal of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1888. Vol. LVII. Part 1. N⁰. 1—2. Part 2. N⁰. 2—3. 8⁰.

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1888. N⁰. 4—8. 8⁰.

AMERIKA.

Monographs of the U. S. geological Survey. Washington 1886. Vol. XII. 4⁰.

Inhoud:

S. Franklin Emmons. Geology and mining industry of Leadville Colorado. Met Atlas. plano.

Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences. Cambridge 1887—1888. Vol. XI. Part V. N⁰. 6. Part VI. N⁰. 7. 4⁰.

Inhoud:

6. S. P. LANGLEY, C. A. YOUNG and E. C. PICKERING. Pritchard's Wedge photometer.
7. M. WYMAN. Memoir of Daniel Treadwell.

Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. Boston 1888. New Series. Vol. XV. Part 1. 8°.

Annals of Harvard College Observatory. Cambridge 1888. Vol. XVIII. N°. 6. 4°.

Inhoud:

Detection of new nebulae by photography.

Transactions of the American philosophical Society. Philadelphia 1888. New Series. Vol. XVI. Part 2. 4°.

Inhoud:

E. D. COPE. On the intercentrum of the terrestrial Vertebrata.
H. C. DE S. ABBOTT. A chemical study of Yucca angustifolia.
E. D. COPE. Systematic Catalogue of the species of Vertebrata found in the beds of the permian epoch in North America.
——— Synopsis of the vertebrate fauna of the Puerco series.
——— On the shoulder-girdle and extremities of Eryops.

Proceedings of the Academy of natural Sciences. Philadelphia 1888. Part 2. 8°.

Annual Report of the geological Survey of Pennsylvania for 1886. Harrisburg 1887. Part IV. 8°.

American Journal of Science. New Haven 1888. 3d Series. Vol XXXVI. N°. 214—215. 8°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1888. Vol. XI. N°. 19—23. 4°.

Proceedings and Transactions of the royal Society of Canada for the year 1887. Montreal 1888. Vol. V. 4°.

Proceedings of the Canadian Institute. Toronto 1888. 3[d] Series. Vol. VI. Fasc. 1. 8°.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1888. Tomo I. N°. 6—7. Tomo II. N°. 4. 8°.

Boletin de estadica del estado de Puebla. Puebla de Zaragoza 1888. Tomo II. N°. 1, 2, 16. fol.

Annales de l' Observatoire impérial de Rio de Janeiro. 1887. Tome III. 4°.

Inhoud:

Observations du passage de Vénus en 1882.

Revista do Observatorio, publicacao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro. 1888. Anno III. N°. 10—11. 4°.

Boletin de la Academia nacional de Ciencias en Cordoba. Buenos Aires 1888. Tomo XI. Entr. 2. 8°.

AUSTRALIË.

Journal and Proceedings of the royal Society of N. S. W. Vol. XXII. Part 1. 8°.

Transactions and Proceedings of the royal Society of Victoria. Melbourne 1887—1888. Vol. XXIV. Part 1—2. 8°.

AANGEKOCHT.

De Navorscher. Amsterdam 1888. Nieuwe Serie. Jaarg. 21. Afl. 12. 8°.

Jaarboek der Rijks-Universiteit te Leiden 1887—1888. Leiden 1888. 8°.

Journal des Savants. Paris, Novembre 1888. 4°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1888. Livr. 158—162. 4°.

Annales des Sciences naturelles. Paris 1888. 7e Série. Botanique. Tome VIII. N°. 1—3. Zoologie. Tome VI. N°. 1—3. 8°.

Archives de Zoologie expérimentale et générale. Paris 1888. 2e Série. Tome VI. N°. 2. 8°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1888. 2e Série. Tome XII. Septembre—Octobre. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1888. 6e Série. Tome XV. Décembre. 8°.

The London, Edinburgh and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1888. 5th Series. Vol. XXVI. N°. 163. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1888. 6th Series. Vol. II. N°. 12. 8°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1888. N°. 23—25. 8°.

Astronomische Nachrichten. 1888. N°. 2867—2871. 4°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1888. Jahrg. XII. N°. 47—51. 4°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1888. Jahrg. VI. Heft 8. 8°,

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1888. Neue Folge. Band XXXV. Heft 4. Beiblätter. Band XII. St. 11. 8°.

Sachregister zu den Annalen der Physik und Chemie. Band 1—160. Ergänzungsband 1—8 und Jubelband, 1824—1877. Leipzig 1888. 8°.

Journal für Ornithologie. Leipzig 1888. Jahrg. 36. Heft 2—3. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1888. Band CCLXX. Heft 7—11. 8°.

Bibliothèque universelle et Revue Suisse. Lausanne 1888. 3e Période. Tome XL. N°. 118. 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1888. 3e Période. Tome XX. N°. 11. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAAND JANUARI 1889.

N E D E R L A N D.

Werken van het Genootschap ter bevordering der Natuur-, Genees- en Heelkunde. Amsterdam 1888. Deel VI. N°. 2. 8°.

Jaarcijfers over 1887 en vorige jaren, uitgegeven door het statistisch Instituut. N°. 7. 2e Aflevering. 8°.

Revue internationale scientifique et populaire des falsifications. Amsterdam 1889. 2e Année. N°. 6. 4°.

Tijdschrift van de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1889. N°. 1. 8°.

Flora Batava. Leiden 1888. Afl. 283—284. 4°.

Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas. Leide 1888. Tome VII. N°. 1—6. 8°.

13de Jaarverslag omtrent het zoölogisch station der Nederlandsche dierkundige Vereeniging. Leiden 1888. 8°.

Annales de l' Ecole polytechnique de Delft. Leide 1888. Tome IV. Livr. 3. 4°.

Inhoud:

S. Hoogewerff et W. A. van Dorp. Sur la constitution chimique de la berbérine.
A. E. Rahusen. Sur quelques propriétés des déterminants, appliquées à une question de géométrie à n dimensions.
Th. H. Behrens. Quelques considérations sur l' origine des cratères-lacs (Maare) de l' Eifel.

Beschouwingen over eenige rivieren, waaronder Nederlandsche, in verband met de handels- en scheepvaartbelangen, en met enkele vraagstukken die in de laatste jaren zijn voorgekomen, door I. G. W. Fijnje. 's Gravenhage 1888. 3e Gedeelte. 2 Dl. 4°.

(Uitgegeven door het Departement van Waterstaat, Handel en Nijverheid).

Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 's Gravenhage 1889. 5e Reeks. Deel IV. Afl. 1. 8°.

Beschrijving van de haven van Batavia »Tandjong Priok". 's Gravenhage 1888. 8°.

Description de »Tandjong Priok" port de Batavia. la Haye 1888. 8°.

Beschreibung des Hafens von Batavia »Tandjong Priok". Haag 1888. 8°.

Description of the Harbour of Batavia »Tandjong Priok". The Hague 1888. 8°.

Verslag van het verhandelde in de algemeene vergadering van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, gehouden den 26 Juni 1888. Utrecht 1888. 8°.

Aanteekeningen van het verhandelde in de sectie-vergaderingen van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, ter gelegenheid van de algemeene vergadering, gehouden den 26 Juni 1888. Utrecht. 8°.

P. M. Netscher. Laatste levensjaren en liquidatie der Societeit van Berbice als particuliere handelsvennootschap, 1815—1848. 8°.

(Uitgegeven door het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen).

De Grondwet. Toelichting en kritiek door Mr. J. T. Buijs. Arnhem 1884—1888. Deel II—III. 8°.

Nederland en Oranje. Feestrede den 30 November 1888 in de Martinikerk te Groningen uitgesproken door Jhr. Prof. van der Wijck. Groningen 1888. 8°.

J. Ritzema Bos. Landbouwdierkunde. Nuttige en schadelijke dieren van Nederland. Groningen 1878. Afl. 1—3. Dl. II. Afl. 1. roy. 8°.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maand November 1888. 's Gravenhage 1888. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, de Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maand Augustus 1888. 8°.

Verzamelingstabel volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maand Augustus 1888. fol.

BELGIË.

Annuaire de l' Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1889. 55e Année. 8°.

Bulletin de l' Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1888. 4e Série. Tome II. N°. 11. 8°.

Botanisch Jaarboek, uitgegeven door het kruidkundig Genootschap Dodonaea. Gent 1889. Jaarg. 1. 8°.

G. Staes. De bloemen van Daucus carota L. 8°.
(Overgedrukt uit het botanisch Jaarboek. Dl. I).

——— De waterplanten. 8°.
(Overgedrukt uit het botanisch Jaarboek. Dl. I).

J. Verschaffelt. Het nut der photomicrographie bij de studie der plantenkunde. 8°.
(Overgedrukt uit het botanisch Jaarboek. Dl. I).

——— De flora van het steenkooltijdperk. 8°.
(Overgedrukt uit het botanisch Jaarboek. Dl. I).

FRANKRIJK.

Comptes rendus des séances de l' Académie des Sciences. Paris 1888—1889. Tome CVII. N°. 26—27. Tome CVIII. N°. 1—2. 4°.

Bulletin de l' Académie de Médecine. Paris 1888—1889. 3e Série. Tome XX. N°. 52. Tome XXI. N°. 1—2. 8°.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris 1888. Tome XVI. N°. 5. 8°.

Journal d' Hygiène. Paris 1888—1889. 14e Année. Vol. XIII. N°. 640—641. 15e Année. Vol. XIV. N°. 642—644. 4°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1888—1889. Tome VII. N°. 72. Tome VIII. N°. 73—74. roy. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society. London 1888. Vol. XLV. N°. 273. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1888. Vol. XLIX. N°. 2. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1889. New Series. Vol. XI. N°. 1. 8°.

Report of a committee of the clinical Society of London to investigate the subject of Myxoedema. London 1888. 8°.

(Supplement to Vol. XXI. of the Transactions of the clinical Society.)

Proceedings of the Cambridge philosophical Society. Cambridge 1888. Vol. VI. Part 4. 8°.

Transactions of the royal Irish Academy. Dublin 1888. Vol. XXIX. Part 3—4. 4°.

Inhoud:

3. T. ALEXANDER and A. W. THOMSON. On two-nosed catenaries and their application to the design of segmental arches.
4. D. J. CUNNINGHAM and E. H. BENNETT. The brain and eyeball of a human cyclopian monster.

Proceedings of the royal Irish Academy. Dublin 1888. 3d Series. Vol. I. N°. 1. 8°.

OOSTENRIJK.

Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft. Wien 1888. Band XVIII. Heft 4. 4°.

Verhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft. Wien 1888. Band XXXVIII. N°. 3—4. 8°.

DUITSCHLAND.

Sitzungsberichte der Gesellschaft naturforschender Freunde. Berlin 1888. Jahrg. 1888. 8°.

Instruktion für die Beobachter an den meteorologischen Stationen II, III, und IVer Ordnung. Berlin 1888. 4°.

Wochenschrift für klassische Philologie. Berlin 1888. Jahrg. 5. N°. 41—52. 4°.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1888. Jahrg. 23. Heft 3. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1888. Jahrg. 11. N°. 296. Jahrg. 12. N°. 297—298. 8°.

24ster Bericht der wissenschaftlichen Gesellschaft Philomathie. Neisse 1888. Zugleich Festschrift zur Feier des 50-jährigen Bestehens. 8⁰.

Jahrbücher des nassauischen Vereins für Naturkunde. Wiesbaden 1888. Jahrg. 41. 8⁰.

ITALIË.

Indici e Cataloghi. IV. I r. Codici palatini della Biblioteca nazionale centrale di Firenze. Roma 1888. Vol. I. Fasc. 8. 8⁰.

Bollettino delle opere moderne straniere. Roma 1888. Vol. III. N⁰. 5. 8⁰.

Bollettino delle pubblicazioni italiane. Firenze 1888. N⁰. 72. 1889. N⁰. 73. 8⁰.

Atti della real Accademia delle Scienze. Torino 1889. Vol. XXIV. Disp. 1. 8⁰.

Atti del reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Venezia 1888. Serie 6. Tomo V. N⁰. 10. Tomo VI. N⁰. 1—9.

RUSLAND.

Verslagen van het keiz. aardrijkskundig Genootschap. St. Petersburg 1888. Deel XXIV. N⁰. 3. 8⁰. (In het Russisch).

Magnetische Beobachtungen des Tifliser physikalischen Observatoriums im Jahre 1886—1887. Tiflis 1888. 8⁰.

J. YARKOVSKI. Hypothèse cinétique de la gravitation universelle en connexion avec la formation des éléments chimiques. Moscou 1888. 8⁰.

A Z I Ë.

Journal of the China branch of the royal Asiatic Society. Shanghai 1888. New Series. Vol. XXII. N°. 6. 8°.

Imperial University of Japan. Calendar for the year 1888—89. Tokio 1888. 8°.

Journal of the college of Science, imperial University, Japan. Tokio 1888. Vol. II. Part 4. 4°.

Inhoud:

K. Yamagawa. Determination of the thermal conductivity of marble.
H. Nagaoka. Combined effects of torsion and longitudinal stress on the magnetization of nickel.
———— On the magnetization and retentiveness of nickel wire under combined torsional and longitudinal stress.
M. Kuhara. Specific volume of camphor and of borneol determined with proximate accuracy.

A M E R I K A.

Index-Catalogue of the Library of the Surgeon-General's office U. S. Army. Washington 1888. Vol. IX. (Medicine-Nywelt). 4°.

Medical and surgical history of the war of the rebellion. Part III. Vol. I. Medical history. Washington 1888. 4°.

43th Annual Report of the director of the astronomical Observatory of Harvard College presented December 15, 1888. Cambridge 1888. 8°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1888. Vol. XI. N°. 24—26. Vol. XII. N°. 1. 4°.

Journal of the Elisha Mitchell scientific Society. Raleigh 1888. Vol. V. Part 2. 8°.

Boletin mensual. Mexico 1888. Tomo I. N°. 8—10. fol.

AUSTRALIË.

Transactions of the royal Society of Victoria. Melbourne 1888. Vol. I. Part 1. 4°.

Inhoud:

W. B. SPENCER. The anatomy of Megascolides australis (the giant Earth-worm of Gippsland).

Transactions and Proceedings of the royal Society of Victoria. Melbourne. Vol. XXIII. 8°.

AANGEKOCHT.

De Navorscher. Amsterdam 1889. Nieuwe Serie. Jaarg. 22. N°. 1. 8°.

Oud-Holland. Nieuwe Bijdragen voor de geschiedenis der Nederlandsche Kunst, Letterkunde, Nijverheid, enz. Amsterdam 1888. Jaarg. 6. Afl. 4. 4°.

I. G. FREDERIKS en F. J. VAN DEN BRANDEN. Biographisch Woordenboek der Noord- en Zuid-Nederlandsche Letterkunde. Amsterdam 1888. Nieuwe druk. Afl. 4. 8°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1889. Livr. 163—166. 4°.

Journal des Savants. Paris, Décembre 1888. 4°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1888. 2 Série. Tome XII. Octobre. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1889. 6e Série. Tome XVI. Janvier. 8°.

Voyage archéologique en Grèce et en Asie mineure sous la direction de PH. LE BAS. (1842—1844) publiées et commentées par S. REINACH. Paris 1888. roy. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1889. 5th Series. Vol. XXVII. N°. 104. 8°.

Annals and Magazine of natural History. London 1889. 6th Series. Vol. III. N°. 13. 8°.

Journal of Anatomy normal and pathological. London 1889. Vol. XXIII. Part 2. 8°.

Annals of Botany. London 1888. Vol. II. N°. 7. 8°.

Dictionary of national Biography. London 1889. Vol. XVII. (Edward-Erskine). 8°.

Astronomische Nachrichten. N°. 2872—2874. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1888. N°. 26. 1889. N°. 1. 8°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1889. Jahrg. 13. N°. 1—3. 4°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1888. Jahrg. 6. Heft 9. 8°.

Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1888. Jahrg. 54. Band I. Heft 2. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1889. Neue Folge. Band XXXVI. Heft 1. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1888. Band II. Heft 12. 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a. M. 1888. Jahrg. 29. N°. 11—12. 8°.

Flora. Regensburg 1888. N°. 33—36. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1888—89. Band CCLXX. Heft 12—13. Band CCLXXI. Heft 1—3. 8°.

Bibliothèque universelle et Revue Suisse. Lausanne 1888. 3e Période. Tome XL. N°. 119—120. 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1888. 3e Période. Tome XX. N°. 12. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN IN DE MAANDEN FEBRUARI EN MAART 1889.

NEDERLAND.

Catalogus van de Boekerij der Nederlandsche Maatschappij tot bevordering der Geneeskunst. Amsterdam 1885—1889. 4e en 5e Supplement. 8°.

Maandblad voor Natuurwetenschappen, uitgegeven door het Genootschap ter bevordering van Natuur-, Genees- en Heelkunde te Amsterdam 1885—1888. Jaarg. 12. N°. 1—8. Jaarg. 14. N°. 1—8.

Nieuw Archief voor Wiskunde. Amsterdam 1888. Deel XV. Stuk 2. 8°.

Wiskundige opgaven met de oplossingen door de leden van het wiskundig Genootschap »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven". Amsterdam 1889. Deel III. Stuk 6. Deel IV. Stuk 1. 8°.

Bijdragen van het statistisch Instituut. Amsterdam 1889. 5e Jaarg. N°. 1. 8°.

Jaarboek van het Mijnwezen in Nederlandsch Oost-Indië. Amsterdam 1888. Jaarg. 17. 2de gedeelte. 8°.

Revue internationale scientifique et populaire des falsifications. Amsterdam 1889. 2e Année. Livr. 7—8. 4°.

H. Blink. Nederland en zijne bewoners. Handboek der Aardrijkskunde en Volkenkunde van Nederland. Amsterdam z. j. Afl. 1. 8°.

Tijdschrift der Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1889. N°. 2—3. 8°.

T. M. C. Asser. Studiën op het gebied van Recht en Staat (1858—1888). Haarlem 1889. 8°.

W. Druif. Mutismus hystericus. Leiden 1889. Academisch proefschrift. 8°.

Catalogus codicum arabicorum Bibliothecae Academiae Lugduno-Batavae. Editio secunda auctoribus M. J. de Goeje et M. Th. Houtsma. Lugduni Batavorum 1888. Vol. I. 8°.

Recueil de textes relatifs à l'histoire des Seldjoucides par M. TH. HOUTSMA. Lugduni Batavorum 1889. Vol. II. 8°.

Sammlungen des geologischen Reichsmuseums in Leiden. N°. I. Beiträge zur Geologie Ost-Asiens und Australiens. Leiden 1888. N°. 17. 8°.

K. MARTIN. Het eiland Urk, benevens eenige algemeene beschouwingen over de geologie van Nederland. Leiden 1889. 8°.
(Overgedrukt uit het Tijdschrift v. h. kon. Nederl. aardrijkskundig Genootschap. 1889.)

Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas. Leide 1889. Tome VIII. N°. 1—2. 8°.

B. P. MOORS. Beschrijving van een natten gasmeter met standvastig watervlak en verklaring van zijne werking. 's Gravenhage 1889. 4°.
(Uitgegeven door het Departement van Waterstaat, Handel en Nijverheid.)

Verslag van de aanwinsten der koninklijke Bibliotheek gedurende het jaar 1887. 's Gravenhage 1889. 8°.

Het Rijksarchief te 's Gravenhage. 1887—1888. 8°.

Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs. 1888—1889. 's Gravenhage 1889. 2de Afl. 1ste gedeelte. 3de Afl. 2de gedeelte. 4°.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche entomologische Vereeniging. 's Gravenhage 1889. Deel XXXII. Afl. 1. 8°.

Algemeen Nederlandsch Familieblad. Tijdschrift voor geschiedenis-, geslacht-, wapen-, zegelkunde enz. 's Gravenhage 1889. Jaarg. 6. N°. 1—2. 4°.

Nieuw kerkelijk Handboek, tevens compleet Predikantenboek door M. W. L. ALPHEN SR. 's Gravenhage 1889. Jaarg. 1889. Met supplement I. 8°.

C. SNOUCK HURGRONJE. Mekka. 's Gravenhage 1889. Band II. 8°. Met Atlas. fol.

Waterbouwkunde door N. H. HENKET, CH. M. SCHOLS en J. M. TELDERS. 's Gravenhage 1888. Deel III. 3e gedeelte. Afl. 4. 4e gedeelte. Afl. 1. 8°.

30ste Jaarlijksch Verslag door de hoofd-commissie aan de leden van de Vereeniging tot daarstelling van eene algemeene openbare Bibliotheek en van een daaraan verbonden Leeskabinet te Rotterdam, medegedeeld in de algemeene vergadering van 25 Februari 1889. 8°.

Werken van het historisch Genootschap te Utrecht. 1888—1889. Nieuwe Serie. N°. 51—53. 8°.

Bijdragen en Mededeelingen van het historisch Genootschap, gevestigd te Utrecht 1888. Deel XI. 8°.

S. MULLER FZN. De registers en rekeningen van het bisdom Utrecht, 1325—1336. Utrecht 1889. Deel I. 8°. (Werken van het historisch Genootschap N°. 53.)

Nederlandsch meteorologisch Jaarboek voor 1879, uitgegeven door het koninklijk Nederlandsch meteorologisch Instituut. Utrecht 1889. Jaarg. 31. Deel II. 4°.

Routen voor stoomschepen tusschen Aden en Nederlandsch Oost-Indië. Utrecht 1888. 4°. Oblong.

Stroomen en temperatuur aan de oppervlakte in de golf van Aden en den indischen Oceaan bij kaap Guardafui. Utrecht 1888. 4°. Oblong.

Onweders in Nederland, naar vrijwillige waarnemingen in 1888. Amsterdam 1889. Deel IX. 8°.

Catalogus van de Buma-Bibliotheek te Leeuwarden. 1889. 1ste en 2de gedeelte. 8°.

J. C. G. Boot. Suspiciones Livianae. 8°. (Ex Mnemosynes Vol. XVII.)

A. D. Loman. Het hooglied als Oratorium. 8°.

Statistiek van het Koninkrijk der Nederlanden. Nieuwe Serie. Staten van de in-, uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maanden December 1888, Januari en Februari 1889. 's Gravenhage 1889. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, de Zuiderzee en de Nederlandsche rivieren, waargenomen in de maanden September en October 1888. fol.

Verzamelingstabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, waargenomen in de maanden September en October 1888. fol.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Leerstukken en preeken in de Favorlangsche taal (eiland Formosa) vervaardigd door Jac. Vertrecht. Batavia 1888. 8°.

Mr. J. A. van der Chijs. Nederlandsch-Indisch Plakaatboek, 1602—1811. Batavia 1888. Deel V. 8°.

Geneeskundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige Wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1888. Deel XXVIII. Afl. 4. 8°.

Tijdschrift voor Nijverheid en Landbouw. Batavia 1888—1889. Deel XXXVII. Afl. 4—5. Deel XXXVIII. Afl. 1. 8°.

G. J. P. J. Bolland. De wereldbeschouwing der toekomst. Batavia 1888. 8°.

Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia. 1888. Vol. VIII. fol.

BELGIË.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique. Bruxelles 1888. 3e Série. Tome XVI. N°. 12. Tome XVII. N°. 1—2. 8°.

F. Plateau. Recherches expérimentales sur la vision chez les Arthropodes. Bruxelles 1888. 5e Partie. 8°. (Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 3e Série. Tome XVI.)

G. van der Mensbrugghe. Sur les moyens d'évaluer et de combattre l'influence de la capillarité dans la densimétrie. Bruxelles 1888. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 3e Série. Tome XVI.)

———————— Contribution à la théorie du siphon. Bruxelles 1889. 8°.
(Extrait des Bulletins de l'Académie royale de Belgique. 3e Série. Tome XVII.)

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1889. 4e Série. Tome III. N°. 1. 8°.

Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale de Médecine de Belgique. Bruxelles 1889. Tome IX. Fasc. 1. 8°.

Annuaire statistique de la Belgique. Bruxelles 1888. Tome XVIII. 8°.

Annales de la Société entomologique de Belgique. Bruxelles 1887. Tome XXXI. 8°.

A. Preudhomme de Borre. Répertoire alphabétique des noms spécifiques admis ou proposés dans la sous-famille des Libellulines. Bruxelles 1889. 8°.

Annales de la Société royale malacologique de Belgique. Bruxelles 1887. Tome XXII. 8°.

Procès-verbaux des séances de la Société royale malacologique de Belgique. Bruxelles 1888. Tome XVII. 8°.

Annales de la Société géologique de Belgique. Liége 1888. Tome XIII. Livr. 2. Tome XV. Livr. 2—3. 8°.

Annales de l'Académie d'Archéologie de Belgique. Anvers 1887. 4e Série. Tome III. 8°.

Bulletin de l'Académie d'Archéologie de Belgique. Anvers 1888. N°. XVI. 8°.

Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Vlaamsche Academie voor Taal- en Letterkunde. Gent 1888. Afl. 2—3. 8°.

FRANKRIJK.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Paris 1889. Tome CVIII. N°. 3- 11. 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et belles-Lettres. Paris 1888. 4e Série. Tome XVI. Septembre-Octobre. 8°.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Paris 1889. 3e Série. Tome XXI. N°. 3—11. 8°.

Mémoires de la Société zoologique de France. Paris 1888. Vol. I. Part 2. 8°.

Bulletin de la Société zoologique de France pour l'année 1888. Paris 1888. Tome XIII. N°. 7—8. 8°.

Mémoires publiés par la Société philomatique à l'occasion du centenaire de sa fondation, 1788—1888. Paris 1888. 4°.

Bulletin de la Société philomatique. Paris 1888. 7e Série. Tome XII. N°. 4. 8°.

Compte-rendu sommaire des séances de la Société philomatique. Paris 1889. N°. 1—3. 8°.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris 1888. Tome XVI. N°. 6. 8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Société de Biologie. Paris 1888—1889. 8e Série. Tome V. N°. 37, 39—41. 9e Série. Tome I. N°. 1—9. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1889. 15e Année. Vol. XIV. N°. 645—653. 4°.

Revue internationale de l'Electricité et de ses applications. Paris 1889. 5e Année. Tome VIII. N°. 75, 77—78 roy. 8°.

Annales du Musée Guimet. Paris 1888. Tome XIII. 4°.

Inhoud:

CH. SCHOEBEL. Le Râmâyana au point de vue religieux, philosophique et moral.

Revue de l'Histoire des Religions. Paris 1888. Tome XVII. N°. 3. Tome XVIII. N°. 1—2. 8°.

Archives de Médecine et de Pharmacie militaires. Paris 1887—1888. Tome X—11. 2 Dl. 8°.

Mission scientifique au Mexique et dans l'Amérique centrale. Recherches zoologiques. 3e Partie. Livr. 11. 7e Partie. Livr. 10. 4°.

Catalogue général des manuscrits des Bibliothèques publiques des départements. Paris 1885. Tome VII. Toulouse—Nimes. 4°.

M. BERTHELOT. Collection des anciens Alchimistes Grecs. Paris 1888. Livr. 3—4. 4°.

L. DELISLE. Catalogue des manuscrits des fonds Libri et Barrois. Paris 1888. 8°.

I. G. DE MAN. Espèces et genres nouveaux de Nématodes libres de la mer du Nord et de la Manche. Paris 1889. 8°. (Extrait des Mémoires de la Société zoologique de France).

L. LALLEMAND. De l' organisation du travail dans les prisons cellulaires belges. Paris 1889. 8°.

le prince ROLAND BONAPARTE. Note on the Laps of Finmark. Paris 1886. 4⁰.

———————————— La Nouvelle-Guinée. Paris 1887—1888. 3e Notice. Le fleuve Augusta. IVe Notice. Le golfe Huon. 4⁰.

le prince ALBERT DE MONACO. Sur une expérience entreprise pour déterminer la direction des courants de l'Atlantique Nord. 2e Campagne de l' Hirondelle. 4⁰.

———————————— Sur les résultats partiels des deux premières expériences pour déterminer la direction des courants de l' Atlantique Nord. 4⁰.

———————————— Sur la troisiéme campagne scientifique de l' Hirondelle. 4⁰.

———————————— Sur la quatriéme campagne scientifique de l' Hirondelle. 4⁰.

———————————— Sur un cachelot des Açores. 4⁰.

———————————— Sur l' alimentation des naufragés en pleine mer. 4⁰.

Actes de l' Académie nationale des Sciences, belles-Lettres et Arts de Bordeaux. Paris 1887. 3e Série. Année 48. 8⁰.

Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Paris 1887. Tome III. Cahier 2. 8⁰.

Observations pluviométriques faites dans le département de la Gironde de Juin 1886 à Mai 1887. Bordeaux 1887. 8⁰.

Bulletin de la Société des Sciences de Nancy. Paris 1888. 2e Série. Tome IX. Fasc. 21. 8⁰.

Mémoires de l'Académie de Stanislas. Nancy 1888. 5e Série. Tome V. 8°.

Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et belles-Lettres. Toulouse 1888. 8e Série. Tome X. 8°.

Recueil de l'Académie de Législation de Toulouse. 1887—88. Tome XXXVI. 8°.

Mémoires de la Société Académique des Sciences et Arts de St. Quentin. 1888. 4e Série. Tome VII. 8°.

Académie des Sciences et Lettres de Montpellier. Mémoires de la section des Lettres. Montpellier 1888. Tome VIII. Fasc. 2. 4°.

Inhoud:

CH. REVILLOUT. Le dictionnaire au théatre. Les mots à la mode.
GRASSET-MOREL. Différend entre le chapitre cathédral de Montpellier et le chapitre collégial de Saint-Sauveur (XVIIe et XVIIIe Siècles).
CH. REVILLOUT. Molière, Louis XIV et „Le Tartuffe".
F. SAUREL. L'évêque François Reinaud de Villeneufve (né à Aix le 2 Avril 1683, mort à Montpellier le 24 Janvier 1766.)

D. HAIGNERÉ. Les chartes de Saint-Bertin. St. Omer 1888. Tome II. 4°.
(Publié par la Société des Antiquaires de la Morinie.)

Bulletin historique de la Société des Antiquaires de la Morinie. St. Omer 1888. Nouvelle Série. Livr. 147—148. 8°.

Bulletin de la Société Linnéenne de Normandie. Caen 1866—1888. Vol. X. 2e Série. Vol. I—III. VIII—X. 3e Série. Vol. I—III. 4e Série. Vol. I. 10 Dl. 8°.

Mémoires de la Société Dunkerquoise pour l'encouragement des Sciences. Dunkerque 1884—1885. Vol. XXII—XXIII. 2 Dl. 8°.

Mémoires de la Société d'émulation. Cambrai 1888. Tome XLIII. 8°.

Mémoires de l'Académie des Sciences, Arts et belles-Lettres de Dyon. 1888. 3e Série. Tome X. 8°.

Bulletin de la Société des Antiquaires de Picardie. Amiens 1888. Année 1888. N°. 2—3. 8°.

Revue agricole, industrielle, littéraire et artistique publié par la Société d'Agriculture, Sciences et Arts. Valenciennes 1888. Tome XL. N°. 1—10. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the royal Society. London 1888. Vol. XLV. N°. 274—276. 8°.

Monthly Notices of the royal astronomical Society. London 1889. Vol. XLIX. N°. 3—4. 8°.

Proceedings of the royal geographical Society. London 1889. New Series. Vol. XI. N°. 2. 8°.

Journal of the royal microscopical Society. London 1889. Part 1. 8°.

Journal of the royal Asiatic Society. London 1888. New Series. Vol. XX. Part 4. 8°.

Journal of the anthropological Institute of Great Britain and Ireland. London 1889. Vol. XVIII. N°. 3. 8°.

Transactions of the Cambridge philosophical Society. Cambridge 1889. Vol. XIV. Part 3. 4°.

Inhoud:

E. W. Hobson. On a class of spherical harmonics of complex degree with application to physical problems.

F. W. NEWMAN. Table of the exponential function e_x to twelve places of decimals.
C. CHREE. The equations of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solution and application.
G. D. LIVEING. On solution and crystallization.

The collected mathematical papers of A. CAYLEY. Cambridge 1889. Vol. I. 4°.

Transactions of the royal Irish Academy. Dublin 1889 Vol. XXIX. Part 5. 4°.

Inhoud:

R. STAWELL BALL. On the theory of the content.

OOSTENRIJK-HONGARIJE.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1888. N°. 15—18. 1889. N°. 1—2 4°.

Földtani Közlöny. (Geologische Mittheilungen). Zeitschrift der ungarischen geologischen Gesellschaft. Budapest 1888. Kötet XVIII. N°. 5—12. roy. 8°.

FR. TESAR. Analysis gravitatis terrestris. Praze 1888. 4°.

DUITSCHLAND.

Die Venus-Durchgänge 1874 und 1882. Bericht über die deutschen Beobachtungen. Berlin 1889. Band II. 4°.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1889. Jahrg. 1887. Heft X—XII. 4°. oblong.

Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1889. Band CXV. Heft 1—3. 8°.

Verhandlungen des botanischen Vereins der Provinz Brandenburg. Berlin 1868—1888. Jahrg. X—XIII, XV—XXVIII. 8°.

Schriften des naturwissenschaftlichen Vereins für Schleswig-Holstein. Kiel 1889. Band VII. Heft 2. 8°.

Verhandlungen des naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande. Bonn 1888. Jahrg. 45. 2t Hälfte. 8°.

Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1888. Band XIV. N°. 10—13. 4°.

Inhoud:

10. J. Walther. Die Korallenriffen der Sinaihalbinsel.
11. W. Spalteholz. Die Vertheilung der Blutgefässe im Muskel.
12. S. Lie. Zur Theorie der Berührungstransformationen.
13. C. Neumann. Ueber die Methode des arithmetischen Mittels. 2te Abhandlung.

Berichte über die Verhandlungen der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Philologisch-historische Classe. Leipzig 1888. N°. 1—2. 8°.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1888. Jahrg. 23. Heft 4. 8°.

R. Hoppe. Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1889. 2e Reihe. Teil VII. Heft 3. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1889. Jahrg. 12. N°. 299—303. 8°.

A. Nauck. Tragicorum graecorum fragmenta. Lipsiae 1889. Editio 2ª. 8°.

Petermann's Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt Gotha 1889. Band XXXV. N°. 1—2. Ergänzungsheft N°. 92. 4°.

Verhandlungen der kais. Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Halle 1888. Band LII. 4°.

Inhoud:

R. Olbricht. Studien über die Kugel- und Cylinderfunctionen.
N. Wille. Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der physiologischen Gewebesysteme bei einigen Florideen.
P. Gerber. Der absolute Nullpunkt der Temperatur. — Die Arbeit der Dämpfe beim sieden, und die Dämpfe im Zustande der Sättigung.
E. von Gumpenberg. Systema geometrarum zonae temperatioris septentrionalis.
M. Wilkens. Beitrag zur Kenntniss des Pferdegebisses mit Rücksicht auf die fossilen Equiden von Maragha in Persien.
E. Waelsch. Ueber das Normalensystem und die Centralfläche algebraischer Flächen, insbesondere der Flächen 2ten Grades.
W. Zopf. Zur Kenntniss der Infections-krankheiten niederer Thiere und Pflanzen.

Leopoldina. Amtliches Organ der kais Leopoldino-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Halle 1888. Heft 24. 4°.

R. Hamel. Die reaktionäre Tendenz der weltsprachlichen Bewegung. Halle a/S. 1889. 8°.

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, herausgegeben von der medizinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Jena 1888. Band XXIII. Heft 1. 8°.

Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Band XVI. Abth. 3. 4°.

Inhoud:

C. M. von Bauernfeind. Ergebnisse aus Beobachtungen der terrestrischen Refraction. 3e Mittheilung.

A. Miller. Ueber die Grundlagen der Bestimmungsmethode des longitudinalen Elastizitätsmoduls.

F. Kohlrausch. Ueber den absoluten elektrischen Leitungswiderstand des Quecksilbers.

Abhandlungen der historischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften. München 1888. Band XVIII. Abth. 2. 4°.

Inhoud:

L. von Rockinger. Ueber die Abfassung des kaiserlichen Land- und Lehenrechts. 1ste Hälfte.

C. A. Cornelius. Die Rückkehr Calvins nach Genf. I. Die Guillermins.

F. Stieve. Wittelsbacher Briefe aus den Jahren 1590 bis 1610. Abtheilung 3.

Joseph von Fraunhofer's gesammelte Schriften. Im Auftrage der mathematisch-physikalischen Classe der kön. bayr. Akademie der Wissenschaften herausgegeben von E. Lommel. München 1888. 4°.

Anzeiger des germanischen Nationalmuseums. Nürnberg 1888. Band II. Heft 2. 8°.

Mittheilungen aus dem germanischen Nationalmuseum. Nürnberg 1888. Band II. Heft 2. 4°.

Katalog der im germanischen Museum befindlichen deutschen Kupferstiche des XV Jahrhunderts. Nürnberg 1888. 8°.

I. G. de Man. Ueber einige neue oder seltene indopacifische Brachyuren. 8°.
(Separatabdruck aus den zoologischen Jahrbüchern. Band IV.)

ZWITSERLAND.

Mémoires de la Société de Physique et d' Histoire naturelle. Genève 1888. Tome XXX. Part. 1. 4⁰.

Inhoud:

H. de Saussure. Additamenta ad Prodromum Oedipodiorum insectorum ex ordine Orthopterorum.

P. Choffat et P. de Loriol. Matériaux pour l'étude stratigraphique et paléontologique de la province d' Angola.

I. Muller. Pyrenocarpeae Feeanae in Feei Essai (1824) et Supplément (1837) edita e novo studio speciminum originalium expositae et in novam dispositionem ordinatae.

M. L. de la Rive. Sur la composition des sensations et la formation de la notion d' espace.

Abhandlungen der schweizerischen paläontologischen Gesellschaft. Basel 1888. Vol. XV. 4⁰.

Inhoud:

L. Rütimeijer. Beziehungen zwischen Säugethierstämmen alter und neuer Welt.

Koby. Monographie des polypiers jurassiques de la Suisse. 8e partie.

Greppin. Description des fossiles de la grande Oolithe des environs de Bâle.

P. de Loriol et Bourgeat. Etudes sur les mollusques des couches coralligènes de Valfin. 3e Partie.

ITALIË.

Atti della reale Accademia dei Lincei. Roma 1888. Serie 4a. Rendiconti. Vol. IV. 2e Semestre. Fasc. 6—10. 4⁰.

Bollettino delle opere moderne straniere. Roma 1888. Vol. III. N⁰. 6. Vol. IV. N⁰. 1. 8⁰.

Bollettino delle pubblicazioni italiane. Firenze 1889. N⁰. 74—77. 8⁰.

Per la edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei. Indice alfabetico e topografica del commercio epistolare. Firenze 1889. 4⁰.

Atti della reale Accademia delle Scienze. Torino 1889. Vol. XXIV. Disp. 2—5. 8⁰.

Memorie della reale Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna. 1887. Serie 4ª. Tomo VIII. 4⁰.

Inhoud:

P. Loreta. La laringotomia per le malattie della laringe che minacciano la vita colla soffocazione o colla infezione.

C. Taruffi. Nuovo caso di degenerazione colloido del fegato.

G. Cocconi e F. Morini. Enumerazione dei funghi della Provincia di Bologna.

G. Razzaboni. Sul modo di dedurre le equazzioni generali del moto dei fluidi e le particolari relative al moto lineare dei liquidi.

G. Bellonci. Sulle commissure cerebrali anteriori degli anfibi e dei rettili.

A. Saporetti. Metodo analitico dello sviluppo di un arco circolare in funzione trigonometrica di un altro arco cognito il quoto delle loro tangenti trigonometriche.

P. Riccardi. Sopra un antico metodo per determinare il semidiametro della terra.

F. Verardini. Studii clinico- esperimentali sull' azione della radice d'ipecacuana, dell' emetina, dell' acido ipecacuanico, non che della così detta emetina della radice di mellone comune.

U. Dainelli. Del moto di un punto materiale libero sollecitato da una forza diretta costantemente ad una retta fissa.

G. Capellini. Del finorinco fossile dei dintorni di Sassari.

G. Tizzoni. Nuovi studi sulle alterazioni del bulbo nel fenomeno di Cheyne-Stokes.

———— e G. Cattani. Ricerche sperimentali sulla generalizzazione dell'infezione colerica.

S. Pincherle. Della trasformazione di Laplace e di alcune sue applicazioni.

F. Cavara. Sulla flore fossile di Mongardino, studi stratigrafici e paleontologici.

A. Saporetti. Analisi nuova per dimostrare giusto l'usato metodo pratico degl'immaginari e teoria, piu generale dell'usate, sulle relazioni fra i coefficienti delle funzioni algebrico-intere ad una variabile ed i fattori lineari, siano funzionali, siano propri delle equazioni.

D. Loreta. Colecistotomia e colecistorafia invece della colecistectomia.

———— Echinococco del fegato, resesione del fegato, escisione della cisti, guarigione.

G. Brugnoli. Uso della noce vomica nella epilessia da irritazione del Vago.

C. Razzaboni. Sopra alcune modificazioni in un molinello idrotachimetrico a volante di Robinson.

F. Delpino. Funzione mirmecofila nel regno vegetale.

F. Morini. Intorno ad una speciale degenerazione delle leuciti.

F. P. Ruffini. Di alcune propieta della rappresentazione sferica del Gauss.

F. Brazzola. Ricerche sull' istologia normale e patologica del testicolo.

L. Mazzotti. Della pleurite purulenta, secondaria alla pneumonite acuta fibrinosa, con evacuazione della marcia per le vie bronchiali ed esito in guarigione.

C. Taruffi. Intorno alla macrosomia puerile (neanio-macrosomia).

A. Reghi. Sulla forza elettromotrice delle coppie a liquido poco conduttore.

Note sur les derniers progrès de la question de l'unification du calendrier dans ses rapports avec l'heure universelle. Bologne 1888. 8°.

(Publié par la R. Académie des Sciences de l'Institut de Bologne.)

Statuti delle Universita e dei collegi dello studio Bolognese pubblicati da C. Malagola. Bologna 1888. fol.

Notizie concernenti la Scuola d' applicazione per gli Ingegneri e monografie dei Cabinetti. Bologna 1881. 8°.

Notizie concernenti la Scuola d' applicazione per gli Ingegneri, monografie dei Cabinette, delle collezioni e Catalogo delle pubblicazioni degle insegnanti in continuazione di quelle edite nel 1881. Bologna 1888. 8°.

A. Marescotti. Conosci te stesso e l' ambiente della tua attivita. Dialoghi per l' istruzioni popolari. Bologna 1888. 8°.

V. Polacco. Della dazione in pagamento. Padova 1888. Vol. I. 8°.

Memorie della regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti. Modena 1887. Serie 2. Vol. V. 4°.

Inhoud:

P. Olivi. Delle prerogative delle persone che compongono il seguito dell' inviato diplomatico.
D. Ragona. Nuove formule relative alla risoluzione dei triangoli sferici.
L. Olivi. Dei poteri dell' agente diplomatico sulle persone del seguito.
D. Ragona. Il barometro registratore Richard.
——— Il mese di febbraio in Modena.
P. Riccardi. La statura dei Bolognesi contemporanei studiata in rapporto al sesso e a l'eta.
A. Graziani. Sull' aumento progressivo delle spese pubbliche negli stati moderni in relazione colla ricchezza della nazione e dei privati.
L. Olivi. Delle nozze di Ercole I d'Este con Eleonora d' Aragona.
G. Camus. Precetti di rettorica scritti per Enrico III re di Francia.
Ch. Hugues. Lo stile del duomo modenese e della nuova decorazione dipintavi nell' abside.

Atti della reale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Napoli 1888. Serie 2ª. Vol. I—II. 4°.

Inhoud Vol. I:

A. Capelli. Ricerca delle operazione invariantive fra piu serie di variabili permutabili con ogni altra operazione invariantiva fra le stesse serie.
A. Costa. Notizie ed osservazioni sulla geo- fauna Sarda.
E. Villari. Ricerche microscopiche sulle tracce delle scintille elet. triche incise sul vetro, e sui diametri delle scintille istesse.
L. Palmieri e A. Oglialoro. Sul terremoto del' isola d' Ischia della sera del 28 Luglio 1883.

A. Scacchi. Sopra un frammento di antica roccia vulcanica inviluppato nella lava vesuviana del 1872.

E. Fergola. Sulla latitudine del reale Osservatorio di Capodimonte.

S. Kantor. Premiers fondements pour une théorie des transformations périodiques univoques.

A. Scacchi. Nuove ricerche sulle forme cristalline dei paratartrati acidi di ammonio e di potassio.

A. Costa. Miscellanea entomologica.

G. Licopoli. Sull' anatomia e fisiologia del frutto nell' Anona reticulata L. e nell' Asimina triloba Dun.

G. A. Pasquale. Cenni sulla flora di Assab.

F. Balsamo. Sulla storia naturale delle alghe d'acqua dolce del comune di Napoli.

P. Malerba. Sulla natura e costituzione chimica dei grassi delle castagne comuni esu di una sostanza nuova in esse scoperta.

A. Marotta. Studi sulla struttura dell' Amnios del gatto.

F. Rho. Studi sullo sviluppo della Chromodoris elegans.

Vol. II:

G. Govi. Il microscopio composto inventato da Galileo.

A. Scacchi. La regione vulcanica fluorifera della Campania.

G. Guiscardi. Studii sul terremoto d' Ischia del 28 Luglio 1883.

G. Battaglini. Intorno ad un' applicazione della teoria delle forme binarie quadratiche all' integrazione dell' equazione differenziale ellittica.

G. Licopoli. Sul polline dell' Iris tuberosa L. e d' altre piante.

G. Battaglini. Sulle forme binarie bilineari.

A. Costa. Notizie ed osservazioni sulla geo-fauna Sarda.

G. Nicolucci. Antropologia dell' Italia nell' evo antico e nel moderno.

A. Scacchi. Le eruzioni polverose e filamentose dei vulcani.

F. S. Monticelli. Ricerche intorno al seno cutaneo interdigitale della pecora (Ovis aries, Lin.)

Rendiconti dell' Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Napoli 1887. Serie 2ª. Vol. I. Fasc. 1—2. 4°.

Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel. Berlin 1888. Band VIII. Heft 3—4. 8°.

Atti e Memorie della reale Accademia di Scienze, Lettere ed Arti. Padova 1885—1887. Nuova Serie. Vol. I—III. 8°.

Atti della Societa Toscana di Scienze naturali. Processi Verbali di 11 November 1888. 8°.

A. FAVARO. Intorno alle opere complete di Cristiano Huygens pubblicate dalla Societa Olandese delle Scienze. 8°.

DENEMARKEN.

Mémoires de l' Académie royale de Copenhague. 1888. Classe des Lettres. 6e Série. Vol. II. N°. 2—3. 4°.

Inhoud:

2. A. LEHMANN. Om Genkendelse. Forsog paa en experimental verifikation af forestillings-associationernes teori.
3. I. L. HEIBERG. Om scholierne til Euklids elementer. (Avec un résumé en français).

Oversigt over det kongelige danske Videnskabernes Selskabs forhandlinger. Kjobenhavn 1888. N°. 2. 8°.

Aarböger for Nordisk oldkyndighed og historie, udgivne af det kongelige nordiske Oldskrift-Selskab. Kjobenhavn 1888. 2e Raekke. Bind III. Hefte 4. Bind IV. Hefte 1.

A. B. DRACHMAN. Catuls digtning belyst i forhold til den tidligere graeske og latinske litteratur. Kjobenhavn 1887. 8°.

—————— Guderne hos Vergil. Bidrag til belysning af Aeneidens komposition. Kjobenhavn 1887. 8°.

ZWEDEN EN NOORWEGEN.

A. BLYTT. Additional Note to the probable cause of the displacement of beach-lines. 8°.

A. Blytt. The probable cause of the displacement of beach-lines. 2d Additional note. 8°.

Jahrbuch des norwegischen meteorologischen Instituts für 1885 und 1886. Christiania 1886—1887. 2 Dl. 4°.

Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Christiania 1886. Bind XXX. Hefte 3—4. 8°.

L. Daae. Joannis Agricolae Islebiensis Apophthegmata. Christiania 1886. 4°.

F. C. Schübeler. Viridarium Norvegicum. Norges Vaextrige. Et bidrag tel Nord-Europas Natur-og Culturhistorie. Christiania 1888. Band II. Hefte 2. 4°.

H. Reusch. Bommeloen og Karmoen med omgivelser, geologisk beskrevne; samt an english summary of the contents. Kristiania 1888. 4°.

L. B. Stenersen. Udsigt over den romerske satires forskjellige arter og deres oprindelse. Kristiania 1887. 8°.

——————— Catul's digtning oplyst i dens sammenhaeng met den tidligere graeske og latinske literatur. Kristiania 1887. 8°.

Det kongelige norske Videnskabers Selskabs Skrifter 1886 og 1887. Throndhjem 1888. 8°.

RUSLAND.

Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de St. Pétersbourg. 1888. 7e Série. Tome XXXVI. N°. 1—8. 4°.

Inhoud:

1. H. Wild. Neuer magnetischer Unifilar-Theodolith.
2. F. Schmidt. Ueber eine neuentdeckte untercambrische Fauna in Estland.
3. Th. Pleske. Revision der turkestanischen Ornis.
4. A. E. Feoktistow. Eine vorläufige Mittheilung über die Wirkung des Schlangengiftes auf den thierischen Organismus.
5. E. Mojsisovics von Mojsvar. Ueber einige arktische Trias-Ammoniten des nördlichen Siberien.
6. M. Woronin. Ueber die Sclerotienkrankheit der Vaccinieen-Beeren.
7. O. Backlund. Ueber die Herleitung der im achten Bande der „Observations de Poulkova" enthaltenen Stern-Cataloge nebst einigen Untersuchungen über den Pulkowaer Meridiankreis.
8. C. V. L. Charlier. Ueber eine mit dem Problem der drei Körper verwandte Aufgabe.

Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de St. Petersbourg. 1888. Tome XXXII. N°. 2—4. 4°.

A. Auwers. Neue Reduction der Bradley'schen Beobachtungen aus den Jahren 1750 bis 1762. St. Petersburg 1888. Band III. 4°.

W. Döllen. Stern-Ephemeriden auf das Jahr 1889 zur Bestimmung von Zeit und Azimut, mittelst des tragbaren Durchgangsinstruments im Verticale des Polarsterns. St. Petersburg 1888. 8°.

Observations de Poulkova. St. Petersbourg 1888. Vol. XIV. 4°.

H. Struve. Beobachtungen der Saturnstrabanten. 1ste Abth. Beobachtungen am 15 zölligen Refractor. St. Petersburg 1888. 4°.
(Supplément I aux Observations de Poulkova).

Annalen des physikalischen Central-Observatoriums. St. Petersburg 1888. Jahrg. 1887. Theil I. 4°.

Korrespondenzblatt des Naturforscher-Vereins. Riga 1888. N°. XXXI. 8°.

AZIË.

Registers of original observations in 1888 reduced and corrected. August-September 1888. 4°.

Indian meteorological Memoirs. Calcutta 1888. Vol. III. Part 3—4. Vol IV. Part 5. 4°.

Report on the administration of the meteorological department of the government of India in 1887—88. 8°.

Charts of the Arabian sea and the adjacent portion of the North Indian Ocean, shewing the mean pressure, winds and currents in each month of the year. Plano.

Journal of the China Branch of the royal Asiatic Society. Calcutta 1888. New Series. Vol XXIII. N°. 1 8°.

AFRIKA.

Transactions of the South African philosophical Society. Cape Town 1878—1882. Vol I. Part 1, 2, 4. Vol. II. Part 1—3. 8°.

AMERIKA.

Report of the Surgeon General of the Army to the Secretary of War for the year ending June 30, 1888. Washington 1888. 8°.

Bulletin of the U. S. coast and geodetic Survey. N°. 5—8. 4°.

Proceedings of the Academy of natural Science. Philadelphia 1888. Part 3. 8°.

Seth S. Bishop. Report of the committee on Ophthalmology and Otology. 8°.

Journal of the American medical Association. Chicago 1889. Vol. XII. N°. 2—10. 4°.

Memorias de la Sociedad cientifica »Antonio Alzate". Mexico 1888. Tome II. N°. 5. 8°.

D. Freire. La mission du Dr. Sternberg au Brésil. Réfutation du rapport publié par ce médecin sur la fièvre jaune. Rio-Janeiro 1889. 8°.

J. de Saldanha da Gama. Catalogo da exposiçao permanente dos cimelios da Bibliotheca Nacional. Rio de Janeiro 1885. 8°.

Guia da exposiçao permanente da Bibliotheca Nacional. Rio de Janeiro 1885. 8°.

Revista do Observatorio, publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro. 1888. Anno III. N°. 12. 1889. Anno IV. N°. 1. 4°.

Anales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos-Aires 1888. Tome XXVI. Entr. 1—3. 8°.

AUSTRALIË.

Prodromus of the zoology of Victoria. Melbourne 1888. Decade XVI. 8°.

AANGEKOCHT.

De Navorscher. Nijmegen 1889. Nieuwe Serie. Jaarg. 22. Afl. 2—3. 8°.

Bibliotheca Belgica. Livr. XC—XCVI. 8°.

La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des Sciences, des Lettres et des Arts. Paris 1889. Livr. 167—175. 4°.

Journal des Savants. Paris. Janvier-Février 1889. 4°.

Annales des Sciences naturelles. Paris 1888. 7e Série. Zoologie. Tome VI. N°. 4—6. Botanique. Tome VIII. N°. 4—6. 8°.

Archives de Zoologie expérimentale et générale. Paris 1888. 2e Série. Tome VI. N°. 3. 8°.

Revue générale de Botanique dirigeé par G. Bonnier. Paris 1889. Tome I. N°. 1—3. 8°.

Bulletin des Sciences mathématiques. Paris 1888—1889. 2e Série. Tome XII. Décembre. Tome XIII. Janvier-Février. 8°.

Annales de Chimie et de Physique. Paris 1889. 6e Série. Tome XVI. Février-Mars. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science. London 1889. 5th Series. Vol. XXVII. N°. 165—166. 8°.

Annals and Magazine of Natural History. London 1889. 6th Series. Vol. III. N°. 14—15. 8°.

Annals of Botany. Londen 1889. Vol. III. N°. 9. 8°.

Zoological Record for 1887. London 1888. Vol. XXIV. 8°.

Astronomische Nachrichten. N°. 2875—2884. 4°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1889. N°. 2—6. 8°.

Arbeiten aus dem kais. Gesundheitsamte. Berlin 1889. Band V. Heft 1. 4°.

Veröffentlichungen des kais. Gesundheitsamtes. Berlin 1889. Jahrg. XIII. N°. 4—12. 4°.

Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. Berlin 1888—1889. Band VI. Heft 10. Band VII. Heft 1. 8°.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1889. Neue Folge. Band XXXVI. Heft 2—4. Beiblätter. Band XII. St. 12. Band XIII. St. 1. 8°.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Leipzig 1889. Band III. Heft 1—3. 8°.

Journal für Ornithologie. Leipzig 1888. Jahrg. XXXVI. Heft 4. 8°.

Der zoologische Garten. Frankfurt a. M. 1889. Jahrg. 30. N°. 1—2. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart 1889. Band CCLXXI. Heft 4—12. 8°.

Flora oder allgemeine botanische Zeitung. Marburg 1889. Neue Reihe. Jahrg. 47. Heft 1. 8°.

Annalen des Vereins für nassauische Alterthumskunde und Geschichtsforschung. Wiesbaden 1830—1873. Band I—XII. 8°.

Archives des Sciences physiques et naturelles. Genève 1889. 3e Période. Tome XXI. N⁰. 1—3. 8⁰.

Bibliothèque universelle et Revue Suisse. Lausanne 1889. 3e Période. Tome XLI. N⁰. 121—122. 8⁰.

A. DE GUBERNATIS. Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence 1889. Livr. 6. 8⁰.

Annals of the Lyceum of natural History. New-York 1824—1828. Vol. I, II, III. Part 1. 8⁰.
